文章编号:1003－207(2014)10－0122－07

基于前景理论和隶属度的混合型多属性决策方法

龚承柱[1],李兰兰[2],卫振锋[1,3],诸克军[1]

(1. 中国地质大学(武汉)经济管理学院,湖北 武汉 430074;
2. 合肥工业大学管理学院,安徽 合肥 230009;
3. 中石化华北石油局计划处,河南 郑州 450006)

摘　要:针对带有决策者期望的混合型多属性决策问题,提出了一种基于前景理论和隶属度的决策分析方法。首先依据决策者对各个属性的期望,将具有清晰数、区间数和语义短语三种形式的决策矩阵转化成为前景决策矩阵。然后,根据各个方案与决策期望之间的广义加权欧氏距离,建立了可变模糊模式识别模型,并通过构造拉格朗日松弛函数,进行交叉迭代计算,得到各个方案的最优隶属度以及对应的属性权重,在此基础上,通过合成各个方案的累计前景值与隶属度,得到方案的综合前景值,并依据综合前景值的大小进行方案排序。最后通过一个原油管道路线优选实例,表明了该方法的可行性与有效性。

关键词:多属性决策;前景理论;模糊模式识别;隶属度

中图分类号:C937　　　**文献标识码**:A

1　引言

多属性决策是指具有多个属性的有限方案排序和选择问题,其在决策科学、系统工程、管理科学和运筹学等学科的研究领域中显得十分重要,具有广泛的实际应用背景。目前求解多准则决策问题的方法很多[1－7],其中基于 PROMETHEE、ELECTRE 和 UTADIS 等是广泛应用的有效方法,这些方法一般属性权重系数和属性值已确定,或者属性权重系数或属性值通过训练集建立规划模型推导得出。在某些决策问题中,虽然决策者对备选方案的属性权重不确定,但是会根据已经获取了相关信息或对未来存在预期,在方案排序和选取过程中,可能会对各个属性有一定的期望要求,因此,如何解决这种考虑了决策者期望的不确定性多属性决策问题,具有重要的研究意义和应用价值。

在已有研究中,学者们主要从期望效用理论和前景理论两个视角研究了带有决策者期望的多属性决策问题。在期望效用理论中,决策者是完全理性的,将按照效用最大化进行最终决策,有关研究包括 Yun[8] 提出基于期望水平的决策方法,该方法是将广义数据包络分析方法由与遗传算法相结合,进而选择帕累托最优方案中最接近决策者期望的方案;Wang Jingguo[9] 提出了基于期望水平的交互式决策方法,该方法通过调整期望水平来缩小可行域,进而选择最优方案;Nowak[10－12] 针对离散型随机多属性决策问题,提出了基于随机占优和期望水平的交互式决策方法,该方法运用随机占优准则判断两两方案之间的随机占优关系,并通过交互调整决策者对属性值的期望水平来得到最优方案。在前景理论中,决策者是有限理性,只是选择自己满意的方案,并非完全追求效用最大化。有关研究包括王坚强等[13] 提出了属性权重完全不确定且方案的属性值为梯形模糊数的多属性决策问题,依据累计前景理论定义的梯形模糊数的前景价值函数,并以理想方案作为参照点,通过构建综合前景值最大化的非线性规划模型,进而得到方案的排序结果;胡军华等[14] 提出一种基于语言评价和累积前景理论的多属性决策方法,该方法是通过将语言评价信息转化为区间数并依据累积前景理论计算各个方案的前景值来得到方案的排序结果;樊治平[15] 等提出一种基于累积前景理论的混合性多属性决策问题,该方法将包含混合型信息形式的决策矩阵转化为关于决策期望的损益决策矩阵,并按照综合前景值对方案进

收稿日期:2012－08－29; **修订日期**:2013－05－08
基金项目:国家自然科学基金资助项目(71173202);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(1410491T07)
作者简介:龚承柱(1987－),男(汉族),湖北十堰人,中国地质大学经济管理学院,博士研究生,研究方向:系统工程、软计算.

行排序。

上述提及的理论与方法为带有决策者期望的多属性决策问题提供了理论支撑和研究思路，但在实际应用过程中，会经常遇到决策者的期望和属性值的类型是清晰数、区间值和语义短语等多种形式并存的情形，即带有决策者期望的混合型多属性决策问题。根据行为经济学理论[16]，前景理论主要把备选方案相对于决策者期望的损益程度作为决策依据，并未从客观上衡量备选方案与决策者期望的接近程度，决策结果受决策者的主观因素影响较大。因此，本文给出一种基于前景理论与隶属度的混合型多属性决策方法，该方法依据决策者给出的各种类型属性的期望（参考点），将混合型决策矩阵转化为关于参考点的损益决策矩阵，并根据备选方案与决策期望的广义加权欧氏距离建立可变模糊识别模型[17,18]，构造一个包含属性权重向量和隶属度的拉格朗日松弛函数，然后采用交叉循环迭代计算求解，得到各个方案与参照点的最优隶属度和权重向量，最后综合考虑各个方案的累积前景值和隶属度，计算各个方案的综合前景值，并依据综合前景值的大小对方案进行排序。

2　问题描述

设存在一个混合型多属性决策问题，其方案集为 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_i,\cdots,A_m\}$，属性集为 $C=\{C_1,C_2,\cdots,C_j,\cdots,C_n\}$，决策矩阵为 $B=[B_{ij}]_{m\times n}$，决策者根据已有信息和对未来的预期给出了关于属性的期望向量 $E=\{E_1,E_1,\cdots,E_j,\cdots,E_n\}$。其中 A_i 表示第 i 个备选方案，C_j 表示第 j 个属性，B_{ij} 为第 i 个方案的第 j 个属性值，各个属性之间相互独立。

由于是混合型多属性决策问题，属性将包括清晰数、区间值和语义语言三种类型，依次分别用 C^N、C^I、C^L 表示。显然，$C^N\cup C^I\cup C^L=C$，其中 C^N 中的属性值是精确数字，C^I 中的属性值是区间数，C^L 中的属性值是语言描述，例如“好、中、差”之类，具体描述如下：

（1）当属性 $C_j\in C^N$ 时，$C_j=B_j$，其中 B_j 是实数型数值，不是一般性，假设 $B_j\geq 0$；

（2）当属性 $C_j\in C^I$ 时，$C_j=[B_j^L,B_j^U]$，其中 B_j^L,B_j^U 是实数型数值，同样假设 $B_j^U\geq B_j^L\geq 0$；

（3）当属性 $C_j\in C^L$ 时，$C_j=B_j$，其中 $B_j\in S$。由于 C^L 难以使用数值测度，S 是一种预先定义好的语义状态集，即 $S=\{S_f\mid f=0,1,\cdots,(T/2)-1,T/2,(T/2)+1,\cdots,T\}$，其中 S_f 表示 S 中第 $f+1$ 个语义语言，T 为偶数，S 中包含 $T+1$ 个元素。当 $T=6$ 时，此时 $S=\{S_0,S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6\}$，依次对应着“非常差，差，较差，中，较好，好，非常好”七个状态，记作 $S=\{VP,P,MP,M,MG,G,VG\}$。S 作为语义语言状态集，具有以下性质：①有序性：当 $f>g$ 时，$S_f>S_g$，即状态 S_f 优于状态 S_g；②存在逆运算“neg”：当 $g=T-f$ 时，$S_g=neg(S_f)$；③极值运算：当 $S_f>S_g$ 时，有 $\max\{S_f,S_g\}=S_f$，$\min\{S_f,S_g\}=S_g$。为了便于语义语言的处理与计算，考虑将语言转换为对应的三角模糊数，假如 $C_j=S_f$，则：

$$C_j=(B_j^L,B_j^M,B_j^U)=(\max\{(f-1)/T,0\},f/T,\max\{(f+1)/T,1\}) \tag{1}$$

决策者对各个属性的期望向量 $E=\{E_1,E_1,\cdots,E_j,\cdots,E_n\}$ 可以作为参照点，而且把期望作为参照点能够很好地继承前景理论的各种性质。本文要解决的核心问题就是依据决策者期望向量 E 和初始决策矩阵 $B=[B_{ij}]_{m\times n}$，如何根据前景理论计算关于决策者期望的前景决策矩阵，如何采用可变模糊识别模型计算各个方案与决策者期望的隶属度和属性权重向量，如何通过基于前景理论与隶属度对混合型多属性问题进行方案排序与优选。

3　决策方法

3.1　数据规范化处理

在混合型多属性决策问题中，属性又分为成本型和效益型，分别记作 C_C 和 C_B，其中成本型的属性值越小越好，效益型的属性值越大越好。为了消除不同物理量纲对决策结果的影响，需要对期望向量和决策矩阵进行规范化处理。令 $M=\{1,2,\cdots,i,\cdots,m\}$，$N=\{1,2,\cdots,j,\cdots,n\}$，由于属性类型不同，需要对数据进行规范化处理，具体处理方式如下：

（1）当属性 $C_j\in C^N$，$i\in M$ 时，记 $P_j^+=\max\{\max\{B_{ij}\},E_j\}$，$P_j^-=\min\{\min\{B_{ij}\},E_j\}$，规范化计算公式为：

$$E_j{}'=\begin{cases}(E_j-P_j^-)/(P_j^+-P_j^-),j\in C_C\\(P_j^+-E_j)/(P_j^+-P_j^-),j\in C_B\end{cases} \tag{2}$$

$$B_{ij}{}'=\begin{cases}(B_{ij}-P_j^-)/(P_j^+-P_j^-),j\in C_C\\(P_j^+-B_{ij})/(P_j^+-P_j^-),j\in C_B\end{cases} \tag{3}$$

（2）当属性 $C_j\in C^I$，$i\in M$ 时，记 $P_j^+=\max\{\max\{B_{ij}^U\},E_j^U\}$，$P_j^-=\min\{\min\{B_{ij}^L\},E_j^L\}$，规范化计算公式为：

$$[E_j^L,E_j^U]=\begin{cases}[(E_j^L-P_j^L)/(P_j^U-P_j^L),\\(E_j^U-P_j^L)/(P_j^U-P_j^L)],j\in C_C\\ [(P_j^U-E_j^U)/(P_j^U-P_j^L),\\(P_j^U-E_j^L)/(P_j^U-P_j^L)],j\in C_B\end{cases}\tag{4}$$

$$[B_{ij}^L,B_{ij}^U]=\begin{cases}[(B_{ij}^L-P_j^L)/(P_j^U-P_j^L),\\(B_{ij}^U-P_j^L)/(P_j^U-P_j^L)],j\in C_C\\ [(P_j^U-B_{ij}^U)/(P_j^U-P_j^L),\\(P_j^U-B_{ij}^L)/(P_j^U-P_j^L)],j\in C_B\end{cases}\tag{5}$$

(3)当属性 $C_j\in C^L$，$i\in M$ 时，直接把 E_j 和 B_{ij} 按照公式(1)转化成对应的三角模糊数即可。

数据规范化处理后得到的期望向量为 $E'=\{E_1{}',E_1{}',\cdots,E_j{}',\cdots,E_n{}'\}$，决策矩阵为 $B'=[B_{ij}{}']_{m\times n}$。

3.2 确定前景决策矩阵

在前景理论中，决策者将根据照参考点来衡量各个方案属性的“收益”或“损失”，因此需要通过各个方案的属性值 $B_{ij}{}'$ 与期望属性 $E_j{}'$ 之间的比较，并确定各个方案属性与参照点的大小关系，然后计算各个属性与参照点的欧氏距离，确定前景决策矩阵 $V=[V_{ij}]_{m\times n}$。由于属性的类型不同，大小的比较方式存在差异，具体比较方法如下：

(1)当属性 $C_j\in C^N$ 时，直接比较 $B_{ij}{}'$ 与 $E_j{}'$ 的大小。

(2)当属性 $C_j\in C^I$ 时，记 $S(\bar{B}_{ij})=(B_{ij}^{L}{}'+B_{ij}^{U}{}')/2$，$S(\bar{E}_j)=(E_j^{L}{}'+E_j^{U}{}')/2$，$K(\bar{B}_{ij})=(B_{ij}^{U}{}'-B_{ij}^{L}{}')$ 和 $K(\bar{E}_j)=(E_j^{U}{}'-E_j^{L}{}')$。当 $S(\bar{B}_{ij})\neq S(\bar{E}_j)$ 时，若 $S(\bar{B}_{ij})>S(\bar{E}_j)$，则 $B_{ij}{}'>E_j{}'$；若 $S(\bar{B}_{ij})<S(\bar{E}_j)$，则 $B_{ij}{}'<E_j{}'$。当 $S(\bar{B}_{ij})=S(\bar{E}_j)$ 时，若 $K(\bar{B}_{ij})<K(\bar{E}_j)$，则 $B_{ij}{}'>E_j{}'$；若 $K(\bar{B}_{ij})=K(\bar{E}_j)$，则 $B_{ij}{}'=E_j{}'$；若 $S(\bar{B}_{ij})>S(\bar{E}_j)$，则 $B_{ij}{}'<E_j{}'$。

(3)当属性 $C_j\in C^L$，若 $B_{ij}{}'\succ E_j{}'$，则 $B_{ij}{}'>E_j{}'$，$B_{ij}{}'\prec E_j{}'$，则 $B_{ij}{}'<E_j{}'$，否则相等。

进一步地计算各个方案的属性值 $B_{ij}{}'$ 与期望属性 $E_j{}'$ 之间的欧氏距离 D_{ij}，当 $i\in M$ 时，计算公式为：

$$D_{ij}=\begin{cases}|B_{ij}{}'-E_j{}'| & j\in C^N\\ \sqrt{[(B_{ij}^{L}{}'-E_j^{L}{}')^2+(B_{ij}^{U}{}'-E_j^{U}{}')^2]/2} & j\in C^I\\ \sqrt{[(B_{ij}^{L}{}'-E_j^{L}{}')^2+(B_{ij}^{M}{}'-E_j^{M}{}')^2+(B_{ij}^{U}{}'-E_j^{U}{}')^2]/3} & j\in C^L\end{cases}\tag{6}$$

然后根据 $B_{ij}{}'$ 与 $E_j{}'$ 大小关系，判断各个方案相对于期望的“收益”或“损失”。在 $i\in M$ 时，当 $B_{ij}{}'>E_j{}'$，即第 i 个方案的第 j 个属性相对于期望 E_j 获益；当 $B_{ij}{}'<E_j{}'$，即第 i 个方案的第 j 个属性相对于期望 E_j 存在损失。考虑决策者对待收益和损失的不同风险态度，建立前景决策矩阵 $V=[V(B_{ij})]_{m\times n}$，其中 $V(B_{ij})$ 表示第 i 个方案的第 j 个属性的前景值，其计算公式为：

$$V(B_{ij})=\begin{cases}(D_{ij})^{\alpha} & B_{ij}{}'\geq E_j{}'\\ -\theta\times(-D_{ij})^{\beta} & B_{ij}{}'\leq E_j{}'\end{cases}\tag{7}$$

其中，α 和 β 分别表示价值函数 $V(B_{ij})$ 在收益区域和损失区域的凹凸程度[19-20]，$0<\alpha<1$，$0<\beta<1$。可以发现：决策者在面对收益时是凹函数，表现出风险厌恶；在面对损失时是凸函数，表现出风险偏好，而且 α,β 越大，决策者更加倾向于冒险。θ 表示决策者的损失规避系数，$\theta>1$，θ 越大，表明决策者面对损失时的规避程度越大。

关于上述的几个参数，需要说明的是，Tversky[20] 等通过大量决策个体的实验测试，并采用回归分析，得到一组与实验结果最一致的参数取值为 $\alpha=\beta=0.88,\theta=2.25$，这些取值被认为是能够表示任意决策者行为偏好的参数值[21-22]。Abdellaoui[23] 和 Xu Hongli[24] 也通过实验对参数的取值问题进行了研究，得到了与上述相近的参数值。此外，还可以看到王正武[25] 和张晓[26] 在研究应用中也采取上述参数值，故本文后续的算例中也采用这组参数值。

3.3 确定隶属度和属性权重

方案的比较只能在同一标准之下才能区别开来，各个方案的累积前景值必须来自同一个属性权重向量。为此，本文采用可变模糊模式识别模型，确定各个方案与决策期望的隶属度和属性权重向量。

根据公式(6)提出的距离 D_{ij} 的计算方法，可知 $D_{ij}\in[0,1]$。当 $D_{ij}\to 0$ 时，表示第 i 个方案的第 j 个属性与决策者的第 j 个属性的期望差距越小，当 $D_{ij}\to 1$ 时，表示第 i 个方案的第 j 个属性与决策者的第 j 个属性的期望差距越大，因此建立两级对立模糊识别中心，记作 $S=[s_{hj}]_{2\times n}$，其中 $h=\{1,2\}$，当 $h=1$ 时，$s_{hj}=0$，表示最优属性集，当 $h=2$ 时，

$s_{hj}=1$，表示最劣属性集。记 $U=[u_{hi}]_{2\times m}$ 为隶属度矩阵，其中 u_{hi} 表示第 i 个方案与模糊识别中心的隶属度，由于识别中心对立，因此满足 $u_{2i}=1-u_{1i}$ 。令 $r_{ij}=D_{ij}$ ，为了求解备选方案与类别中心的最优隶属度 $u_{hi}{}^{*}$ 和最优权重向量 w^{*} ，这里引入以相对隶属度 u_{hi} 和属性权重向量 w ，如果备选方案与期望向量的广义加权欧氏距离记作 $f(w,u)$ ，则第 i 个方案与模糊识别中心的加权广义欧氏距离为：

$$f_i(u,w)=\{\sum_{h=1}^{2}u_{hi}\times\sqrt{\sum_{j=1}^{n}[w_j\times(r_{ij}-s_{hj})]^2}\}^2$$
$$=\sum_{h=1}^{2}\{u_{hi}^2\times\sum_{j=1}^{n}[w_j\times(r_{ij}-s_{hj})]^2\} \tag{8}$$

显然，$f_i(u,w)$ 越小，方案 i 与期望目标的差异越小，即对期望向量的识别越优。记 $F(u,w)$ 为方案集中各个方案与所有参照点的差异，则 $F(u,w)=[f_1(u,w),f_2(u,w),\cdots,f_m(u,w)]$ 。由于各个方案之间没有任何侧重关系，建立优化模型如下：

$$\min Z=F(u,w)=\sum_{i=1}^{m}f_i(u,w)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{h=1}^{2}u_{hi}^2\times\sum_{j=1}^{n}[w_j\times(r_{ij}-s_{hj})]^2 \tag{9}$$

满足约束条件：

$$\sum_{h=1}^{2}u_{hi}=1,\sum_{j=1}^{n}w_j=1,0\le u_{hi}\le 1,0\le w_j\le 1 \tag{10}$$

针对该目标优化问题，构造拉格朗日松弛函数：

$$L(u,w,\lambda_u,\lambda_w)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{h=1}^{2}u_{hi}^2\times\sum_{j=1}^{n}[w_j\times(r_{ij}-s_{hj})]^2-\lambda_u(\sum_{h=1}^{2}u_{hi}-1)-\lambda_w(\sum_{j=1}^{n}w_j-1) \tag{11}$$

令 $\partial L/\partial u=0$ ，$\partial L/\partial w=0$ ，$\partial L/\partial\lambda_u=0$ ，$\partial L/\partial\lambda_w=0$ ，得：

$$u_{hi}=\left\{\sum_{k=1}^{2}\left[\frac{\sum_{j=1}^{n}[w_j(r_{ij}-s_{jh})]^2}{\sum_{j=1}^{n}[w_j(r_{ij}-s_{jk})]^2}\right]\right\}^{-1} \tag{12}$$

$$w_j=\left\{\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{h=1}^{2}[u_{hi}(r_{ij}-s_{jh})]^2}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{h=1}^{2}[u_{hi}(r_{ik}-s_{kh})]^2}\right]\right\}^{-1} \tag{13}$$

公式(12)和(13)中给出了 u_{hi} 和 w_j 的计算公式，从纯数学的角度而言，由于模型的复杂性，公式(12)和(13)难以用梯度下降法循环迭代求解[17]。为了得到最优隶属度矩阵 $u_{hi}{}^{*}$ 和权重向量 w^{*} ，本文采用可变模糊模式识别模型中的循环迭代方法求解，计算步骤如：

Step1：给定 w 的迭代精度 ε ，一般取 $\varepsilon=0.0001$ ；

Step2：随意设定目标初始权向量 $w^0=\{w_1,w_2,\cdots,w_n\}$ ，满足 $w_j\ge 0$ ，$\sum w_j=1$ ；

Step3：将 w^0 代入式(12)，求解相应的初始矩阵 u_{hi}^0 ；

Step4：将矩阵 u_{hi}^0 代入式(13)，求解向量 w^1 。将 w^1 与 w^0 进行对比，若 $max\mid w^1-w^0\mid<\varepsilon$ ，则迭代计算结束，得到最终结果。否则，将 w^1 作为输入权重继续迭代，直至满足 $max\mid w^1-w^0\mid<\varepsilon$ 迭代精度后退出。

在可变模糊迭代求解过程中，权重向量 w 既是可变的又是已知的，由于该模型已经在理论上证明其合理性与收敛性[17]，所以交叉迭代结束后的隶属度矩阵和权重向量即为最优隶属度矩阵 $u_{hi}{}^{*}$ 和权重向量 w^{*} 。

3.4　方案排序与优选

在前景理论中，根据前景决策矩阵可以判断各个方案的属性值是“收益”还是“损失”，如果属性权重采用可变模糊迭代中的权重向量 $w^{*}=(w_1,w_2,\cdots,w_j,\cdots,w_n)$ ，则根据累积前景理论[20]，可以计算各个方案的累积前景值 $P(A)$ ，方案 A_i 的累积前景值计算公式：

$$P(A_i)=\sum_{j=1}^{n}w_j\times V(b_{ij}),i\in M \tag{14}$$

公式(14)中，$V(b_{ij})$ 取值根据公式(7)进行计算。若只考虑方案的累积前景值，显然 $P(A_i)$ 越大，方案 A_i 越好，可以依据 $P(A_i)$ 取值大小，对方案进行排序。

在可变模糊模式识别模型中，经过交叉循环迭代计算后的最优隶属度矩阵 $u_{hi}{}^{*}$ 反应了各个方案与决策期望的接近程度，其中当 $h=1$ 时，$u_{1i}{}^{*}$ 表示各个方案与决策期望的隶属度。设 $U(A_i)$ 为方案 A_i 与决策者期望的隶属度，则 $U(A_i)=u_{1i}{}^{*}$ ，其中 $U(A_i)$ 越大，方案 A_i 的隶属度越高。若只考虑方案的隶属度，可以依据 $U(A_i)$ 取值大小进行排序。

已有研究大多只单方面考虑了方案的前景值或隶属度。前景值和隶属度实际上是从两个角度反应了方案与决策期望之间的关系，决策之时，需要综合考虑。若方案 A_i 的累积前景值越大，隶属度较低，表明方案 A_i 前景较优，但与决策期望偏离较大，方案 A_i 不是最优的。若方案 A_i 的累积前景值较低，隶属度较高，表明方案 A_i 虽然与决策者的期望比较

接近，但前景较差，方案 A_i 同样不是最优的。当且仅当方案 A_i 的累积前景值越大，且隶属度越高，方案 A_i 越优。因此，本文综合考虑了各个方案的累积前景值和隶属度，即综合前景值，记作 $S(A)$，对各个方案进行排序与优选，其计算公式为：

$$S(A_i)=\begin{cases}P(A_i)\times U(A_i) & if\ P(A_i)\geq 0\\ P(A_i)\times[1-U(A_i)] & if\ P(A_i)<0\end{cases} \tag{15}$$

公式(15)中的综合前景值，考虑了累计前景值在正负不同取值时的影响。最终计算得到的综合前景值 $S(A_i)$ 越大，方案 A_i 越好。

4 算例分析

考虑一个石油生产炼化公司 X 的石油管道路径遴选问题。随着 X 公司在 A 油田的石油产量的逐步提升，传统的汽车运输成本高、风险大，已达不到输送要求，现考虑建立外输管道，把原油输送到石油炼化工厂 B 处。经某石油勘探设计院踏勘设计，现存在四条外输管道方案 $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ 可供选择，需要考虑的属性包括六个。分别为 C_1：管道长度，单位：KM；C_2：工程投资，单位：亿元；C_3：运行费用，单位：千万元；C_4：设计压力，单位：MP；C_5：地理条件；C_6：社会环境。其中地理条件主要包括管道经过区域的地形地貌、交通条件等影响施工难度等内容，社会环境是指管道所经区域的人口密集程度，产业集中程度等面临的拆迁问题。其中 $C_1\sim C_3$ 是精确数类型，C_4 是区间数类型，$C_5\sim C_6$ 是语义短语类型。经过石油勘探设计院的项目汇报，X 公司决策者提出了期望目标，转化成期望向量为：$E=\{[245,255],[8.0,8.4],[6.0,6.4],[6.0,8.0],M,MG\}$，初始决策矩阵如表 1 所示：

表 1 具有不同信息类型的初始决策矩阵

方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
A_1	248	8.52	6.84	[4.8,7.0]	MP	VP
A_2	270	8.19	6.45	[6.4,8.0]	M	MG
A_3	255	8.87	6.78	[7.0,9.8]	MP	M
A_4	260	8.36	6.22	[7.0,9.0]	M	P

下面利用本文提出的基于前景理论和隶属度的多属性决策分析方法，对原油外输管线方案进行优选。首先按照公式(2)～(5)，对决策者期望和初始决策矩阵进行规范化处理，结果如表 2 所示：

表 2 数据规范化后的期望向量与决策数据

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
E	[0.77,1.00]	[0.54,1.00]	[0.52,1.00]	[0.00,0.44]	(0.33,0.50,.067)	(0.50,0.67,0.83)
A_1	[0.88,0.88]	[0.40,0.40]	[0.00,0.00]	[0.24,0.64]	(0.17,0.33,0.50)	(0.00,0.17,0.33)
A_2	[0.00,0.00]	[0.78,0.78]	[0.46,0.46]	[0.32,0.64]	(0.33,0.50,.067)	(0.50,0.67,0.83)
A_3	[0.60,0.60]	[0.00,0.00]	[0.09,0.09]	[0.44,1.00]	(0.17,0.33,0.50)	(0.33,0.50,.067)
A_4	[0.40,0.40]	[0.59,0.59]	[0.74,0.74]	[0.44,0.88]	(0.33,0.50,.067)	(0.00,0.17,0.33)

表 3 各方案与期望向量之间的距离矩阵

D_{ij}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
A_1	0.1151	0.4357	0.7970	0.2209	0.1667	0.5000
A_2	0.8924	0.2302	0.3842	0.0566	0.0000	0.0000
A_3	0.3073	0.8036	0.7117	0.2912	0.1667	0.1667
A_4	0.4984	0.2921	0.2408	0.2209	0.0000	0.5000

表 4 前景决策矩阵

V_{ij}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
A_1	0.1492	−1.0831	−1.8427	−0.5958	−0.4650	−1.2226
A_2	−2.0355	0.2746	−0.9696	0.0799	0.0000	0.0000
A_3	−0.7966	−1.8562	−1.6680	−0.7598	−0.4650	−0.4650
A_4	−1.2191	−0.7618	0.2857	−0.5958	0.0000	−1.2226

根据表 2 中数据，按照公式(6)计算各个方案与期望向量之间的欧式距离，结果如表 3 所示。根据 Tversky[20] 的实验数据，即 $\alpha=\beta=0.88$、$\theta=2.25$，计算得到前景决策矩阵如表 4 所示。

然后基于可变模糊识别模型，按照公式(12)～(13)进行交叉循环迭代计算求解，最终得到的最优隶属度矩阵 $u_{hi}{}^{*}$ 为：

$$u_{hi}{}^{*}=\begin{bmatrix}0.6641, 0.7860, 0.5956, 0.8130\\ 0.3359, 0.2140, 0.4044, 0.1870\end{bmatrix}$$

最优权重向量为 $w_{*}=(0.1654, 0.1797, 0.1799, 0.1686, 0.1406, 0.1658)$，在 $u_{hi}{}^{*}$ 中，当 $h=1$ 时表示备选方案与决策者期望的隶属度，所以各个方案的隶属度依次为 $U=(0.6641, 0.7860, 0.5956, 0.8130)$。然后按照公式(14)，计算得到各个方案的累积前景值依次为 $P=(-1.9429, -1.0136, -2.2857, -1.3873)$。最后按照公式(15)计算得到各个方案基于累积前景值和与隶属度的综合前景值为 $S=(-0.6526, -0.2169, -0.9243, -0.2594)$。下面分别把隶属度，累积前景值和基于隶属度和累积前景值的方案排序进行对比分析，结

果如表 5 所示。可以看出，如果根据隶属度排序，最优方案为 A_4，如果按照累计前景值排序，最优方案为 A_2，如果根据前景值和隶属度进行综合排序，最优方案为 A_2。结果说明，方案 A_4 与决策者的期望最为接近，但其前景值与方案 A_2 相比差了一些，综合考虑，最终的最优方案为 A_2。

最后运用本文提出的混合型多属性决策方法对樊治平等[15]文献中的算例进行了计算分析，其中通过可变模糊模式识别模型得到的客观权重向量为 $w^* = (0.1656, 0.1958, 0.2026, 0.2244, 0.2116)$。下面分别把基于隶属度、累积前景值和综合前景值的方案排序进行对比分析，结果如表 6 所示。

表 5　本文实例在不同决策方法下的方案排序

A	A_1	A_2	A_3	A_4	方案排序
$U(A)$	0.6641	0.7860	0.5956	0.8130	$A_4 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_3$
$P(A)$	−1.9429	−1.0136	−2.2857	−1.3873	$A_2 \succ A_4 \succ A_1 \succ A_3$
$S(A)$	−0.6526	−0.2169	−0.9243	−0.2594	$A_2 \succ A_4 \succ A_1 \succ A_3$

表 6　文献[15]中算例在不同决策方法下的方案排序

A	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	方案排序
$U(A)$	0.9094	0.9164	0.8993	0.4819	0.8575	$A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_4$
$P(A)$	−0.3925	−0.2891	−0.4907	−0.7637	−0.1794	$A_5 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_4$
$S(A)$	−0.0356	−0.0242	−0.0494	−0.3957	−0.0256	$A_2 \succ A_5 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_4$

根据表 6 可知，根据隶属度大小排序为 $A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_4$，根据累计前景值的大小排序为 $A_5 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_4$，根据本文综合决策方法得到排序为 $A_2 \succ A_5 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_4$，而樊治平等[15]中采用累计前景值排序依次为：$A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_4$。可以看出，如果仅根据累计前景值排序，本文和文献[15]的最优方案都为 A_5。当综合考虑前景值和隶属度之后，最优方案为 A_2，此时可以发现方案 A_2 的隶属度最高，同时其累计前景值排在第二，说明该方案不仅与决策者期望目标最为接近，其前景值也较高。因此，本文提出的决策的方法不仅考虑了决策者的风险态度，还考虑了其客观需求，其结果更容易被决策者接受。

5　结语

本文针对带有决策者期望的混合型多属性决策问题，给出了一种决策分析方法。该方法将决策者对各属性的期望作为参照点，依据前景理论构建了相对于参照点益损的决策矩阵，并根据备选方案与决策者期望的广义加权欧氏距离建立模糊模式识别模型，得到各个方案与期望目标的最优隶属度以及最优属性权重，然后综合考虑各个备选方案在决策者期望下的前景值和隶属度，对备选方案进行排序。该方法具有概念清晰，决策流程简单，具有较强的操作性和实用性，为解决带决策者期望的混合型决策问题提供了一种新的途径，具有实际应用价值。

参考文献：

[1] Zopounidis C, Doumpos M. Multicriteria classification and sorting methods: A literature review[J]. European Journal of Operational Research, 2002,138(2):229－246.

[2] 徐泽水，孙在东．一类不确定型多属性决策问题的排序方法[J]．管理科学学报，2002,5(3):35－39.

[3] 徐泽水，达庆利．多属性决策的组合赋权方法研究[J]．中国管理科学，2002,10(2):84－87.

[4] Li Dengfeng. Multiattribute decision making models and methods using intuitionistic fuzzy sets[J]. Journal of Computer and System Sciences, 2005,70(1):73－85.

[5] Xu Zeshui, Chen Jian. An interactive method for fuzzy multiple attribute group decision making[J]. Information Sciences, 2007,177(1):248－263.

[6] 王坚强，周玲．基于前景理论的灰色随机多准则决策方法[J]．系统工程理论与实践，2010,(09):1658－1664.

[7] 梁昌勇，戚筱雯，丁勇，等．一种基于 TOPSIS 的混合型多属性群决策方法[J]．中国管理科学，2012,20(4):109－117.

[8] Yun Y B, Nakayama H, Arakawa M. Multiple criteria decision making with generalized DEA and an aspiration level method[J]. European Journal of Operational Research, 2004,158(3):697－706.

[9] Wang Jingguo, Zionts S. The aspiration level interactive method (AIM) reconsidered: Robustness of solutions [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 175(2):948－958.

[10] Nowak M. INSDECM-an interactive procedure for stochastic multicriteria decision problems[J]. European Journal of Operational Research, 2006,175(3):1413－1430.

[11] Nowak M. Aspiration level approach in stochastic MCDM problems[J]. European Journal of Operational Re-

search，2007,177(3):1626－1640.

[12] 张尧，樊治平．基于随机占优度的随机多属性决策方法[J]. 系统管理学报，2010,(4):371－378.

[13] 王坚强，孙腾，陈晓红．基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. 控制与决策，2009,24(8):1198－1202.

[14] 胡军华，陈晓红，刘咏梅．基于语言评价与前景理论的多准则决策方法[J]. 控制与决策，2009,24(10):1477－1482.

[15] 樊治平，陈发动，张晓．基于累积前景理论的混合型多属性决策方法[J]. 系统工程学报，2012,27(3):295－301.

[16] 王首元，孔淑红．新行为经济学理论:对期望效用理论和前景理论的一个延伸[J]. 西安交通大学学报(社会科学版)，2012,32(4):17－24.

[17] 陈守煜．可变模糊聚类及模式识别统一理论与模型[J]. 大连理工大学学报，2009,49(2):307－312.

[18] Li Dengfeng，Cheng Chuntian. New similarity measures of intuitionistic fuzzy sets and application to pattern recognitions[J]. Pattern Recognition Letters，2002,23(1－3):221－225.

[19] Lahdelma R，Salminen P. Prospect theory and stochastic multicriteria acceptability analysis (SMAA)[J]. Omega，2009,37(5):961－971.

[20] Tversky A，Kahneman D. Advances in prospect theory：Cumulative representation of uncertainty[J]. Journal of Risk and Uncertainty，1992,5(4):297－323.

[21] Birnbaum M H. Three new tests of independence that differentiate models of risky decision making[J]. Management Science，2005,51(9):1346－1358.

[22] He Xuedong，Zhou Xunyu. Portfolio choice under cumulative prospect theory：An analytical treatment[J]. Management Science，2011,57(2):315－331.

[23] Abdellaoui M. Parameter-free elicitation of utility and probability weighting functions[J]. Management Science，2000,46(11):1497－1512.

[24] Xu Hongli，Zhou Jing，Xu Wei. A decision-making rule for modeling travelers′ route choice behavior based on cumulative prospect theory[J]. Transportation Research，Part C，2011,19(2):218－228.

[25] 王正武，罗大庸，黄中祥，等．不确定性条件下的多目标多路径选择[J]. 系统工程学报，2009,24(3):355－359.

[26] 张晓，樊治平．基于前景理论的风险型混合多属性决策方法[J]. 系统工程学报，2012,27(6):772－781.

A Method for Hybrid Multiple Attribute Decision Making Based on Prospect Theory and Membership

GONG Cheng-zhu[1]，LI Lan-lan[1,2]，WEI Zhen-feng[1,3]，ZHU Ke-jun[1]

(1. School of Economics and Management，China University of Geosciences(Wuhan)，Wuhan 430074，China；

2. School of Management，Hefei University of Technology，Hefei 230009，China；

3. Planning Department，North China Branch of Sinopec，Zhengzhou 450006，China)

Abstract：An outranking approach for hybrid multiple attribute decision making based on cumulative prospect value and membership is presented. Firstly，the psychological behavioral factors of decision makers are considered，and the expectation of each criterion is chosen as the reference point. Then，the hybrid decision matrix with clear numbers，interval numbers and linguistic assessment terms is transformed into the decision matrix of gains or losses relative to the decision maker′s expectation. Furthermore，a fuzzy pattern recognition model is built based on weighted euclidean distance between each alternative solution and decision maker′s expectation. In order to obtain the optimal membership and weight vector，a Lagrange relaxation function is proposed by using cross iterative computations. By synthesizing the comprehensive prospect value and membership，a ranking of each alternative solution is determined. Finally，an oil pipeline route selection example is used to demonstrate how to apply the proposed procedure and comparative studies show its overall ranking consistency.

Key words：multiple attribute decision making；prospect theory；fuzzy pattern recognition；membership