文章编号: 1001-0920 (2012) 04-0632-04

基于优势关系的多属性决策对象排序研究

刘 健[1,2], 刘思峰[1], 吴顺祥[3]

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 210016；2. 宾夕法尼亚州立大学 信息科学与技术学院，斯泰特科利奇16802；3. 厦门大学 信息科学与技术学院，福建 厦门 361005)

摘　要: 多属性决策问题的实质是利用已有的决策信息, 通过一定方式对备选方案进行分析、排序、择优和评价, 以找到一种简捷方便的排序方法. 鉴于此, 针对属性值为区间数的多属性决策问题, 首先提出区间数向联系数的转化及联系数可能度; 然后根据可能度大小提出区间数及决策对象优势关系, 并根据优势关系及联系数可能度大小提出几种新的排序算法; 最后以实际投票决策问题为例验证了上述排序算法.

关键词: 多属性决策；区间数；联系数；优势关系；优势矩阵

中图分类号: C934　　**文献标识码:** A

Ranking research based on dominant relation for multiple-attribute decision making object

LIU Jian[1,2], *LIU Si-feng*[1], *WU Shun-xiang*[3]

(1. College of Economics and Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016, China；2. College of Information Sciences and Technology，The Pennsylvania State University，State College 16802, USA；3. College of Information Science and Technology，Xiamen University，Xiamen 361005，China．Correspondent: WU Shun-xiang，E-mail：wsx1009@163.com)

Abstract: The essence of multiple attribute decision making is to use the present decision-making information to sort analyze, rank and evaluate the alternatives, so as to find out the easiest and correct way to rank. For the multiple attribute decision making problem of attribute value within interval number, transformation methods for interval number into connection number is proposed. Then, the connection number is used as possibility degree formula for those numbers between two interval numbers. And the magnitude of interval number is tested for decision making advantage matrix according to its possibility degree. Finally, examples of voting problem show that this ranking method is logical and feasible.

Key words: multiple attribute decision making；interval number；connection number；dominance relation；advantage matrix

1 引　言

不完备信息系统多属性决策问题[1-3]是现代决策科学的一个重要组成部分, 其理论和方法在工程设计、经济和管理等诸多领域有着广泛的应用, 如投资决策、项目评估、维修服务、工厂选址、投资招标和经济效益综合评价等. 目前, 针对多属性决策问题研究的一般思想是: 统一数据量纲, 确定属性权重, 信息融合, 排序择优, 等级划分, 其中如何找到一种简便且准确的排序方法是一个非常重要的研究方向.

随着人们考虑问题的不确定性及思维的模糊性, 在决策过程中, 决策信息会以区间数的形式出现. 目前, 针对属性值为区间数决策对象的常见排序方法有: 概率论法[2]、最小偏差法[3]、特征向量法[4]、一致修正算法[5]、粗糙集法[6]、中转算法[1]和 VIKOR 法[7]等. 找到一种简便且合理的针对区间数的排序算法是本文的研究重点. 本文借鉴粗糙集优势关系[8]与区间数可能度的相关知识, 将区间数优势关系[9]引入多属性决策对象排序问题, 并在此基础之上, 提出基于属性值优势关系排序方法. 本文的创新之处在于: 提出了区间数优势关系, 并将其应用于区间数排序[10]问题, 利用优势关系对决策对象进行排序并择优. 在此基础上, 针对决策者需要获得排序后相邻两个决策对象之

收稿日期: 2010-09-18；**修回日期:** 2010-12-13.

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划培育项目(90924022)；国家社科重点项目(08AJY024).

作者简介: 刘健(1982−), 男, 博士生, 从事不完备信息系统的研究；刘思峰(1955−), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、数量经济学等研究.

间的优势度数值, 提出用区间数的优势矩阵排序法.

2　区间数及其优势关系

本文仅对属性值为区间数的多属性决策问题进行研究.

2.1　区间数及其运算

定义 1　记 $\tilde{a} = [a^L, a^U] = \{x | a^L \leqslant x \leqslant a^U,\ a^L, a^U \in R\}$. 其中: $\tilde{a}$ 为区间数[1], a^L 为该区间数的左端点, a^U 为右端点. 若 $a^L = a^U$, 则 $\tilde{a}$ 退化为实数.

区间数还可表示为 $\tilde{a} = \langle m(\tilde{a}), w(\tilde{a})\rangle$. 其中: $m(\tilde{a}) = a^L + a^U/2$ 为 $\tilde{a}$ 的中点, 反映了 $\tilde{a}$ 的大小; $w(\tilde{a})$ 为 $\tilde{a}$ 的半宽, 反映了 $\tilde{a}$ 的不确定程度, 当 $w(\tilde{a}) = 0$ 时, 区间数 $\tilde{a}$ 退化为实数.

区间数中值 $m(\tilde{a})$ 是确定的, 区间数的左端点 a^L 与右端点 a^U 之间的数是不确定的, a^L 与 a^U 仅给出取值范围. 因此, 区间数是确定与不确定的统一.

设 $\tilde{a} = [a^L, a^U]$, $\tilde{b} = [b^L, b^U]$, $k \geqslant 0$, 则有如下对于区间数的运算法则[1]:

法则 1　$\tilde{a} + \tilde{b} = [a^L + b^L, a^U + b^U]$.

法则 2　$k\tilde{a} = [ka^L, ka^U], k \geqslant 0$, 特别地, 若 $k = 0$, 则 $k\tilde{a} = 0$.

法则 3　$\tilde{a} - \tilde{b} = [a^L - b^L, a^U - b^U]$.

2.2　区间数向联系数的转化

2.2.1　$a + bi$ 型联系数

定义 2　设 R 为实数集, 若 $0 < a, b \in R$, 则称 $a + bi (i \in [-1, 1])$ 为联系数[11].

引入一个投票决策问题: 假设 10 个人投票, 7 人赞成, 3 人弃权, 其投票结果用联系数表示为 $u = 7 + 3i$. 其中: 3 为不确定部分 (投弃权票的人数); i 的取值可按特殊值来取, 如取 $i = 0,\ i = 0.5,\ i = 0.6$ 等, 也可以用统计实验和其他方法确定.

根据区间数确定与不确定的特点, 在区间数中, 将区间数的中值与联系数的确定量相对应, 即令 $a = m(\tilde{a})$; 区间数 $\tilde{a}$ 的半宽 $w(\tilde{a})$ 与联系数的不确定部分相对应, 即 $b = w(\tilde{a})$. 则区间数 $\tilde{a}$ 可以转化为 $a + bi$ 型联系数, 从而有

$$\tilde{a} = m(\tilde{a}) + w(\tilde{a})i,\ i \in [-1, 1]. \tag{1}$$

显然, 当 $i = -1$ 时, 有 $\tilde{a} = a^L$; 当 $i = 1$ 时, 有 $\tilde{a} = a^U$, 其中 [−1,1] 为 i 的论域. 式 (1) 为区间数向联系数的转换式, 在联系数的基础上对区间数的排序问题进行研究.

2.2.2　联系数的运算

定义 3　设

$$\tilde{a} = [a^L, a^U] = m(\tilde{a}) + w(\tilde{a})i,\ i \in [-1, 1];$$
$$\tilde{b} = [b^L, b^U] = m(\tilde{b}) + w(\tilde{b})i,\ i \in [-1, 1].$$

则有

$$\tilde{a} + \tilde{b} = (m(\tilde{a}) + m(\tilde{b})) + (w(\tilde{a}) + w(\tilde{b}))i,\ i \in [-1, 1];$$
$$\tilde{a} - \tilde{b} = (m(\tilde{a}) - m(\tilde{b})) + (w(\tilde{a}) + w(\tilde{b}))i,\ i \in [-1, 1].$$

2.3　区间数的可能度与优势关系

定义 4　设 $\tilde{a} = [a^L, a^U]$ 和 $\tilde{b} = [b^L, b^U]$ 均为区间数, 且记 $l_{\tilde{a}} = a^U - a^L$, $l_{\tilde{b}} = b^U - b^L$, 根据文献 [12] 有

$$p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = \begin{cases} 1,\ a^L \geqslant b^U; \\ (a^U - b^L)/(l_{\tilde{a}} + l_{\tilde{b}}),\ a^U > b^L \bigwedge a^L < b^U; \\ 0,\ a^U \leqslant b^L. \end{cases} \tag{2}$$

其中 $p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b})$ 为 $\tilde{a} \geqslant \tilde{b}$ 的可能度.

2.3.1　$a + bi$ 型联系数的可能度

定义 5　设 [−1,1] 为 i 的论域, $\mu(i)$ 为 i 的取数域, 称

$$p(i) = \mu(i)/2 \tag{3}$$

为 i 的取数可能度.

由区间数转化的 $a + bi$ 型联系数可以得到 $p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b})$ 可能度的另一种形式, 即

$$p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = \begin{cases} 1,\ i = 1 \bigwedge \tilde{a} - \tilde{b} > 0; \\ p(i),\ \ -1 < i < 1 \bigwedge \tilde{a} - \tilde{b} > 0; \\ 0,\ i = -1 \bigwedge \tilde{a} - \tilde{b} < 0. \end{cases} \tag{4}$$

下面证明式 (2) 与 (4) 是等价的.

证明　1) 若 $i = 1 \bigwedge \tilde{a} - \tilde{b} > 0 \Rightarrow a^L \geqslant b^U$ 成立, 则 $p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = 1$ 成立.

2) 若 $i = -1 \bigwedge \tilde{a} - \tilde{b} < 0 \Rightarrow a^U \leqslant b^L$ 成立, 则 $p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = 0$ 成立.

3) 当 $-1 < i < 1$ 时, 有

$$\tilde{a} - \tilde{b} > 0 \Rightarrow m(\tilde{a}) - m(\tilde{b}) + [w(\tilde{a}) + w(\tilde{b})]i > 0,$$

即 $i > (m(\tilde{b}) - m(\tilde{a}))/(w(\tilde{a}) + w(\tilde{b}))$.

因为 $i \in [-1, 1]$, 由式 (3) 可知

$$p(i) = \Big(1 - \frac{m(\tilde{b}) - m(\tilde{a})}{w(\tilde{a}) + w(\tilde{b})}\Big)\Big/2.$$

由定义 1 和定义 3 可知

$$p(i) = \Big(1 - \frac{m(\tilde{b}) - m(\tilde{a})}{w(\tilde{a}) + w(\tilde{b})}\Big)\Big/2 = \frac{a^U - b^L}{l_{\tilde{a}} + l_{\tilde{b}}}.$$

综上所述可知式 (4) 成立. □

定义 6　设区间数 $\tilde{a} = [a^L, a^U]$, $\tilde{b} = [b^L, b^U]$, 如果范数

$$\|\tilde{a} - \tilde{b}\| = |a^L - b^L| + |a^U - b^U|, \tag{5}$$

则称 $d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \|\tilde{a} - \tilde{b}\|$ 为区间数 $\tilde{a}$ 和 $\tilde{b}$ 的相离度[1-4]. 显然 $d(\tilde{a}, \tilde{b})$ 越大, $\tilde{a}$ 与 $\tilde{b}$ 的相离程度越大, 当 $d(\tilde{a}, \tilde{b}) = 0$ 时, 有 $\tilde{a} = \tilde{b}$, 即 $\tilde{a}$ 和 $\tilde{b}$ 相等.

定义 7　若 $x^* = (\tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*, \cdots, \tilde{x}_m^*)$ 为理想序列[1],

则有

$$\tilde{x}_j^{*^+}=[x_j^{*L^+},x_j^{*U^+}]=[\max_{1\leqslant i\leqslant n}(x_{ij}^L),\max_{1\leqslant i\leqslant n}(x_{ij}^U)],$$

$$j=1,2,\cdots,m$$

为正理想点, 越大越好; 而

$$\tilde{x}_j^{*^-}=[x_j^{*L^-},x_j^{*U^-}]=[\min_{1\leqslant i\leqslant n}(x_{ij}^L),\min_{1\leqslant i\leqslant n}(x_{ij}^U)],$$

$$j=1,2,\cdots,m$$

为负理想点, 越小越好.

由理想点[1-2]构成的序列为理想特征序列 $\tilde{x}^*=(\tilde{x}_1^*,\tilde{x}_2^*,\cdots,\tilde{x}_m^*)$, 即理想最优决策对象.

2.3.2 区间数优势关系

定理 1 设两区间数 $\tilde{a}=[a^L,a^U]$, $\tilde{b}=[b^L,b^U]$, 当由正理想点构成的对象为最优决策对象时, 若

$$p(\tilde{a}\geqslant\tilde{b})>1/2, \tag{6}$$

则区间数 $\tilde{a}$ 比 $\tilde{b}$ 占优势, 记为 $\tilde{a}\succ\tilde{b}$, 因为正理想点最优时, 区间数大的在决策中占优势.

推论 1 1) 若 $\tilde{c}^{*^+}=[c^{*L^+},c^{*U^+}]$ 为正理想点, 则当且仅当正理想点构成的方案为最优决策方案时, 有

$$\tilde{a}\succ\tilde{b}\Leftrightarrow\begin{cases}p(\tilde{a}\geqslant\tilde{b})>1/2,\\ a^L+a^U>b^L+b^U,\\ m(\tilde{a})>m(\tilde{b}),\\ d(\tilde{a},\tilde{c}^{*^+})<d(\tilde{b},\tilde{c}^{*^+}).\end{cases} \tag{7}$$

2) 若 $\tilde{c}^{*^-}=[c^{*L^-},c^{*U^-}]$ 为负理想点, 则当且仅当正理想点构成的方案为最优决策方案时, 有

$$\tilde{a}\succ\tilde{b}\Leftrightarrow\begin{cases}p(\tilde{a}\geqslant\tilde{b})<1/2,\\ a^L+a^U<b^L+b^U,\\ m(\tilde{a})<m(\tilde{b}),\\ d(\tilde{a},\tilde{c}^{*^-})<d(\tilde{b},\tilde{c}^{*^-}).\end{cases} \tag{8}$$

证明 1) 若 $p(\tilde{a}\geqslant\tilde{b})=1\Leftrightarrow a^L\geqslant b^U\Rightarrow a^L+a^U>b^L+b^U$ 成立, 则由式 (3) 可知, 有

$$p(\tilde{a}\geqslant\tilde{b})=\frac{a^U-b^L}{l_{\tilde{a}}+l_{\tilde{b}}}>\frac{1}{2}\Rightarrow a^L+a^U>b^L+b^U.$$

由式 (5) 可知, 当

$$p(\tilde{a}\geqslant\tilde{b})=p(i)=\Big(1-\frac{m(\tilde{b})-m(\tilde{a})}{w(\tilde{a})+w(\tilde{b})}\Big)\Big/2>\frac{1}{2}$$

时, 有

$$\frac{m(\tilde{b})-m(\tilde{a})}{w(\tilde{a})+w(\tilde{b})}<0\Rightarrow a^l+a^U>b^L+b^U.$$

因为 $\tilde{c}^{*^+}=[c^{*L^+},c^{*U^+}]$ 为正理想点, 所以 $c^{*L^+}\geqslant\max\{a^L,b^L\}$, $c^{*U^+}\geqslant\max\{a^U,b^U\}$. 进而可得

$$d(\tilde{c}^{*^+},\tilde{a})=(c^{*L^+}+c^{*U^+})-(a^L+a^U),$$

$$d(\tilde{c}^{*^+},\tilde{b})=(c^{*L^+}+c^{*U^+})-(b^L+b^U).$$

当 $a^L+a^U>b^L+b^U$ 时, $d(\tilde{c}^{*^+},\tilde{a})<d(\tilde{c}^{*^+},\tilde{b})$. 又因为 $a^L+a^U=2m(\tilde{a})$, $b^L+b^U=2m(\tilde{b})$, 所以当 $a^L+a^U>b^L+b^U$ 时, $m(\tilde{a})>m(\tilde{b})$ 成立. 综上所述可知式 (7) 成立, 同理可证式 (8) 也成立. □

式 (7) 和 (8) 表明, 区间数的优势大小与区间数的可能度大小、区间数与理想点之间的相离度大小、区间数转化为联系数后的确定部分数值大小之间均等价.

定理 2 设 $A=\{\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\cdots,\tilde{a}_m\}$, $B=\{\tilde{b}_1,\tilde{b}_2,\cdots,\tilde{b}_m\}$ 为由区间数构成的决策对象, 当且仅当分别由正理想点构成的对象为最优决策对象, $C=\{\tilde{c}_1^{*^+},\tilde{c}_2^{*^+},\cdots,\tilde{c}_m^{*^+}\}$ 为正理想决策对象, 且

$$\tilde{a}_j=[a_j^L,a_j^U],\ \tilde{b}_j=[b_j^L,b_j^U],\ j=1,2,\cdots,m;$$

$$p\Big(\sum_{j=1}^m\tilde{a}_j\geqslant\sum_{j=1}^m\tilde{b}_j\Big)>1/2 \tag{9}$$

时, 决策对象 A 与 B 相比占优势, 记为 $A\succ B$.

推论 2 1) 若 $\tilde{c}_m^{*^+}=[\tilde{c}_m^{*L^+},\tilde{c}_m^{*U^+}]$, 当且仅当分别由正理想点构成的方案为最优决策方案时, 有

$$A\succ B\Leftrightarrow\begin{cases}P\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{a}_j\geqslant\sum\limits_{j=1}^m\tilde{b}_j\Big)>1/2,\\ \sum\limits_{i=1}^m(a_i^L+a_i^U)>\sum\limits_{i=1}^m(b_i^L+b_i^U),\\ m\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{a}_j\Big)>m\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{b}_j\Big),\\ d\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{a}_j,\sum\limits_{j=1}^m\tilde{c}_j^{*^+}\Big)<d\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{b}_j,\sum\limits_{j=1}^m\tilde{c}_j^{*^+}\Big).\end{cases} \tag{10}$$

2) 若 $\tilde{c}_m^{*^-}=[\tilde{c}_m^{*L^-},\tilde{c}_m^{*U^-}]$, 当且仅当分别由负理想点构成的方案为最优决策方案时, 有

$$A\succ B\Leftrightarrow\begin{cases}P\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{a}_j\geqslant\sum\limits_{j=1}^m\tilde{b}_j\Big)<1/2,\\ \sum\limits_{i=1}^m(a_i^L+a_i^U)<\sum\limits_{i=1}^m(b_i^L+b_i^U),\\ m\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{a}_j\Big)<m\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{b}_j\Big),\\ d\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{a}_j,\sum\limits_{j=1}^m\tilde{c}_j^{*^-}\Big)<d\Big(\sum\limits_{j=1}^m\tilde{b}_j,\sum\limits_{j=1}^m\tilde{c}_j^{*^-}\Big).\end{cases} \tag{11}$$

推论 2 将属性值为区间数多属性决策对象排序问题转化为对实数大小的排序, 证明过程与推论 1 类似, 此略.

3 实例分析

设某投资公司对某生产厂商进行投资, 现有 4 个公司入围, 分别为汽车公司、食品公司、电脑公司、军火公司, 用 $U=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$ 表示. 该投资公司主要

从风险因素 c_1, 公司成长因素 c_2, 环境因素 c_3 三个方面进行考虑. 100 位专家对上述 4 个方案在 3 个因素下的可行性分别投票, 投票结果 (赞成票、反对票、弃权票) 如表 1 所示, 试选择最优投资方案.

表 1　投票结果

U	c_1	c_2	c_3
x_1	$[45,65]$	$[50,70]$	$[20,45]$
x_2	$[65,75]$	$[65,75]$	$[55,85]$
x_3	$[45,65]$	$[55,65]$	$[55,80]$
x_4	$[75,85]$	$[65,80]$	$[35,85]$

表 1 虽然在 3 个不同因素下进行投票, 但其数据只是投票结果, 因此所有数据具有相同的物理意义, 无需进行归一化处理, 直接进行数据分析与信息融合即可得到相同的决策结果, 并且在 3 个因素下通过数据反映的投票结果均为效益型指标.

根据文献 [12] 基于区间数优势关系的赋权公式对表 1 数据求权重向量为

$$\omega = (0.380\,3,\ 0.372\,5,\ 0.247\,2).$$

由法则 1 和法则 2 可得加权综合属性值为

$$\tilde{z}_i(\omega) = ([40.682\,5,\ 61.918\,5],\ [62.528,\ 77.472],\ [51.197,\ 68.708],\ [61.387,\ 83.137\,5]).$$

利用式 (10) 分别进行排序, 结果如下:

1) 根据综合属性值两端点之和排序, 有

$$\sum_{l=1}^{4}(x^L_{1\omega_{c_l}} + x^U_{1\omega_{c_l}}) = 102.601,$$

$$\sum_{l=1}^{4}(x^L_{2\omega_{c_l}} + x^U_{2\omega_{c_l}}) = 140,$$

$$\sum_{l=1}^{4}(x^L_{3\omega_{c_l}} + x^U_{3\omega_{c_l}}) = 119.905,$$

$$\sum_{l=1}^{4}(x^L_{4\omega_{c_l}} + x^U_{4\omega_{c_l}}) = 144.524\,5.$$

根据式 (10) 可知决策对象排序为 $x_4 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_1$, 最优决策方案为 x_4.

2) 根据区间数转化的联系数排序, 有

$$m(x_1) = 51.300\,5,\ m(x_2) = 70,$$

$$m(x_3) = 59.952\,5,\ m(x_4) = 72.262\,3.$$

根据式 (10) 可知, 决策对象排序为 $x_4 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_1$, 最优决策方案为 x_4.

3) 根据各决策对象与理想对象之间的相离度排序, 由定义 7 可知理想对象为

$$C^{*^+} = \{[75,85],\ [65,80],\ [55,85]\}.$$

根据法则 1 和法则 2 可知, 理想对象的加权综合属性值为 $\tilde{z}_i(C^{*+}) = [64.686\,5, 83.137\,5]$, 根据定义 6 可知, 各决策对象与理想对象之间的相离度为

$$d(x_1, C^{*^+}) = 45.223,\ d(x_2, C^{*^+}) = 7.824,$$

$$d(x_3, C^{*^+}) = 27.919,\ d(x_4, C^{*^+}) = 3.299\,5.$$

根据式 (10) 可知, 决策对象排序为 $x_4 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_1$, 最优决策方案为 x_4.

利用上述 3 种不同且等价的排序方法能够得到完全相同的结果. 经验证可知, 对数据按照优势关系赋权后, 利用推论 2 的结论与模糊互补判断矩阵排序同样可以得到相同结果. 但利用推论 2 排序无法得到相邻两个决策对象之间的优势度数值, 针对这一情况, 提出一种优势矩阵排序法.

根据文献 [12], 决策对象优势度为

$$p(x_j \succ x_k) = p\Big(\sum_{i=1}^{m}\tilde{r}_{ix_j}\omega_j \geqslant \sum_{i=1}^{m}\tilde{r}_{ix_k}\omega_k\Big). \tag{12}$$

式 (12) 为决策对象 x_j 优于 x_k 的概率测度. 决策对象优势矩阵[12]为

$$P_{n\times n} = p(x_j \geqslant x_k)_{n\times n}. \tag{13}$$

各决策对象在所有决策对象中的优势度为

$$x_j^{\succ} = \frac{1}{n-1}\sum_{j\neq k}^{n} p(x_j \succ x_k). \tag{14}$$

运用上述实例, 由式 (12) 和 (13) 得到决策对象优势度矩阵为

$$P_{n\times n} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.276\,7 & 0.012\,4 \\ 1 & 0.5 & 0.809\,6 & 0.438\,3 \\ 0.723\,3 & 0.190\,4 & 0.5 & 0.186\,5 \\ 0.987\,6 & 0.561\,7 & 0.813\,5 & 0.5 \end{bmatrix}. \tag{15}$$

针对式 (15) 利用 (14) 对决策对象进行排序的综合概率优势度为 $(0.096\,4, 0.749\,3, 0.368\,4, 0.787\,6)$. 所以排序应为 $x_4 \underset{0.561\,7}{\succ} x_2 \underset{0.809\,6}{\succ} x_3 \underset{0.723\,3}{\succ} x_1$, 显然 x_4 为最优决策方案.

4　结　论

本文将粗糙集优势关系的相关知识推广到属性值为区间数的多属性决策问题领域, 将区间数与联系数进行相互转化; 提出了区间数决策对象优势关系. 用实际投票问题实例验证了该排序算法, 并在优势关系的基础上提出优势矩阵排序法. 决策者在决策排序时应根据实际情况选择适合自己的方法.

参考文献(References)

[1] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 44-94.
(Xu Z S. Uncertain multiple attribute decision making methods and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 44-94.)

(下转第640页)