

文章编号: 1001-0920(2012)05-0752-05

## 基于直觉模糊集和证据理论的群决策方法

江红莉, 何建敏, 庄亚明, 张岳峰

(东南大学 经济管理学院, 南京 211189)

**摘要:** 针对属性值和权重均为直觉模糊数的多属性决策问题, 提出一种基于直觉模糊集和证据理论的群决策方法. 首先, 对专家给出的每个方案的属性值和属性权重进行证据合成, 在此基础上合成每个方案的所有属性值; 然后, 基于直觉模糊集相似度确定专家的相对权重, 修正方案证据, 并合成所有专家证据, 得到方案的信任区间, 根据信任区间的大小对方案进行排序; 最后, 通过数值案例验证了所提出方法的有效性和合理性.

**关键词:** 直觉模糊集; 证据理论; 直觉模糊集相似度; 群决策

中图分类号: C93

文献标识码: A

## Approach to group decision making based on intuitionistic fuzzy sets and evidence theory

JIANG Hong-li, HE Jian-min, ZHUANG Ya-ming, ZHANG Yue-feng

(School of Economics & Management, Southeast University, Nanjing 211189, China. Correspondent: JIANG Hong-li, E-mail: jhl20052008@126.com)

**Abstract:** With respect to the problem of multiple attribute decision-making, in which the attribute values and weights are given in terms of intuitionistic fuzzy numbers, an approach to group decision making based on intuitionistic fuzzy sets and evidence theory is proposed. Firstly, attribute values and weights are combined by using the rule of evidence combination, and all of attribute values considering weights are combined for every alternative. Secondly, the relative weights of experts are verified by calculating the similarity of intuitionistic fuzzy sets, the basic probability assignment is adjusted by experts' weights, and the belief intervals of alternatives are gained by combining all experts' evidences. Then, the ranking of alternatives is gained by comparing belief intervals. Finally, the numerical case is studied, and the result shows the effectiveness and rationality of the proposed method.

**Key words:** intuitionistic fuzzy sets; evidence theory; similarity measures of intuitionistic fuzzy sets; group decision making

### 1 引言

在经济、科技迅速发展的当今社会, 由于现实问题的复杂性, 一个人的智慧和力量往往是有限的, 在面对大型、复杂的决策问题时, 群决策是一种有效的方法. 自 Zadeh 提出模糊集的概念<sup>[1]</sup>以来, 多属性决策在近 20 年得到了快速发展. 由于模糊集理论的局限性, Atanassov<sup>[2-3]</sup>对模糊集进行了扩展, 提出了直觉模糊集的概念. 直觉模糊集理论更接近人的行为认知模式, 更能反应人们在决策过程中的经验和知识, 它不仅讨论人们对决策问题的肯定认识, 同时还讨论人们对决策问题的否定认识<sup>[4]</sup>, 在处理不确定性问题时更灵活<sup>[5-8]</sup>.

证据理论, 又称 Dempster-Shafer 证据理论(简称 DS), 由 Dempster 于 1967 年提出, 后经 Shafer 进一步研究和发展<sup>[9]</sup>, 目前已经成为不确定信息表达和处理的有力工具. 但是, 由于证据理论的局限性, 一些学者改进了证据合成法则<sup>[10-11]</sup>, 也有一些学者将确定条件下的证据理论扩展到不确定条件, 提出了基于模糊数的 DS<sup>[12]</sup>和直觉模糊数的 DS 方法<sup>[13-15]</sup>等. 对于属性值和权重均为直觉模糊数的多属性决策问题, 文献<sup>[13]</sup>提出了 2 种决策方法: 第 1 种方法是将每个直觉模糊数看作一条证据, 先合成属性值和相应权重; 然后将所有的属性进行合成, 得到每个方案的信任区间; 最后根据信任区间的大小作出最优决策. 这种方

收稿日期: 2010-10-20; 修回日期: 2011-01-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70671025/G0115).

作者简介: 江红莉(1982—), 女, 博士生, 从事管理决策的研究; 何建敏(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事管理科学与工程等研究.

法的缺陷是只要有一条证据的犹豫度为0, 则与该证据合成后犹豫度始终为0. 第2种方法是基于证据理论的思想将直觉模糊数转化为信任区间; 然后利用区间数集成运算法则进行多属性决策.

针对属性权重和属性值均以直觉模糊数形式给出的多属性群决策问题, 本文将文献[13]给出的第1种方法进行改进和扩展: 将单一决策扩展为群决策, 基于直觉模糊集的相似度确定专家权重, 以此修正证据, 使得犹豫度为0的证据合成后不再为0. 与[14]不同, 本文提出的方法不需进行多等级转换, 直接将直觉模糊数看作证据进行证据合成; 与[15]仅借助于直觉模糊数的犹豫度确定权重不同, 本文通过直觉模糊集相似度来确定专家权重, 然后修正证据, 证据的表示形式从始至终均为直觉模糊数.

## 2 预备知识

### 2.1 证据理论

**定义 1**<sup>[9]</sup> 设  $\theta$  为识别框架, 集函数  $m : 2^\theta \rightarrow [0, 1]$  为框架  $\theta$  上的基本概率分配 (BPA).  $\forall X, Y \subseteq \theta$ , 称由  $\text{Bel}(X) = \sum_{Y \not\subseteq X} m(Y)$  定义的函数  $\text{Bel} : m : 2^\theta \rightarrow [0, 1]$  为  $\theta$  上的信度函数 (belief function); 由  $\text{Pl}(X) = \sum_{X \cap Y \neq \phi} m(Y)$  定义的函数  $\text{Pl} : 2^\theta \rightarrow [0, 1]$  为  $\theta$  上似真函数 (plausibility function);  $\text{Pl}(X)$  为  $X$  的似真度;  $X$  的信任区间为  $\text{BI}(X) = [\text{Bel}(X), \text{Pl}(X)]$ .

**定理 1**<sup>[9]</sup> 设  $\text{Bel}_1, \text{Bel}_2, \dots, \text{Bel}_n$  是同一识别框架  $\theta$  上的信度函数,  $m_1, m_2, \dots, m_n$  是其对应的 Mass 函数, 则有

$$[m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n](A) = \begin{cases} 0, & A = \emptyset; \\ \frac{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = A} m_1(A_1)m_2(A_2) \dots m_n(A_n)}{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \emptyset} m_1(A_1)m_2(A_2) \dots m_n(A_n)}, & A \neq \emptyset. \end{cases} \quad (1)$$

### 2.2 直觉模糊集

**定义 2**<sup>[2]</sup> 设  $X$  是一个非空集合, 则称

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \mid x \in X \rangle \} \quad (2)$$

为直觉模糊集 (IFS). 式中:  $\mu_A(x)$  和  $\nu_A(x)$  分别为  $X$  中元素  $x$  属于  $A$  的隶属度和非隶属度, 即  $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1], x \in X \rightarrow \mu_A(x) \in [0, 1], \nu_A(x) : X \rightarrow [0, 1], x \in X \rightarrow \nu_A(x) \in [0, 1]$ , 且满足  $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1; \pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$  表示  $X$  中元素  $x$  属于  $A$  的犹豫度或不确定度.

在证据理论的框架下,  $\mu_A(x), \nu_A(x), \pi_A(x)$  表示

基本概率分配. 事实上, 直觉模糊集  $A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \mid x \in X \rangle \}$  隐含 3 个假设, 即  $x \in A, x \notin A$  以及不能确定  $x \in A$  或  $x \notin A$  (即犹豫的情况). 基于证据理论的思想, 可以用 yes, no 和 (yes, no) 分别表示  $x \in A, x \notin A$  和  $x \in A$  或  $x \notin A$ . 因此,  $\mu_A(x)$  可以认为是  $x \in A$  的概率或证据, 即有  $m(\text{yes}) = \mu_A(x)$ . 同理, 有  $m(\text{no}) = \nu_A(x), m(\text{yes, no}) = \pi_A(x)$ .

根据证据理论, 直觉模糊集

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \mid x \in X \rangle \}$$

可以改写为

$$A = \{ \langle x, \text{BI}_A(x) \mid x \in X \rangle \}.$$

其中:  $\text{BI}_A(x) = [\text{Bel}_A(x), \text{Pl}_A(x)]$  为信任区间,  $\text{Bel}_A(x) = \mu_A(x), \text{Pl}_A(x) = 1 - \nu_A(x) = \mu_A(x) + \pi_A(x)$ .

**定义 3**<sup>[16]</sup> 设  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  是一个有限集合,  $A_1 = \{ \langle x_j, \mu_{A_1}(x_j), \nu_{A_1}(x_j) \mid x_j \in X \rangle \}$  和  $A_2 = \{ \langle x_j, \mu_{A_2}(x_j), \nu_{A_2}(x_j) \mid x_j \in X \rangle \}$  为直觉模糊集, 直觉模糊集  $A_1$  和  $A_2$  的一个相似性测度为

$$\vartheta = 1 - \left[ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n w_j (|\mu_{A_1}(x_j) - \mu_{A_2}(x_j)|^\lambda + |\nu_{A_1}(x_j) - \nu_{A_2}(x_j)|^\lambda + |\pi_{A_1}(x_j) - \pi_{A_2}(x_j)|^\lambda) \right]^{1/\lambda} \quad (3)$$

其中:  $\lambda \geq 1, w_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n)$  为  $x_j (j = 1, 2, \dots, n)$  的权向量, 且  $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ .

## 3 基于直觉模糊集和证据理论的决策方法

设备选方案集为  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 属性集为  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ , 决策群体集为  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_K\}, K \geq 2; \mu_{ij}^t, \nu_{ij}^t$  和  $\pi_{ij}^t$  分别表示专家  $d_t$  给出的方案  $x_i$  对属性  $C_j$  的满足程度、不满足程度和不确定程度评价. 其中:  $0 \leq \mu_{ij}^t \leq 1, 0 \leq \nu_{ij}^t \leq 1, 0 \leq \pi_{ij}^t \leq 1, \mu_{ij}^t + \nu_{ij}^t + \pi_{ij}^t = 1, i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, K$ .

**定义 4**<sup>[4]</sup> 称矩阵  $A^t = (a_{ij}^t)_{M \times N}$  为专家  $d_t$  的直觉模糊评价矩阵, 其中  $a_{ij}^t = (\mu_{ij}^t, \nu_{ij}^t, \pi_{ij}^t), i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, K$ .

**定义 5** 设  $\rho_j^t, \tau_j^t, \pi_j^t$  为专家  $d_t$  对属性  $c_j \in C$  相对于语义变量“重要”的隶属度、非隶属度和犹豫度的判断. 将专家  $d_t$  对属性  $c_j$  的权重  $w_j$  判断记为

$$w_j^t = (\rho_j^t, \tau_j^t, \pi_j^t),$$

$$j = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, K. \quad (4)$$

**假设 1** yes 表示方案  $x_j$  满足属性  $c_j$  的程度; no 表示方案  $x_j$  不满足属性  $c_j$  的程度; (yes, no) 表示不确定程度 (或称犹豫度), 即不能判断方案  $x_j$  是否满足属性  $c_j$ . 因此, 专家  $d_t$  关于每一对  $x_j, c_j$  的 Mass 函数 (基

本概率分配)为

$$m_1^{ijt}(\text{yes}) = \mu_{ij}^t, m_1^{ijt}(\text{no}) = \nu_{ij}^t, m_1^{ijt}(\text{yes, no}) = \pi_{ij}^t. \quad (5)$$

**假设 2** yes 表示属性  $c_j$  “重要”; no 表示属性  $c_j$  “不重要”; (yes, no) 表示属性  $c_j$  不能判断为“重要”或“不重要”. 因此专家  $d_j$  关于  $c_j$  权重  $w_j$  的 Mass 函数为

$$m_2^{ijt}(\text{yes}) = \mu_{ij}^t, m_2^{ijt}(\text{no}) = \nu_{ij}^t, m_2^{ijt}(\text{yes, no}) = \pi_{ij}^t. \quad (6)$$

**Step 1** 针对每个专家, 合成每个方案的属性值和相应权重.

对于方案  $x_i$  的  $c_j$  属性值而言, 有 2 个证据源, 一是属性的评估值, 二是属性的权重. 基于 D-S 合成法则对这 2 条证据进行合成, 可得到考虑了权重的属性 Mass 函数

$$m_{\text{com}}^{ijt}(A) = \frac{\sum_{B \cap C} m_1^{ijt}(B)m_2^{jt}(C)}{1 - k}. \quad (7)$$

其中

$$k = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1^{ijt}(B)m_2^{jt}(C);$$

$$A, B, C \in \{\text{yes, no}, (\text{yes, no})\}.$$

**Step 2** 针对每个专家, 对每个方案的所有属性(考虑了权重的属性)进行证据合成.

基于直觉模糊数的定义, 可以将  $(m_{\text{com}}^{ijt}(\text{yes}), m_{\text{com}}^{ijt}(\text{no}), m_{\text{com}}^{ijt}(\text{yes, no}))$  看作一条特殊的证据. 因此, 在专家  $d_i$  的决策下, 对于每个方案  $x_i$ , 其属性  $c_1, c_2, \dots, c_N$  的 Mass 函数为

$$M_i^t = \begin{matrix} c_1 \\ \vdots \\ c_j \\ \vdots \\ c_N \end{matrix} \begin{bmatrix} m_{\text{com}}^{i1t}(\text{yes}) & m_{\text{com}}^{i1t}(\text{no}) & m_{\text{com}}^{i1t}(\text{yes, no}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{\text{com}}^{ijt}(\text{yes}) & m_{\text{com}}^{ijt}(\text{no}) & m_{\text{com}}^{ijt}(\text{yes, no}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{\text{com}}^{iNt}(\text{yes}) & m_{\text{com}}^{iNt}(\text{no}) & m_{\text{com}}^{iNt}(\text{yes, no}) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

基于 D-S 合成法则, 对方案  $x_i$  的所有属性进行证据合成, 得到专家  $d_i$  关于方案  $x_i$  的 Mass 函数. 同理, 可得专家  $d_t$  对所有方案的 Mass 函数

$$M^t = \begin{matrix} x_1 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_M \end{matrix} \begin{bmatrix} m_{\text{com}}^{1t}(\text{yes}) & m_{\text{com}}^{1t}(\text{no}) & m_{\text{com}}^{1t}(\text{yes, no}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{\text{com}}^{it}(\text{yes}) & m_{\text{com}}^{it}(\text{no}) & m_{\text{com}}^{it}(\text{yes, no}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{\text{com}}^{Mt}(\text{yes}) & m_{\text{com}}^{Mt}(\text{no}) & m_{\text{com}}^{Mt}(\text{yes, no}) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$t = 1, 2, \dots, K.$$

为了求出专家权重, 将式 (9) 改写成如下集合的形式:

$$M^t = \{ \langle x_1, m_{\text{com}}^{1t}(\text{yes}), m_{\text{com}}^{1t}(\text{no}) \rangle, \langle x_2, m_{\text{com}}^{2t}(\text{yes}), m_{\text{com}}^{2t}(\text{no}) \rangle, \dots, \langle x_M, m_{\text{com}}^{Mt}(\text{yes}), m_{\text{com}}^{Mt}(\text{no}) \rangle \},$$

$$t = 1, 2, \dots, K. \quad (10)$$

**Step 3** 确定专家权重、相对权重, 修正证据.

基于式 (3), 计算任意 2 个专家的相似度, 进而得到相似度矩阵  $\vartheta = (\vartheta_{it})_{K \times K}$ . 进一步计算专家  $d_t$  的权重为

$$w_{d_t} = \frac{\sum_{t=1, t \neq i}^K \vartheta_{it}}{\sum_{i=1}^K \left( \sum_{t=1, t \neq i}^K \vartheta_{it} \right)}, \quad t = 1, 2, \dots, K. \quad (11)$$

$w_{d_t}$  反映的是专家  $d_t$  提供的证据被其他专家所提供证据支持的程度. 显然, 该条证据与其他证据的相似测度的总和越大, 表明其他证据支持该条证据的程度越高, 该条证据越可信, 该专家越应该被赋予较大的权重. 因此, 基于相似度确定专家的权重是合理的. 首先, 确定权重系数最大的专家为关键专家, 其权重系数为

$$w_{\text{max}} = \max(w_{d_1}, w_{d_2}, \dots, w_{d_K}); \quad (12)$$

然后, 得到各专家相对权重向量

$$w^* = [w_{d_1}, w_{d_2}, \dots, w_{d_K}] / w_{\text{max}}. \quad (13)$$

由此可确定证据基本概率分配的“折扣因子”

$$\alpha_{d_i} = w_{d_i} / w_{\text{max}}. \quad (14)$$

根据“折扣因子”对证据进行修正, 即

$$m_i^*(A_k) = \alpha_{d_i} m_{\text{com}}^{it}(A_k), \quad A_k \subseteq \{\text{yes, no}\}, \quad (15)$$

$$m_i^*(\text{yes, no}) = 1 - \sum m_i^*(A_k). \quad (16)$$

**Step 4** 对每一个方案合成所有的专家证据.

利用修正后的证据, 合成所有专家的 Mass 函数, 进而得到每个方案的信任区间, 即

$$\text{BI}_{\text{com}}(x_i) = [\text{Bel}(x_i), \text{Pl}(x_i)], \quad i = 1, 2, \dots, M.$$

**Step 5** 比较方案的信任区间, 进行最优决策.

**定义 6** 设方案  $x_i, x_j$  的信任区间分别为

$$\text{BI}_{\text{com}}(x_i) = [\text{Bel}(x_i), \text{Pl}(x_i)],$$

$$\text{BI}_{\text{com}}(x_j) = [\text{Bel}(x_j), \text{Pl}(x_j)].$$

方案  $x_i$  优于方案  $x_j$  的可能度为

$$P_{ij} = P(x_i > x_j) = \begin{cases} 1, & \text{Bel}(x_i) > \text{Pl}(x_j); \\ \frac{\text{Pl}(x_i) - \text{Bel}(x_j)}{[\text{Pl}(x_i) - \text{Bel}(x_i)] + [\text{Pl}(x_j) - \text{Bel}(x_j)]}, & \text{Pl}(x_i) > \text{Bel}(x_j), \text{Bel}(x_i) < \text{Pl}(x_j); \\ 0, & \text{Pl}(x_i) \leq \text{Bel}(x_j). \end{cases} \quad (17)$$

由式(17)可得任意方案两两比较的可能度矩阵  $P=(p_{ij})_{M \times M}$ , 从而根据排序的计数法<sup>[17]</sup>可以得到方案的排序.

### 4 数值分析

社会保障基金(简称社保基金)是指依据国家法律、法规和政策的规定, 为满足社会保障的需要, 通过各种渠道, 采取各种形式筹集到的用于社会保障各项用途的专项资金. 为使社会保障基金试水资本市场, 2001年, 我国成立了全国社会保障基金理事会, 负责管理运营全国社会保障基金(简称全国社保基金). 按照《全国社会保障基金投资管理暂行办法》的规定, 这部分基金的管理主要采用委托投资管理的模式, 即委托基金公司等金融机构(目前主要是一些基金公司)作为投资管理人来投资运营全国社保基金. 目前, 已有9家国内基金管理公司被选为投资管理人, 管理着以“1”, “2”, “5”和“6”开头的4个系列的全国社保基金投资组合.

考虑到全国社保基金数量不断增大, 全国社保基金理事会拟从符合《全国社会保障基金投资管理暂行

办法》规定的某3家基金公司中挑选一家最优秀的基金公司作为全国社保基金投资管理人之一. 将这3家基金公司分别记为  $x_1, x_2, x_3$ , 即备选方案集为  $X=\{x_1, x_2, x_3\}$ . 《股市动态分析》杂志社探索创建了国内首个基金公司价值评估体系, 本文便借鉴该评估体系从基金公司的基本实力( $c_1$ ), 管治能力( $c_2$ ), 投资管理能力( $c_3$ )和研发创新能力( $c_4$ )等4个方面对基金公司进行综合比较, 即属性集为  $C=\{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ . 为了使选择结果公平合理, 从金融投资部门、金融监管机构和金融研究机构聘请了3位专家组成智囊团进行决策, 即专家群体记为  $D=\{d_1, d_2, d_3\}$ . 经专家讨论, 给出了属性  $c_1, c_2, c_3, c_4$  的权重, 均为直觉模糊数, 见表1.

表1 属性的权重

属性			
$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
权重 (0.35, 0.2, 0.45)	(0.2, 0.4, 0.4)	(0.25, 0.4, 0.35)	(0.2, 0.5, 0.3)

专家  $d_1, d_2, d_3$  给出的基金公司  $x_1, x_2, x_3$  的属性  $c_1, c_2, c_3, c_4$  相对于“优秀”的评估值如表2所示.

表2 专家对基金公司属性的评估

专家	公司	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
$d_1$	$x_1$	(0.5, 0.15, 0.35)	(0.3, 0.2, 0.5)	(0.55, 0.1, 0.35)	(0.4, 0.35, 0.25)
	$x_2$	(0.3, 0.2, 0.5)	(0.65, 0.1, 0.25)	(0.45, 0.2, 0.35)	(0.55, 0.15, 0.3)
	$x_3$	(0.75, 0.05, 0.2)	(0.6, 0.1, 0.3)	(0.25, 0.2, 0.55)	(0.3, 0.2, 0.5)
$d_2$	$x_1$	(0.25, 0.3, 0.45)	(0.7, 0.1, 0.2)	(0.45, 0.15, 0.4)	(0.6, 0.1, 0.3)
	$x_2$	(0.4, 0.25, 0.35)	(0.65, 0.1, 0.25)	(0.3, 0.4, 0.3)	(0.7, 0.1, 0.2)
	$x_3$	(0.6, 0.1, 0.3)	(0.75, 0.1, 0.15)	(0.35, 0.2, 0.45)	(0.45, 0.2, 0.35)
$d_3$	$x_1$	(0.5, 0.15, 0.35)	(0.7, 0.05, 0.25)	(0.6, 0.1, 0.3)	(0.4, 0.25, 0.35)
	$x_2$	(0.25, 0.3, 0.45)	(0.5, 0.15, 0.35)	(0.35, 0.2, 0.45)	(0.55, 0.15, 0.3)
	$x_3$	(0.65, 0.2, 0.15)	(0.55, 0.15, 0.3)	(0.3, 0.2, 0.5)	(0.25, 0.45, 0.3)

基于式(7), 对于每一个专家, 先将属性值与相应权重进行证据合成; 然后合成同一方案的所有属性, 得到该专家关于基金公司  $x_1, x_2, x_3$  的 Mass 函数. 同样, 可以得到所有专家对所有基金公司的 Mass 函数, 见表3.

表3 基金公司  $x_1, x_2, x_3$  的 Mass 函数

专家	基金公司	$m_{com}^{1t}(yes)$	$m_{com}^{1t}(no)$	$m_{com}^{1t}(yes, no)$
$d_1$	$x_1$	0.659 1	0.337 6	0.003 3
	$x_2$	0.787 8	0.209 4	0.002 8
	$x_3$	0.880 4	0.117 1	0.002 5
$d_2$	$x_1$	0.817 5	0.180 1	0.002 4
	$x_2$	0.792 0	0.206 5	0.001 5
	$x_3$	0.869 8	0.128 6	0.001 6
$d_3$	$x_1$	0.874 6	0.123 5	0.001 9
	$x_2$	0.730 6	0.267 9	0.001 5
	$x_3$	0.624 8	0.373 4	0.001 9

首先在不考虑方案偏好的情况下, 即式(3)中的  $w_j (j=1, 2, \dots, n)$  相等, 均为  $1/n$  (此处  $w_j=1/3, j=1, 2, 3$ ), 并令  $\lambda=2$ , 用式(3)计算任意2个专家的相似

度, 进而得到专家  $d_1, d_2, d_3$  的相似度矩阵; 然后根据式(11)~(14)确定专家的权重和相对权重, 运用式(15)和(16)修改证据; 最后针对每一个方案对所有的专家进行证据合成, 结果见表4.

表4 专家  $d_1, d_2, d_3$  关于基金公司  $x_1, x_2, x_3$  的证据合成结果

$x_1$	$x_2$	$x_3$
(0.965 2, 0.034 1, 0.000 7)	(0.974 8, 0.025 2, 0)	(0.927 4, 0.072 1, 0.000 5)

由表4可知, 基金公司  $x_1$  的信任区间为

$$BI_{com}(x_1) = [0.965 2, 0.965 9];$$

基金公司  $x_2$  的信任区间为

$$BI_{com}(x_2) = [0.974 8, 0.974 8];$$

基金公司  $x_3$  的信任区间为

$$BI_{com}(x_3) = [0.927 4, 0.927 9].$$

利用式(17)和排序计数法比较基金公司  $x_1, x_2, x_3$  的信任区间, 可得  $x_2 \succ x_1 \succ x_3$ , 因此应选择基金公司

$x_2$  作为社保基金投资管理人. 由以上计算过程可以发现, 随着证据合成次数的增多, 直觉模糊数的犹豫度, 即  $m(\text{yes}, \text{no})$  不断变小, 最终可能会为 0. 通过直觉模糊集的相似度确定专家权重、修正证据, 可有效地减缓犹豫度趋向于 0 的速度. 同样, 对于犹豫度为零的证据, 采用本文的方法修正证据, 可以使得经证据合成后的犹豫度不再为 0.

## 5 结 论

针对属性值和权重均为直觉模糊数的多属性决策问题, 本文提出了一种基于直觉模糊数和证据理论的群决策方法. 首先, 将属性值和权重(直觉模糊数)看作两类证据源进行 DS 证据合成, 从而得到考虑权重的属性值; 其次, 对同一专家、同一方案的所有属性进行证据合成, 得到专家关于所有方案的基本概率分配; 再次, 在不考虑方案偏好的情况下, 基于直觉模糊集相似度测度得出专家的客观权重, 进而得到专家的相对权重; 然后, 对每个专家关于所有方案的基本概率分配进行修正, 对修正后的基本概率分配进行合成, 得到每个方案的信任区间, 并通过比较信任区间的大小对方案进行排序, 选择最优的决策方案; 最后, 以“社保基金投资管理人选择”为例, 采用本文提出的方法进行决策. 研究结果表明, 本文方法是可行、有效的.

## 参考文献(References)

- [1] Zadeh A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.
- [2] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [3] Atanassov K. More on intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33(1): 37-46.
- [4] 汤少梁, 巩在武. 直觉模糊评价矩阵群决策[J]. 系统工程, 2007, 25(6): 79-83.  
(Tang S L, Gong Z W. Group decision making based on intuitionistic fuzzy appraisal matrix[J]. Systems Engineering, 2007, 25(6): 79-83.)
- [5] Szmidt E, Kacprzyk J. Entropy for intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118(3): 467-477.
- [6] Xu Z S, Yager R R. On correlation measures of intuitionistic fuzzy sets[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2006, 42(24): 16-24.
- [7] Xu Z S, Yager R R. Dynamic intuitionistic fuzzy multi-attribute decision making[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2008, 48(1): 246-262.
- [8] 卫贵武. 基于投影的直觉模糊数多属性决策方法[J]. 管理学报, 2009, 6(9): 1154-1156.  
(Wei G W. Decision-making based on projection for intuitionistic fuzzy multiple attributes[J]. Chinese J of Management, 2009, 6(9): 1154-1156.)
- [9] Shafer G A. Mathematical theory of evidence[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976: 35-57.
- [10] Deng Y, Shi W K, Zhu Z F, et al. Combining belief functions based on distance of evidence[J]. Decision Support Systems, 2004, 38(3): 489-493.
- [11] Yamada K. A new combination of evidence based on compromise[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2008, 159(13): 1689-1708.
- [12] 郭惠昕. 基于模糊集的证据组合方法及其应用[J]. 控制与决策, 2008, 23(2): 229-232.  
(Guo H X. Approach to evidence combination based on fuzzy theory and its applications[J]. Control and Decision, 2008, 23(2): 229-232.)
- [13] Dymova L, Sevastjanov P. An interpretation of intuitionistic fuzzy sets in terms of evidence theory: Decision making aspect[J]. Knowledge-based Systems, 2010, 23(8): 772-782.
- [14] 张肃, 申卯兴, 王颖龙. 基于证据组合的直觉模糊群决策方法[J]. 军事运筹与系统工程, 2007, 21(3): 32-42.  
(Zhang S, Shen M X, Wang Y L. Group decision-making based on evidence combination of intuitionistic fuzzy set[J]. Military Operations Research and Systems Engineering, 2007, 21(3): 32-42.)
- [15] 梁昌勇, 张恩桥, 戚筱雯, 等. 一种评价信息不完全的混合型多属性群决策方法[J]. 中国管理科学, 2009, 17(4): 126-142.  
(Liang C Y, Zhang E Q, Qie X W, et al. A method of multi-attribute group decision making with incomplete hybrid assessment information[J]. Chinese J of Management Science, 2009, 17(4): 126-142.)
- [16] Xu Z S. Some similarity measures of intuitionistic fuzzy sets and their applications to multiple attribute decision making[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2007, 6(2): 109-121.
- [17] 孙海龙, 姚卫星. 区间数排序方法评述[J]. 系统工程学报, 2010, 25(3): 304-312.  
(Sun H L, Yao W X. Comments on methods for ranking interval numbers[J]. J of Systems Engineering, 2010, 25(3): 304-312.)