文章编号: 1000-6788(2014)09-2253-12 中图分类号: F253.2 文献标志码: A

现货流动性不对等环境下多渠道供应链均衡决策

尤晓岚[1,2], 冯耕中[1,2], 蒋 炜[3]

(1. 西安交通大学 管理学院, 西安 710049; 2. 过程控制与效率工程教育部重点实验室, 西安 710049;
3. 上海交通大学 安泰经济与管理学院, 上海 200052)

摘 要 阐述了中国电子交易市场现货买卖流动性不对等的特点. 基于固定合约、电子交易市场的期权交易和现货交易三种交易方式, 研究了单一生产商、单一零售商和第三方电子交易市场组成的多渠道供应链均衡决策问题, 讨论了生产商的固定合约最优定价策略和零售商的多渠道最优采购策略, 分析了不对等的现货流动性对供应链均衡策略的影响, 并通过数值算例分别讨论了现货买入流动性和现货卖出流动性对参与者行为的影响. 结论表明, 现货流动性的提高可以带来供应链整体效益的提升; 零售商更偏好现货买入流动性好的市场, 并随之减少合约订购量和期初总预定量; 而现货卖出流动性好的市场则对生产商更为有利, 会同时抬高生产商的固定合约定价和零售商的合约订购量.

关键词 电子交易市场; 现货流动性; 多渠道供应链; 均衡决策

Equilibrium strategies in multi-channel supply chain with imbalance spot liquidity

YOU Xiao-lan[1,2], FENG Geng-zhong[1,2], JIANG Wei[3]

(1. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. The Key Lab of the Ministry of Education for Process Control & Efficiency Engineering, Xi'an 710049, China; 3. Antai College of Economics & Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China)

Abstract In this paper, we introduce the inequity of spot trading liquidity in China B2B e-market. Considering a multi-channel supply chain consisting of a manufacturer, a retailer and a third-party B2B e-market, we combine fixed contract between manufacturer and retailer and option contract and spot trading on B2B e-market, and build a Stackelberg game model with the manufacturer as the leader. Then we study the manufacturer's optimal pricing strategy for fixed contract and the retailer's optimal procurement strategies. Finally, we discuss the impacts of spot liquidity on equilibrium outcomes through numerical examples. The result shows that the increasing of spot liquidity can improve the total profit of the supply chain. Retailers prefer the market with higher spot liquidity of buying and will lower down the order quantity of fixed contract and initial booking volume accordingly. A market with higher spot liquidity of selling is more profitable for the manufacturer, which will result in the raise of the manufacturer's fixed contract price and the retailer's order quantity.

Keywords B2B e-market; spot liquidity; multi-channel supply chain; equilibrium strategy

1 引言

随着经济全球化的发展, 企业面对快速变化的供需信息, 需要寻求更加灵活的交易方式, 以应对复杂多变的经济环境. 因此发展更具柔性的多渠道供应链, 成为大多数行业的共识. 由于技术的发展和网络的普及, 传统契约与多种新型网络交易方式的组合策略成为行业企业的主流选择. 特别是涉及国民经济建设的工业原材料、能源以及农副产品等基础产品领域, 由于其交易量巨大, 价格波动会影响社会经济运作, 因此扩展多渠道供应链, 发展更为灵活的电子商务模式更有价值. 近年来, 国内大规模发展立足于供应链服务的大宗

收稿日期: 2012-09-27
资助项目: 国家自然科学基金 (71072131); 国家科技支撑计划 (2012BAH21F01)
作者简介: 尤晓岚 (1987–), 女, 汉, 安徽霍邱人, 博士研究生, 研究方向: 电子交易与供应链管理.

商品电子交易市场, 意在扩宽供应链交易渠道, 规避市场波动风险. 而目前现有的电子交易市场大多可以提供两种交易方式, 期权交易和现货交易. 传统的线下长期合约具有稳定性, 而电子交易市场的期权合约具有弹性, 现货即期交易具有灵活性, 合理选择交易渠道、采取多渠道组合交易策略可以有效地应对价格风险和需求风险, 提高供应链效率. 以钢铁行业为例, 在供应链上游, 为了进一步规范铁矿石市场秩序, 中国铁矿石现货交易平台于 2012 年初正式启动; 在供应链下游, 全国各地均在大力发展钢材电子交易平台, "我的钢铁"作为国内较大的钢材第三方 B2B 电子交易市场之一, 2012 年第一季度的营业收入为 1.59 亿元, 在中国主要 B2B 电子商务服务商市场份额中占据第三位. 钢材供应链逐步形成多渠道结构, 研究作为钢材供应链批发零售方的钢贸商, 如何应对这种多渠道供应链环境, 更好地利用不同交易方式的特点, 进行渠道的优化组合, 以及钢厂如何改变自身的定价策略, 对于提高供应链柔性和效益、指导相关企业决策具有重要的现实意义.

目前已有众多学者对多渠道供应链的决策问题进行了探讨, 而针对电子现货交易参与下的多渠道供应链研究, 可以分为以下几种情况: 电子现货交易分别与期权合约、传统长期合约共存的双渠道供应链环境, 三种及三种以上交易形式共存的多渠道供应链环境. 1) 在现货交易与期权合约并存的双渠道供应链环境下, Wu 等 [1−3] 认为这种基于期权合约与电子交易市场的交易模式对诸如化工、电力和半导体等资产密集型产业很有用处. 在 Wu 的研究中, 将现货流动性定义为能够在一定时间范围内以市价迅速卖出现货的概率, 认为现货市场上卖方进入市场时才受到现货流动性的影响. 后来研究对现货流动性的定义也多沿用 Wu 的说法, 因此也有学者用市场准入程度来衡量现货流动性. Spinler 等 [4] 指出期权合约有利于推动供应链成员实现风险共享. Golovachkina 等 [5] 认为期权合约虽然能提高供应链整体效益, 却不一定保证渠道协调. Ganeshan 等 [6] 分析了零售商多周期的最小采购和库存成本的策略. Pei 等 [7] 认为参与者进行现货买卖时会付出一定的交易成本, 并在参与现货买卖的假设下讨论了不同期权合约结构下供应链的均衡决策. Fu 等 [8−9] 的研究中则没有对现货交易做任何约束, 分别在单周期和多周期的情景下研究了面对多个供应商、多种期权合约形式时企业的动态定价策略和采购策略. 以上研究中, 仅有部分学者考虑了现货市场的单向买入流动性风险 (或者说市场准入程度), 也有部分学者完全没有考虑现货流动性风险, 少部分学者假设市场存在交易成本, 所有研究均没有考虑现货卖出时是否存在市场流动性. 2) 在现货交易与传统长期合约并存的双渠道供应链环境下, 学者们同样大多没有考虑到现货市场的流动性风险这一因素. Peleg 等 [10] 和 Seifert 等 [11] 研究了零售商的混合采购策略, Goel 等 [12] 采用拉格朗日松弛算法分析了面对多个零售商时分销商的多周期分销策略和库存策略, Mendelson 等 [13] 则讨论了当参与者存在私有信息时的供应链均衡策略. 邢伟等 [14−16] 更关注于风险厌恶/规避型供应链成员的行为选择, 分析了现货市场价格波动率对供应商和零售商最优策略的影响. 谢家平等 [17] 基于副产品的特性, 讨论了现货市场和合约市场共存时副产品合约交易策略的特殊情况. 王丽梅等 [18] 研究了现货市场与传统契约市场共存时, 现货供应不确定和销售商风险规避态度对最优采购策略的影响. 3) 在现货市场参与下、三种及三种以上交易方式并存的多渠道供应链的研究中, Aggarwal 等 [19] 和石晓梅等 [20] 分析了零售商的最优采购策略, Martínez-de Albéniz 等 [21] 从制造商的角度讨论了多周期的最优策略问题, 以上研究均未考虑到市场中现货买入和卖出的情况应该会有所不同, 研究的重点也仅关注于供应链的某一方参与者, 缺乏对供应链均衡的充分讨论.

总结已有研究中对现货交易市场的描述, 有些研究认为市场是完全开放、不受任何流动性约束的市场, 其中有部分研究假设存在交易成本约束; 还有些研究认为市场存在一定的现货流动性风险, 但是只在现货卖出时考虑到现货卖出流动性风险. 然而在我国, 电子交易市场采用动态撮合机制, 现货买卖都有不成功的可能, 市场中的现货交易并不能做到像线下现货一样, 随时可以完成买卖交易, 市场参与者不管是买入还是卖出现货, 都会受到市场本身活跃程度的影响. 特别是, 国内目前缺乏全国性的大宗商品电子交易市场, 现有的市场多为区域性市场, 覆盖范围一般围绕某个集中产地或者集中销地. 同样以钢铁行业为例, 有的钢铁交易平台围绕某几个大型钢铁生产企业为中心, 因此供应信息可能会比需求信息更为活跃. 因此, 根据各地电子交易市场中参与人员类别和活跃程度的不同, 有的市场买入现货比卖出现货更容易, 有的市场则相反. 本文将能够在一定时间范围内以市价迅速达成买卖交易的概率定义为现货流动性, 那么买入和卖出现货的流动性在同一个电子交易市场中应该是不对等的, 已有的研究均没有考虑到这种不对等的市场流动性. 另外, 目前同时存在三种及三种以上交易方式的多渠道供应链研究大多只集中于零售商采购问题上, 对供应链均衡策略的讨论尚显不足. 根据以上两点认识, 本文与已有研究的不同之处在于: 更加贴近中国电子交易市场的实践, 考虑了现货买入流动性和卖出流动性不对等的电子交易市场环境; 在这种现货流动性不对等环境中, 研究传统

固定合约、期权交易和现货交易并存下的多渠道供应链均衡决策问题. 最后本文还重点讨论不对等的现货流动性对供应链均衡结果的影响.

2 问题描述及模型假设

本文以一个生产标准化产品的生产商、一个风险中立的零售商和一个第三方 B2B 电子交易市场构成的单周期两阶段供应链模型为背景, 如图 1 所示. 生产商和零售商通过固定合约达成交易, 同时双方都可以参与电子交易市场. 电子交易市场为交易者提供两种匿名交易方式: 期权交易和现货交易. 现货交易的优势在于不需要提前期, 当期完成交货, 参与者可以通过现货交易随时调整库存. 但是现货交易是否可以当期达成, 会受到电子交易市场现货流动性的约束, 即只有一定的概率能以市价迅速达成交易, 本文中用 m_s 和 m_b 分别表示能够及时卖出和买入现货的概率. 期权交易则保证了购买者在一段时间后一定可以买到产品. 在电子交易市场中, 期权合约的价格是公开的、确定的, 现货交易的价格则具有一定的不确定性, 但分布函数已知. 同样, 零售市场的需求也具有一定不确定性, 分布函数可以根据往期经验判断出来.

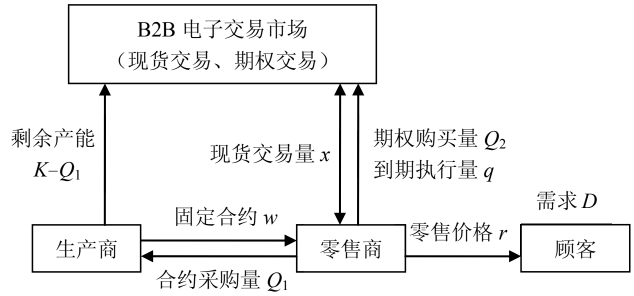


图 1 B2B 电子交易市场下的供应链模型结构

表 1 变量及参数的含义

来源	符号	定义
生产商	w	固定合约的单位价格
	b	每单位产品的生产成本
	K	生产商的最大产能
零售商	Q_1	向生产商购买的固定合约数量
	Q_2	在电子交易市场购买的期权数量
	q	期权到期后, 期权的执行数量
	x	在电子交易市场上买卖现货的数量
零售市场	r	产品的零售价格, 为外生变量
	D	产品在零售市场的需求, 为随机变量,
电子交易市场	s	电子交易市场的期权合约预定价格
	g	电子交易市场的期权合约执行价格
	P_e	电子交易市场的现货价格, 为随机变量
	m_s	现货卖出流动性, $0 < m_s \leq 1$
	m_b	现货买入流动性, $0 < m_b \leq 1$

在销售期来临之前, 生产商作为供应链的主导者, 首先决策固定合约的单位价格 w. 与生产商有稳定合作关系的零售商以固定的价格预先购买 Q_1 单位的产品, 同时在电子交易市场采购预定价格为 s, 执行价格为 g 的期权 Q_2 单位. 在销售期来临时, 零售市场的需求 D 和电子交易市场的现货价格 P_e 实现. 生产商将 Q_1 的产品交付给零售商, 还可以将剩余的产能在电子交易市场以现货的方式出售. 零售商则决定期权的执行量 q, 以及在电子交易市场的现货交易量 x. 表 1 总结了供应链模型中所涉及到的变量和参数. 本文不考虑产品的残值和零售市场的缺货惩罚. 同时, 由于市场的交易费用相比较产品价值来说较小, 本文也不考虑.

本文假设零售市场需求 D 的概率密度函数为 $f_D(D)$, 累积密度函数为 $F_D(D)$, 均值为 $E(D)$, 其中 $F_D(D)$ 在分布区间 $[D_L, D_H]$ 内连续、可导且严格递增; 电子交易市场的现货价格 P_e 的概率密度函数为 $f_P(P_e)$, 累积密度函数为 $F_P(P_e)$, 均值为 $E(P_e)$, 其中 $F_P(P_e)$ 在分布区间 $[P_L, P_H]$ 内连续、可导且严格递增.

2.1 两阶段模型分析

阶段 1: 零售市场的需求分布函数、电子交易市场的现货价格分布函数已知. 生产商决策固定合约的单位产品售价 w. 零售商根据生产商提供的固定合约价格 w, 以及电子交易市场的期权价格 $[s, g]$, 决策固定合约的采购量 Q_1 和期权的采购量 Q_2.

阶段 2: 零售需求 D 和现货价格 P_e 实现. 生产商交付固定合约 Q_1 后, 在有利可图的情况下, 可以将剩余产能在电子交易市场以现货的形式卖出, 能够卖出的概率为 m_s. 下面分情况讨论该阶段零售商的决策:

①当 $g > P_e$ 时, 如果 $D < Q_1$, 将多余产品 $(Q_1 - D)^+$ 在电子交易市场上以现货价格 P_e 卖出, 能够及时卖掉的概率为 m_s. 如果 $D > Q_1$, 首选通过购买现货来满足剩余的零售需求, 这时有 m_b 的概率可以及时买到现货; 同时也有 $1 - m_b$ 的概率无法及时买到现货, 需要执行期权来满足剩余的需求, 期权的执行量 q 为 $\min[(D - Q_1)^+, Q_2]$, 其中 $x^+ = \max\{x, 0\}$.

②当 $g < P_e$ 时, 首选执行期权来满足剩余的零售需求. 如果 $D < Q_1 + Q_2$, 在 m_s 的概率下, 零售商能够及时将多余的产品 $(Q_1 + Q_2 - D)^+$ 在电子交易市场上以现货价格 P_e 卖掉, 此时可以执行全部期权 Q_2;

在 $1-m_s$ 的概率下, 多余期权不能及时卖出, 只执行满足零售需求的期权 $(D-Q_1)^+$. 如果 $D>Q_1+Q_2$, 除了全部执行期权 Q_2 以外, 还需要在电子交易市场以现货价格采购尚未满足的需求 $(D-Q_1-Q_2)^+$, 可以及时买到的概率为 m_b. 因此, 当 $g<P_e$ 时, 期权执行量 q 可以表示为 $Q_2-(1-m_s)[Q_2-(D-Q_1)^+]^+$.

总结以上两种情景, 只有一种情况下才会发生缺货, 即 $(D-Q_1-Q_2)^+$ 部分的需求有 $1-m_b$ 的概率不能及时在电子交易市场上买到现货.

2.2 模型相关假设

零售商会参与固定合约的条件是, 采购一单位固定合约付出的成本, 不大于采购一单位期权付出的成本, 即

$$w \leq s+m_b\min[g,P_e]+(1-m_b)g=s+g-m_b(g-P_e)^+ \tag{1}$$

生产商会参与固定合约的条件是, 卖出一单位固定合约得到的收益大于在电子交易市场卖出现货的预期收益, 即

$$w-b>m_s(P_e-b)^+ \tag{2}$$

在电子交易市场中期权合约存在的条件是, 通过采购一单位期权来满足零售需求所获得的收益大于通过采购一单位现货来满足零售需求所获得的收益, 即 $r-\{s+g\chi(P_e-g)+[m_bP_e+(1-m_b)g]\chi(g-P_e)\}>m_b(r-P_e)$, 其中指示函数 $\chi(z)=\{1,\ \text{if } z>0; 0,\ \text{if } z\leq 0\}$, 可以整理为

$$s<(1-m_b)(r-g)+m_b(P_e-g)^+ \tag{3}$$

在本文的模型中, 生产商不会参与期权合约, 其条件是卖出一单位期权的预期收益小于在电子交易市场卖出现货的预期收益, 即

$$s+g\chi(P_e-g)+m_sP_e\chi(g-P_e)-b<m_s(P_e-b)^+ \tag{4}$$

为保证零售商不会通过大量购买期权来投机获利, 必须满足多采购一单位期权所付出的成本, 大于将其在电子交易市场上作为现货投机卖掉得到的预期收益, 即

$$s>m_s(P_e-g)^+ \tag{5}$$

为保证零售需求必须得到满足, 单位产品的零售价格应该高于所有采购渠道下单位产品的采购成本, 即存在以下条件: $P_e<r$, $w<r$, $s+g-m_b(g-P_e)^+<r$.

参考前人的研究方法, 本文同样假设零售需求的分布服从 IFR(失败率递增), 即令 $\overline{F_D}(D)=1-F_D(D)$, 那么 $f_D(D)/\overline{F_D}(D)$ 是单调递增的. 令 $h_D=\overline{F_D}(D)/f_D(D)$, 则 h_D 是单调递减的, 即 $\partial h_D/\partial D<0$. 另外, 为了模型研究的简便, 本文假设生产商产能较大, 暂不考虑生产商产能不足、不能满足零售商订货的情况.

3 模型建立及均衡求解

3.1 电子交易市场不受现货流动性约束 $(m_s=m_b=1)$

当电子现货交易不受流动性约束时, 零售商和生产商的预期收益分别可以写成

$$\begin{aligned} E\pi_{b1}&=E\{rD-wQ_1-sQ_2+P_e(Q_1-D)\chi(g-P_e)+[P_e(Q_1+Q_2-D)-gQ_2]\chi(P_e-g)\}\\ &=[r-E(P_e)]E(D)-[w-E(P_e)]Q_1-[s-E(P_e-g)^+]Q_2 \end{aligned} \tag{6}$$

$$E\pi_{s1}=(w-b)Q_1+E(P_e-b)^+(K-Q_1)=E(P_e-b)^+K+[(w-b)-E(P_e-b)^+]Q_1 \tag{7}$$

由以上两式可知, 当 $s>E(P_e-g)^+$ 时, 零售商不会购买期权; 当 $s<E(P_e-g)^+$ 时, 零售商会竭尽所能购买大量的期权, 通过投机来获利. 因此电子交易市场没有提供期权交易的必要性. 当 $w>E(P_e)$ 时, 零售商不会购买固定合约; 当 $w<E(P_e)$ 时, 生产商不会出售固定合约.

因此在供应链均衡状态下, 生产商的最优合约价格为 $w^*=E(P_e)$, 生产商和零售商的预期收益均与合约价格和订购量无关, 分别为 $E\pi_{s1}=E(P_e-b)^+K$, $E\pi_{b1}=[r-E(P_e)]E(D)$.

3.2 电子交易市场受限于现货流动性约束

3.2.1 零售商的最优决策问题

根据上文分析, 当零售商在阶段 1 购买固定合约和期权合约时, 其收益可以写成:

$$\begin{aligned} \pi_b=&-wQ_1-sQ_2+r[D-(1-m_b)(D-Q_1-Q_2)^+]+\{m_sP_e(Q_1+Q_2-D)^+-m_bP_e(D-Q_1-Q_2)^+\\ &-g[Q_2-(1-m_s)(Q_2-(D-Q_1)^+)^+]\}\chi(P_e-g)\\ &+\{m_sP_e(Q_1-D)^+-m_bP_e(D-Q_1)^+-g(1-m_b)\min[(D-Q_1)^+,Q_2]\}\chi(g-P_e) \end{aligned} \tag{8}$$

令上式中, 第一行的前两项表示零售商在阶段 1 所付出的成本, 第三项表示零售商在零售市场的总收入. 第二、三行和第四行分别表示了当阶段 2 的 $P_e > g$ 和 $P_e < g$ 两种情况下, 零售商在电子交易市场的期权和现货交易所付出的成本以及获得的收益.

整理后可得

$$\begin{aligned}\pi_b =& rD - wQ_1 - [s + g\chi(P_e - g)]Q_2 + [m_sP_e\chi(g - P_e) - (1 - m_s)g\chi(P_e - g)](Q_1 - D)^+ \\ &- [m_bP_e + (1 - m_b)g]\chi(g - P_e)(D - Q_1)^+ + [m_sP_e + (1 - m_s)g]\chi(P_e - g)(Q_1 + Q_2 - D)^+ \\ &- [(1 - m_b)r + m_bP_e\chi(P_e - g) - (1 - m_b)g\chi(g - P_e)](D - Q_1 - Q_2)^+\end{aligned} \tag{9}$$

因此零售商的预期收益最大化问题可以写成:

$$\begin{aligned}&\text{Maximize } E_DE_P(\pi_b) = rD - wQ_1 - [s + g(1 - F_P(g))]Q_2 \\ &\quad + \left[\int_{P_e<g} m_sP_ef_P(P_e)\mathrm{d}P_e - \int_{P_e>g}(1 - m_s)gf_P(P_e)\mathrm{d}P_e\right]\int_{D<Q_1}(Q_1 - D)f_D(D)\mathrm{d}D \\ &\quad - \int_{P_e<g}[m_bP_e + (1 - m_b)g]f_P(P_e)\mathrm{d}P_e\int_{D>Q_1}(D - Q_1)f_D(D)\mathrm{d}D \\ &\quad + \int_{P_e>g}[m_sP_e + (1 - m_s)g]f_P(P_e)\mathrm{d}P_e\int_{D<Q_1+Q_2}(Q_1 + Q_2 - D)f_D(D)\mathrm{d}D \\ &\quad - \left[r(1 - m_b) + \int_{P_e>g} m_bP_ef_P(P_e)\mathrm{d}P_e - \int_{P_e<g}(1 - m_b)gf_P(P_e)\mathrm{d}P_e\right]\int_{D>Q_1+Q_2}(D - Q_1 - Q_2)f_D(D)\mathrm{d}D \\ &\qquad\qquad \text{s.t: } Q_1 \geq 0; Q_2 \geq 0.\end{aligned} \tag{10}$$

当零售商在阶段 1 只购买固定合约, 不参与期权合约时, 其收益可以写成:

$$\pi_{b0} = r[D - (1 - m_b)(D - Q_1)^+] - wQ_1 + m_sP_e(Q_1 - D)^+ - m_bP_e(D - Q_1)^+ \tag{11}$$

则零售商只参与固定合约和电子交易市场现货交易时的最优决策问题:

$$\begin{aligned}\text{Maximize } E_DE_P(\pi_{b0}) =& rD - wQ_1 + m_s\int P_ef_P(P_e)\mathrm{d}P_e\int_{D<Q_1}(Q_1 - D)f_D(D)\mathrm{d}D \\ &- \left[m_b\int P_ef_P(P_e)\mathrm{d}P_e + (1 - m_b)r\right]\int_{D>Q_1}(D - Q_1)f_D(D)\mathrm{d}D \\ &\text{s.t: } Q_1 \geq 0.\end{aligned} \tag{12}$$

通过对 (10)、(12) 两式的求解, 可得零售商的最优决策, 如命题 1.

命题 1　$E_DE_P(\pi_b)$ 是 Q_1 和 Q_2 的凹函数; $E_DE_P(\pi_{b0})$ 是 Q_1 的凹函数. 定义 w_B 为:

$$w_B = m_sE(P_e) + \frac{(1 - m_b)r - (m_s - m_b)E(P_e)}{(1 - m_b)(r - g) - (m_s - m_b)E(P_e - g)^+}[s - m_sE(P_e - g)^+].$$

A. 当 $w > w_B$ 时, 零售商在阶段 1 同时购买固定合约和期权合约, 最优购买量分别为

$$Q_1^* = F_D^{-1}\left[\frac{s + g - m_bE(g - P_e)^+ - w}{(1 - m_s)g - (m_b - m_s)E(g - P_e)^+}\right],$$

$$Q_2^* = F_D^{-1}\left[\frac{(1 - m_b)(r - g) + m_bE(P_e - g)^+ - s}{(1 - m_b)(r - g) - (m_s - m_b)E(P_e - g)^+}\right] - F_D^{-1}\left[\frac{s + g - m_bE(g - P_e)^+ - w}{(1 - m_s)g - (m_b - m_s)E(g - P_e)^+}\right].$$

B. 当 $w \leq w_B$ 时, 零售商在阶段 1 只购买固定合约, 其最优购买量为

$$Q_1^* = F_D^{-1}\left[\frac{(1 - m_b)r + m_bE(P_e) - w}{(1 - m_b)r - (m_s - m_b)E(P_e)}\right].$$

C. 在其他参数不变的情况下, 存在 $\partial Q_1^*/\partial w < 0$.

证明　见附录一.

3.2.2　生产商的最优决策问题

生产商需要在销售期来临前, 决策提供给零售商的固定合约价格, 以最大化自身收益. 生产商收益函数为

$$\pi_s = (w - b)Q_1 + m_s(P_e - b)^+(K - Q_1) \tag{13}$$

上式等号后的第一项表示生产商通过固定合约的销售方式所获得的收益,第二项表示剩余产能通过电子交易市场现货交易卖出所获得的收益.

在考虑零售商反应函数的基础上, 生产商的最优决策问题可写为

$$\text{Maximize } E_D E_P(\pi_s) = (w-b)Q_1^* + m_s(K-Q_1^*)\int_{P_e>b}(P_e-b)f_P(P_e)\mathrm{d}P_e \tag{14}$$
$$\text{s.t: } w>0.$$

分析生产商的决策, 可得供应链均衡状态下的最优决策, 如命题 2.

命题 2 $E_D E_P(\pi_s)$ 是 w 的凹函数;

A. 如果 $w_B < w_{o2}$, 生产商的最优固定合约价格 $w^* = w_{o2}$; 零售商不仅订购固定合约, 还将订购一定量的期权, 其最优订购量分别为 Q_1^*, Q_2^*; 其中

$$Q_1^* = F_D^{-1}\left[\frac{s+g-m_bE(g-P_e)^+ - b - m_sE(P_e-b)^+}{(1-m_s)g-(m_b-m_s)E(g-P_e)^+} - Q_1^* f_D(Q_1^*)\right],$$
$$Q_2^* = F_D^{-1}\left[\frac{(1-m_b)(r-g)+m_bE(P_e-g)^+ - s}{(1-m_b)(r-g)-(m_s-m_b)E(P_e-g)^+}\right] - Q_1^*,$$
$$w_{o2} = b + m_sE(P_e-b)^+ + [(1-m_s)g-(m_b-m_s)E(g-P_e)^+]Q_1^* f_D(Q_1^*).$$

B. 如果 $w_B \geq \max[w_{o1}, w_{o2}]$, 生产商的最优固定合约价格 $w^* = w_{o1}$; 零售商在销售期之前只订购固定合约, 其最优订购量为 Q_1^*; 其中

$$Q_1^* = F_D^{-1}\left[\frac{(1-m_b)r+m_bE(P_e)-b-m_sE(P_e-b)^+}{(1-m_b)r-(m_s-m_b)E(P_e)} - Q_1^* f_D(Q_1^*)\right],$$
$$w_{o1} = b + m_sE(P_e-b)^+ + [(1-m_b)r-(m_s-m_b)E(P_e)]Q_1^* f_D(Q_1^*).$$

C. 如果 $w_{o2} \leq w_B \leq w_{o1}$, 生产商的最优固定合约价格为 $w^* = w_B$; 零售商在销售期之前是否考虑订购期权合约, 对其收益无影响, 即此时一定存在最优期权订购量 $Q_2^* = 0$, 而最优固定合约订购量为

$$Q_1^* = F_D^{-1}\left[\frac{(1-m_b)r+m_bE(P_e)-w_B}{(1-m_b)r-(m_s-m_b)E(P_e)}\right].$$

证明 见附录二.

4 需求服从均匀分布时现货流动性对供应链双方的影响分析

为了进行更深入的分析, 得到更直观的结果, 我们将考虑一种简单情况: 零售市场的需求 D 服从均匀分布 $U(0, D_H)$, 分析此时生产商和零售商的最优决策行为.

4.1 需求服从均匀分布时的供应链均衡策略结果

推论 1 令 D 服从 $U(0, D_H)$ 分布:

A. 当 $w_B < w_{o2}$ 时, 零售商在销售期之前与生产商签订固定合约, 同时在电子交易市场上采购一部分期权. 在供应链达到均衡状态下, 生产商的固定合约最优定价策略为

$$w^* = w_{o2} = [s+g+b-m_bE(g-P_e)^+ + m_sE(P_e-b)^+]/2.$$

零售商的固定合约和期权合约的最优采购量分别为

$$Q_1^* = \frac{s+g-m_bE(g-P_e)^+ - b - m_sE(P_e-b)^+}{2[(1-m_s)g-(m_b-m_s)E(g-P_e)^+]}D_H,$$
$$Q_2^* = \left\{1 - \frac{s-m_sE(P_e-g)^+}{(1-m_b)(r-g)-(m_s-m_b)E(P_e-g)^+} - \frac{s+g-m_bE(g-P_e)^+ - b - m_sE(P_e-b)^+}{2[(1-m_s)g-(m_b-m_s)E(g-P_e)^+]}\right\}D_H.$$

B. 当 $w_B > w_{o1}$ 时, 零售商在销售期之前仅与生产商签订固定合约. 在供应链达到均衡状态下, 生产商的固定合约最优定价策略为

$$w^* = w_{o1} = [(1-m_b)r + m_bE(P_e) + b + m_sE(P_e-b)^+]/2.$$

零售商的固定合约的最优采购量为

$$Q_1^* = \frac{(1-m_b)r+m_bE(P_e)-b-m_sE(P_e-b)^+}{2[(1-m_b)r-(m_s-m_b)E(P_e)]}D_H.$$

C. 当 $w_{o2} \leq w_B \leq w_{o1}$ 时, 零售商在销售期之前仅与生产商签订固定合约. 在供应链达到均衡状态下, 生产商的最优固定合约价格为 $w^* = w_B$; 零售商的最优固定合约订购量为

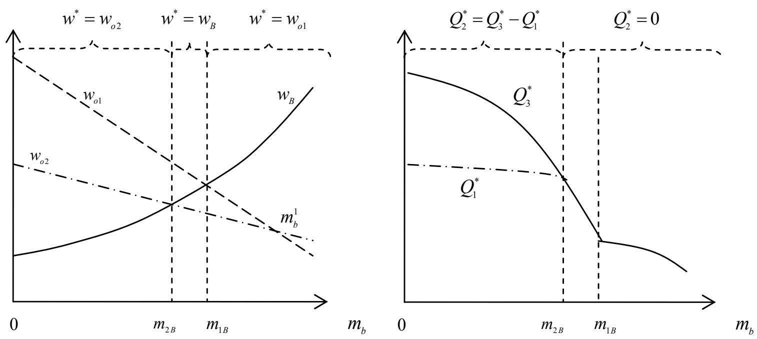
$$Q_1^* = F_D^{-1}\left[\frac{(1-m_b)r+m_bE(P_e)-w_B}{(1-m_b)r-(m_s-m_b)E(P_e)}\right].$$

证明　将均匀分布的概率密度函数代入命题 1、命题 2 即可得证.

4.2　现货流动性对均衡结果的影响分析

性质 1　1) 在电子交易市场卖出现货变得更容易, 即现货卖出流动性 m_s 增加时, 供应链达到均衡状态下, 生产商的最优固定合约订购价格 w^* 递增; 同时零售商的最优固定合约订购量 Q_1^* 的单调性与当时市场上的期权价格以及现货买入流动性等参数相关, 如果零售商还订购期权合约 Q_2^*, 那么其第一阶段的订购总量 $Q_3^* = Q_1^* + Q_2^*$ 随着现货卖出流动性的增加而递增.

2) 在电子交易市场买入现货变得更容易, 即现货买入流动性 m_b 增加时, 供应链达到均衡状态下, ①如果 $m_{2B} \geq 1$, 生产商的最优固定合约订购价格 w^* 递减; ②如果 $m_{2B} < 1 \leq m_{1B}$, w^* 呈现先减后增的趋势, 其拐点为 m_{2B}; ③如果 $m_{1B} < 1$, w^* 呈现先减后增再减的趋势, 其拐点分别为 m_{2B} 和 m_{1B}(如图 2 所示). 同时零售商的最优固定合约订购量 Q_1^* 以及第一阶段的订购总量 $Q_3^* = Q_1^* + Q_2^*$ 均随着现货买入流动性的增加而分阶段递减, 其分段区间与 w^* 相同 (如图 2 所示). 其中, m_{2B} 为 w_B 和 w_{o2} 的交点, m_{1B} 为 w_B 和 w_{o1} 的交点.



w^* 的变化趋势　　Q_1^*、Q_3^* 的变化趋势

图 2　m_b **对均衡结果的影响**

证明　见附录三.

4.3　算例分析

下面用算例来分析现货流动性对供应链的影响. 假设存在只有一个生产商、一个零售商和第三方电子交易市场的某种标准产品供应链, 为了保证上文模型的基本假设成立, 下面规定产品零售价格为 150, 生产商的单位生产成本为 50, 最大产能 100. 电子交易市场的现货价格 P_e 和零售市场的需求 D 分别服从 $U(50,100)$, $U(0,100)$, 且电子市场上存在价格已知的期权合约. 根据推论 1 得出的公式, 通过使用 Matlab 软件计算, 分别在不同的期权价格环境下, 进一步观察当供应链达到均衡时, 生产商和零售商的最优策略以及供应链成员的收益, 随着电子交易市场现货流动性的变化趋势.

4.3.1　电子交易市场现货卖出流动性 m_s 对供应链的影响

假设市场上期权合约价格为 $s = 25$, $g = 55$, 将 m_b 分别取不同的固定值 (如 0.1、0.82、0.9), 观察 m_s 对供应链均衡结果的影响 (图 3∼ 图 5). 从图中可以看出, 固定合约价格 w^* 随着 m_s 的递增而递增, 但是否分阶段递增和阶段的划分, 则取决于 w^* 的取值, 即取决于 w_{o1}、w_{o2} 和 w_B 的关系. 供应链整体订购量 Q_3^* 一直随着 m_s 的递增而递增. 这些均符合性质中的证明.

从供应链收益的角度来看, 生产商收益和供应链总收益均随着 m_s 的递增而递增. 从图 3、4、5 中可看出, m_s 的递增对生产商的影响较大. m_s 增加一个百分比, 造成生产商收益的增加值, 要远大于零售商收益的波动值, 因此市场现货卖出流动性 m_s 的提高, 对整个供应链来说是有利的, 一方面提高了整个供应链中产品在销售期前的订购量, 有利于维持供应链生产稳定、合理安排生产计划, 另一方面提高了供应链总收益.

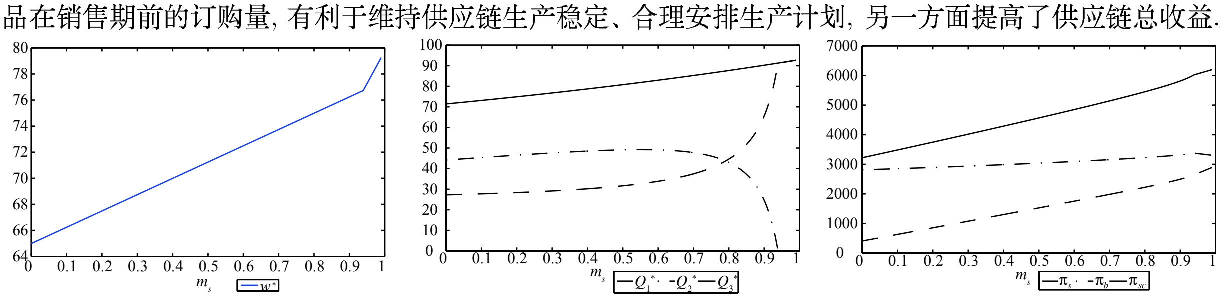


图 3　$m_b = 0.1$ **时均衡结果随** m_s **的变动趋势**

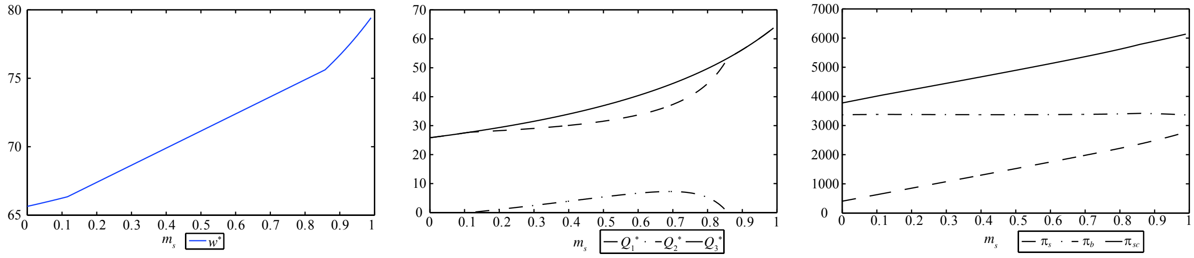


图 4 $m_b=0.82$ 时均衡结果随 m_s 的变动趋势

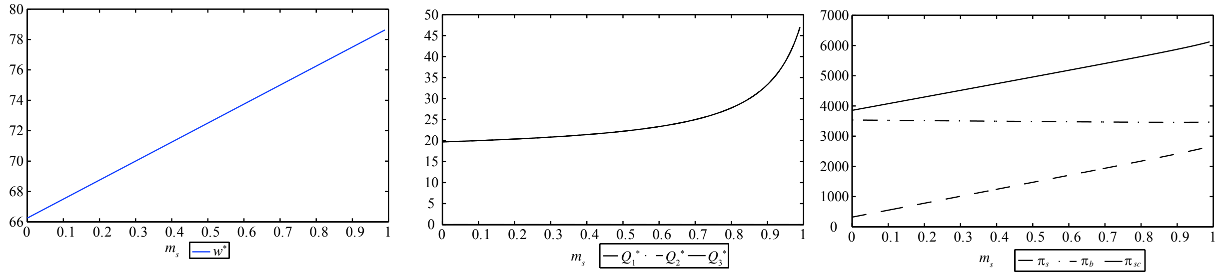


图 5 $m_b=0.9$ 时均衡结果随 m_s 的变动趋势

4.3.2 电子交易市场现货买入流动性 m_b 对供应链的影响

假设电子交易市场上的现货卖出流动性为固定值 (如 $m_s=0.1$), 此时当市场期权合约价格为 $s=10$、$g=65$ 时, 现货买入流动性 m_b 对供应链均衡结果的影响符合性质 1(2) 中的第一种情况, 即当 m_b 增加时, 固定合约价格 w^*、零售商的订购量 Q_1^*、Q_3^* 均单调递减 (图 6). 将期权合约价格调整为 $s=11$、$g=65$, m_b 对均衡结果的影响符合性质 1(2) 中的第二种情况, 即当 m_b 继续增加到 $m_b>m_{2B}$ 时, 固定合约价格 w^* 由减变增, 零售商只订购固定合约量 Q_1^*(图 7). 继续将期权合约价格调整为 $s=15$、$g=65$, m_b 对均衡结果的影响符合性质 1(2) 中的第三种情况, 即当 m_b 再继续增加到 $m_b>m_{1B}$ 时, 固定合约价格 w^* 再继续变减, 零售商仍只订购固定合约量 Q_1^*, 但 Q_1^* 的递减趋势变缓 (图 8).

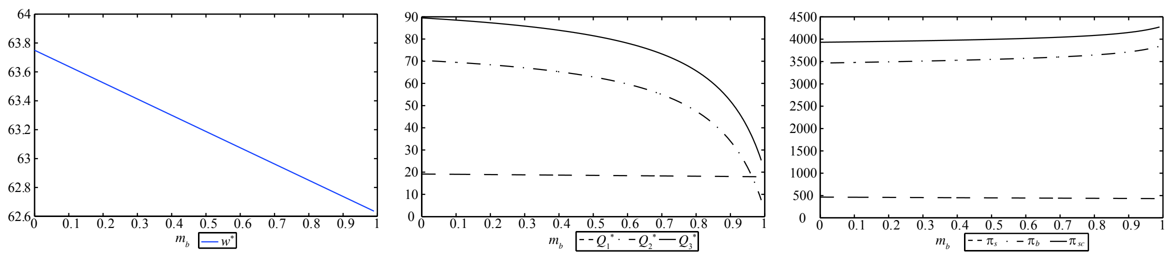


图 6 $s=10$ 时均衡结果随 m_b 的变动趋势

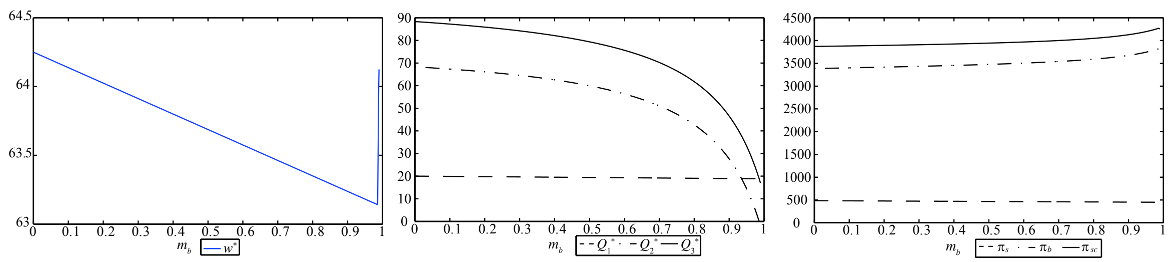


图 7 $s=11$ 时均衡结果随 m_b 的变动趋势

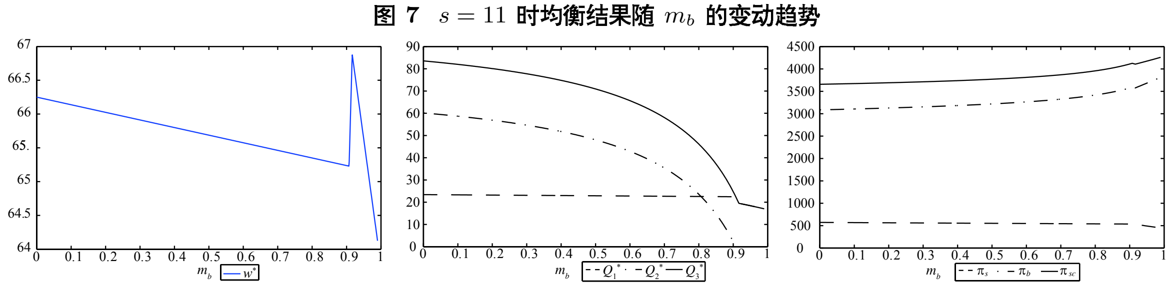


图 8 $s=15$ 时均衡结果随 m_b 的变动趋势

再分析供应链均衡状态下的收益变化. 根据图 6、7、8, 可以看出, 随着现货买入流动性 m_b 的增加, 生产商的收益是递减的, 零售商的收益总体来说是递增的, 仅在 $[m_{2B}, m_{1B}]$ 的范围内有微小下降. 对比来看, m_b 的递增对零售商的影响较大, m_b 增加一个百分比, 造成零售商收益的波动值, 要远大于生产商收益的减小值, 因此, 供应链总收益受 m_b 影响的趋势与生产商收益的变化趋势相似. 如果忽略供应链总收益在 $[m_{2B}, m_{1B}]$ 区间范围内的微小下降, 总体来说, 市场买入现货流动性 m_b 的提高, 会带来供应链总效益的提升.

5 结论

本文参考了中国电子交易市场的具体实践, 阐述了现货流动性不对等的概念. 在此基础上, 本文在第三方电子交易市场提供期权交易和现货交易这两种匿名交易方式的环境下, 在是否受现货流动性约束的两种情况下, 建立了单一生产商、单一零售商的多渠道供应链均衡模型, 分析了生产商的最优固定合约定价策略和零售商的最优混合采购策略. 本文关注于不对等的现货流动性对供应链均衡策略的影响, 并在算例的基础上分别讨论了现货买入流动性和现货卖出流动性对供应链收益的影响.

研究结果显示, 现货买入流动性和现货卖出流动性对供应链均衡结果的影响方向大体上是相反的. 1) 从电子交易市场的角度来看, 当供应链中存在一个现货卖出流动性好的电子交易市场时, 会促使生产商提高固定合约的定价, 也会刺激零售商提高期初的总预定量; 当供应链中存在一个现货买入流动性好的电子交易市场时, 会促使零售商降低期初的固定合约购买量和总预定量, 而生产商的合约定价变化趋势则与流动性的取值范围有关. 2) 从供应链参与者的角度来看, 对于生产商来说, 现货买入流动性越大, 固定合约的定价有可能是波动的, 其收益也会有微弱的下降; 现货卖出流动性的增加, 则会抬高固定合约的定价, 并大幅度提高其收益水平. 对于零售商来说, 现货买入流动性越大, 固定合约订购量和总预定量会减少, 但在总体趋势上收益会增加; 现货卖出流动性越大, 总预定量会增加, 但其收益会有微小的波动. 因此, 现货卖出流动性好的电子交易市场对生产商有利, 现货买入流动性好的市场则对零售商有利. 这与实践也是相符合的, 生产商更乐意参与供不应求、卖方比买方抢手的市场, 而零售商则偏好供给充足, 买方比卖方抢手的市场. 3) 当然从供应链整体来看, 不管是哪种现货流动性的增加, 从总体趋势上都会相应提高供应链收益水平. 这一点也很好理解, 市场越活跃, 供应链效率越高.

本文的研究结论对于电子交易市场参与下的供应链成员均有一定的指导意义. 特别是在我国的钢铁、能源等资本密集型的行业中, 定价权原本牢牢掌握在位处供应链上游的生产者或供应商手中, 随着电子交易市场的介入, 供应链结构发生改变, 生产商必须重新定位自身在供应链中的地位, 在做定价决策时充分考虑包括电子交易市场在内的供应链各方面信息; 而对处于供应链下游的零售商而言, 交易渠道的扩展为其提供了更多的选择; 在供应链成员的决策过程中, 同时也必须考虑到电子交易市场本身的性质, 不对等的现货买入和卖出流动性对供应链成员各方的影响也不同. 本文仅在单一周期、一对一供应链的情况下进行讨论, 这是非常理想的情况. 现实中供应链的结构更为复杂, 每个供应链成员可能不止有一位合作者, 进一步研究则可考虑多个供应链参与者相互竞争的情况. 另外, 由于现实中企业间可能是长期固定的、可重复的合作关系, 因此在决策时存在更多不确定的因素, 需要考虑得更远, 因此未来可以继续深入讨论多阶段多周期的供应链问题, 更紧密结合实践, 提高模型的实用性.

参考文献

[1] Wu D J, Kleindorder P, Zang J E. Optimal bidding and contracting strategies for capital-intensive goods[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 137(3): 657–676.

[2] Kleindorfer P R, Wu D J. Integrating long- and short-term contracting via business-to-business exchanges for capital-intensive industries[J]. Management Science, 2003, 49(11): 1597–1615.

[3] Wu D J, Kleindorder P. Competitive options, supply contracting, and electronic markets[J]. Management Science, 2005, 51(3): 452–466.

[4] Spinler S, Huchzermeier A, Kleindoerfer P. Risk hedging via options contracts for physical delivery[J]. OR Spectrum, 2003, 25(3): 379–395.

[5] Golovachkina N, Bradley J. Supplier-manufacturer relationships under forced compliance contracts[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2003, 5(1): 67–69.

[6] Ganeshan R, Boone T, Aggarwal P. Optimal procurement portfolios when using B2Bs: A model and analysis[J]. International Journal of Production Economics, 2009, 118: 146–151.

[7] Pei P P, Simchi-Levi D, Tunca T I. Sourcing flexibility, spot trading, and procurement contract structure[J]. Operations Research, 2011, 59(3): 578–601.
[8] Fu Q, Lee C Y, Teo C P. Procurement risk management using options: Random spot price and the portfolio effect[J]. IIE Transactions, 2010, 42(6): 793–812.
[9] Fu Q, Zhou S X, Chao X L, et al. Combined pricing and portfolio option procurement[J]. Production and Operations Management, 2012, 21(2): 361–377.
[10] Peleg B, Lee H. Short-term e-procurement strategies versus long-term contracts[J]. Production Operation and Management, 2002, 11(4): 458–479.
[11] Seifert R W, Thonemann U W, Hausman W H. Optimal procurement strategies for online spot markets[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 152(3): 781–799.
[12] Goel A, Gutierrez G J. Multiechelon procurement and distribution policies for traded commodities[J]. Management Science, 2011, 57(12): 2228–2244.
[13] Mendelson H, Tunca T. Strategic spot trading in supply chains[J]. Management Science, 2007, 53(5): 742–759.
[14] 邢伟, 汪寿阳, 冯耕中. B2B 电子市场对零售商最优策略影响研究 [J]. 管理科学学报, 2008, 11(5): 1–6.
Xing Wei, Wang Shouyang, Feng Gengzhong. Effect of B2B electronic marketplace on reseller's strategies[J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(5): 1–6.
[15] 邢伟, 汪寿阳, 冯耕中. B2B 电子市场环境下供需双方博弈分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(7): 56–60.
Xing Wei, Wang Shouyang, Feng Gengzhong. Game analysis on supply chain with B2B electronic marketplace[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2008, 28(7): 56–60.
[16] 邢伟, 汪寿阳, 冯耕中. 欺压与风险共担: B2B 电子交易市场环境下均衡策略分析 [J]. 管理科学学报, 2010, 13(1): 1–9.
Xing Wei, Wang Shouyang, Feng Gengzhong. Bully and risk sharing analysis on equilibrium strategies with B2B online exchange[J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(1): 1–9.
[17] 谢家平, 刘娟, 孔令丞. 现货市场存在下的副产品合约交易策略优化 [J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(6): 1204–1212.
Xie Jiaping, Liu Juan, Kong Lingcheng. Decision optimization on contract exchange of by-product with the physical market[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2012, 32(6): 1204–1212.
[18] 王丽梅, 姚忠, 刘鲁. 现货供应不确定下的优化采购策略研究 [J]. 管理科学学报, 2011, 14(4): 24–35.
Wang Limei, Yao Zhong, Liu Lu. Dual sourcing optimal procurement policy under spot market supply uncertainty[J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(4): 24–35.
[19] Aggarwal P, Ganeshan R. Using risk-management tools on B2Bs: An exploratory investigation[J]. International Journal of Production Economics, 2007, 108(1–2): 2–7.
[20] 石晓梅, 冯耕中, 邢伟, 等. 基于 B2B 电子交易市场的零售商最优订购策略 [J]. 管理科学学报, 2011, 14(4): 12–23.
Shi Xiaomei, Feng Gengzhong, Xing Wei, et al. Optimal ordering strategies with B2B e-marketplaces[J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(4): 12–23.
[21] Martínez-de-Albéniz V, Simchi-Levi D. A portfolio approach to procurement contracts[J]. Production and Operations Management, 2005, 14: 90–114.

附录

一、命题 1 的证明

①当零售商在阶段 1 同时购买固定合约和期权合约时, 零售商预期收益为 (9) 式, 对 $E_DE_P(\pi_b)$ 求导, 可得

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_DE_P(\pi_b)}{\partial Q_1} = & -w+(1-m_b)r+m_bE(P_e)-[(1-m_s)g-(m_b-m_s)E(g-P_e)^+]F_D(Q_1) \\ & -[(1-m_b)(r-g)-(m_s-m_b)E(P_e-g)^+]F_D(Q_1+Q_2)\end{aligned} \tag{15}$$

$$\frac{\partial E_DE_P(\pi_b)}{\partial Q_2} = (1-m_b)(r-g)+m_bE(P_e-g)^+-s-[(1-m_b)(r-g)-(m_s-m_b)E(P_e-g)^+]F_D(Q_1+Q_2) \tag{16}$$

$$\frac{\partial^2 E_DE_P(\pi_b)}{\partial Q_1^2} = -[(1-m_s)g-(m_b-m_s)E(g-P_e)^+]f_D(Q_1)-[(1-m_b)(r-g)-(m_s-m_b)E(P_e-g)^+]f_D(Q_1+Q_2)<0,$$

$$\frac{\partial^2 E_DE_P(\pi_b)}{\partial Q_2^2} = -[(1-m_b)(r-g)-(m_s-m_b)E(P_e-g)^+]f_D(Q_1+Q_2)<0,$$

$$\frac{\partial^2 E_DE_P(\pi_b)}{\partial Q_1\partial Q_2} = -[(1-m_b)(r-g)-(m_s-m_b)E(P_e-g)^+]f_D(Q_1+Q_2)<0,$$

$$\left[\frac{\partial^2 E_DE_P(\pi_b)}{\partial Q_1\partial Q_2}\right]^2-\frac{\partial^2 E_DE_P(\pi_b)}{\partial Q_1^2}\frac{\partial^2 E_DE_P(\pi_b)}{\partial Q_2^2}<0.$$

因此 $E_D E_P(\pi_b)$ 的海塞矩阵负定, $E_D E_P(\pi_b)$ 具有极大值点. 令 (15)、(16) 两式等于 0, 可得最优值点:

$$F_D(Q_1^* + Q_2^*) = \frac{(1-m_b)(r-g) + m_b E(P_e - g)^+ - s}{(1-m_b)(r-g) - (m_s - m_b)E(P_e - g)^+} \tag{17}$$

$$F_D(Q_1^*) = \frac{s + g - m_b E(g - P_e)^+ - w}{(1-m_s)g - (m_b - m_s)E(g - P_e)^+} \tag{18}$$

根据限制条件 (4)、(1) 式可知, $F_D(Q_1^* + Q_2^*) > 0$, $F_D(Q_1^*) > 0$ 一定成立. 令 $F_D(Q_1^*) = F_D(Q_1^* + Q_2^*)$, 可求得

$$w_B = m_s E(P_e) + \frac{(1-m_b)r - (m_s - m_b)E(P_e)}{(1-m_b)(r-g) - (m_s - m_b)E(P_e - g)^+}[s - m_s E(P_e - g)^+].$$

当 $w > w_B$ 时, $F_D(Q_1^*) < F_D(Q_1^* + Q_2^*)$, 零售商同时购买固定合约和期权合约; 当 $w \leq w_B$ 时, $F_D(Q_1^*) \geq F_D(Q_1^* + Q_2^*)$, 此时的最优购买策略不符合实际, 零售商将放弃期权合约, 仅购买固定合约. 此时, 零售商收益为 (11) 式.

②对 $E_D E_P(\pi_{b0})$ 求导, 可得

$$\frac{\partial E_D E_P(\pi_{b0})}{\partial Q_1} = -w + (1-m_b)r + m_b E(P_e) - [(1-m_b)r - (m_s - m_b)E(P_e)]F_D(Q_1),$$

$$\frac{\partial^2 E_D E_P(\pi_{b0})}{\partial Q_1^2} = -[(1-m_b)r - (m_s - m_b)E(P_e)]f_D(Q_1) < 0.$$

因此 $E_D E_P(\pi_{b0})$ 具有极大值, 其最优值点为

$$F_D(Q_1^*) = \frac{(1-m_b)r + m_b E(P_e) - w}{(1-m_b)r - (m_s - m_b)E(P_e)} \tag{19}$$

③当 $w > w_B$ 时, 对 (18) 式求导可得:

$$\frac{\partial Q_1^*}{\partial w} = -\frac{1}{[(1-m_s)g - (m_b - m_s)E(g - P_e)^+]f_D(Q_1^*)} < 0 \tag{20}$$

当 $w \leq w_B$ 时, 对 (19) 式求导可得:

$$\frac{\partial Q_1^*}{\partial w} = -\frac{1}{[(1-m_b)r - (m_s - m_b)E(P_e)]f_D(Q_1^*)} < 0 \tag{21}$$

至此, 命题 1 得证.

二、命题 2 的证明

对 $E_D E_P(\pi_s)$ 求导, 可得

$$\frac{\partial E_D E_P(\pi_s)}{\partial w} = Q_1^* + [w - b - m_s E(P_e - b)^+]\frac{\partial Q_1^*}{\partial w}, \quad \frac{\partial^2 E_D E_P(\pi_s)}{\partial w^2} = 2\frac{\partial Q_1^*}{\partial w} + [w - b - m_s E(P_e - b)^+]\frac{\partial^2 Q_1^*}{\partial w^2}.$$

①假设 $w > w_B$, 对 (18) 式求 w 的导数可得:

$$\frac{\partial^2 Q_1^*}{\partial w^2} = -\frac{1}{f_D(Q_1^*)}\frac{\partial f_D(Q_1^*)}{\partial Q_1^*}\left(\frac{\partial Q_1^*}{\partial w}\right)^2.$$

根据本文的 IFR 假设

$$\frac{\partial h_D}{\partial D} = \frac{\partial}{\partial D}\left[\frac{\overline{F_D}(D)}{f_D(D)}\right] = -1 - \frac{\overline{F_D}(D)}{f_D^2(D)}\frac{\partial f_D(D)}{\partial D} < 0.$$

可知

$$-\frac{\partial f_D(D)}{\partial D} < \frac{f_D^2(D)}{\overline{F_D}(D)}.$$

因此有

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 E_D E_P(\pi_s)}{\partial w^2} &= \left[2 - \frac{w - b - m_s E(P_e - b)^+}{f_D(Q_1^*)}\frac{\partial f_D(Q_1^*)}{\partial Q_1^*}\frac{\partial Q_1^*}{\partial w}\right]\frac{\partial Q_1^*}{\partial w} \\
&< \left[2 + \frac{w - b - m_s E(P_e - b)^+}{\overline{F_D}(Q_1^*)}f_D(Q_1^*)\frac{\partial Q_1^*}{\partial w}\right]\frac{\partial Q_1^*}{\partial w} = \left[2 - \frac{w - b - m_s E(P_e - b)^+}{w - s - m_s g + m_s E(g - P_e)^+}\right]\frac{\partial Q_1^*}{\partial w} \\
&= \frac{w + b + m_s E(P_e - b)^+ - 2[s + m_s g - m_s E(g - P_e)^+]}{w - [s + m_s g - m_s E(g - P_e)^+]}\frac{\partial Q_1^*}{\partial w}.
\end{aligned}$$

由 (2)、(4)、(20) 式可得

$$\frac{\partial^2 E_D E_P(\pi_s)}{\partial w^2} < 0.$$

因此 $E_D E_P(\pi_s)$ 具有极大值, 令

$$\frac{\partial E_D E_P(\pi_s)}{\partial w}=0,$$

可得其最优值点 $w^*=w_{o2}$. 如果 $w_{o2}>w_B$, 这种情况下的最优解成立; 否则, 该情况不成立.

②假设 $w\le w_B$, 对 (19) 式两边同时求 w 的导数, 可得

$$\frac{\partial^2 Q_1^*}{\partial w^2}=-\frac{1}{f_D(Q_1^*)}\frac{\partial f_D(Q_1^*)}{\partial Q_1^*}\left(\frac{\partial Q_1^*}{\partial w}\right)^2.$$

同理可证

$$\frac{\partial^2 E_D E_P(\pi_s)}{\partial w^2}<0.$$

因此 $E_D E_P(\pi_s)$ 具有极大值, 同样令

$$\frac{\partial E_D E_P(\pi_s)}{\partial w}=0,$$

可得其最优值点 $w^*=w_{o1}$. 如果 $w_{o1}\le w_B$, 这种情况下的最优解成立; 否则, 该情况不成立.

③如果以上两种情况皆不成立, 即 $w_{o2}\le w_B\le w_{o1}$.

令函数

$$\Pi_1(w)=E_D E_P\left(\pi_s|F_D(Q_1^*)=\frac{(1-m_b)r+m_bE(P_e)-w}{(1-m_b)r-(m_s-m_b)E(P_e)}\right).$$

根据②的证明可知, $\Pi_1(w)$ 为 w 的凹函数, 其最优值点为 w_{o1}. 由于 $\Pi_1(w)$ 中对 Q_1^* 的定义, 可知该函数仅在 $w\le w_B$ 的范围内有意义. 由于 $w_B\le w_{o1}$, 可知 $\Pi_1(w)$ 在 $w\le w_B$ 的范围内单调增, 因此 $\Pi_1(w)$ 在 w_B 点取得最大值.

同样, 令函数

$$\Pi_2(w)=E_D E_P\left(\pi_s|F_D(Q_1^*)=\frac{s+g-m_bE(g-P_e)^+-w}{(1-m_s)g-(m_b-m_s)E(g-P_e)^+}\right).$$

根据①的证明可知, $\Pi_2(w)$ 也为 w 的凹函数, 其最优值点为 w_{o2}. 由于 $\Pi_2(w)$ 中对 Q_1^* 的定义, 可知该函数仅在 $w\ge w_B$ 的范围内有意义. 由于 $w_B\ge w_{o2}$, 可知 $\Pi_2(w)$ 在 $w\ge w_B$ 的范围内单调减, 因此 $\Pi_2(w)$ 也在 w_B 点取得最大值. 又根据 w_B 的定义可知, $\Pi_1(w)$ 和 $\Pi_2(w)$ 一定在 w_B 这点相交, 因此, 此时 $E_D E_P(\pi_s)$ 的最优值点一定为 $w^*=w_B$.

至此, 命题 2 得证.

三、性质 1 的证明

对三种情况下的均衡结果求导可得:

①当 $w_B<w_{o2}$ 时,

$$\frac{\partial w^*}{\partial m_s}=\frac{\partial w_{o2}^*}{\partial m_s}=\frac{E(P_e-b)^+}{2}>0,\frac{\partial w^*}{\partial m_b}=\frac{\partial w_{o2}^*}{\partial m_b}=-E(g-P_e)^+<0;\frac{\partial Q_3^*}{\partial m_b}<0,\frac{\partial Q_3^*}{\partial m_s}>0,\frac{\partial Q_1^*}{\partial m_b}<0,$$

$$\frac{\partial Q_1^*}{\partial m_s}=\frac{[s+g-b-m_bE(g-P_e)^+]E[\min(g,P_e)]-[g-m_bE(g-P_e)^+]E(P_e-b)^+}{2[(1-m_s)g-(m_b-m_s)E(g-P_e)^+]^2}D_H;$$

②当 $w_{o2}\le w_B\le w_{o1}$ 时,

$$\frac{\partial w^*}{\partial m_s}=\frac{\partial w_B^*}{\partial m_s}>0,\frac{\partial w^*}{\partial m_b}=\frac{\partial w_B^*}{\partial m_b}>0;\frac{\partial Q_1^*}{\partial m_s}>0,\frac{\partial Q_1^*}{\partial m_b}<0;$$

③当 $w_B>w_{o1}$ 时

$$\frac{\partial w^*}{\partial m_s}=\frac{\partial w_{o1}^*}{\partial m_s}>0,\frac{\partial w^*}{\partial m_b}=\frac{\partial w_{o1}^*}{\partial m_b}<0;\frac{\partial Q_1^*}{\partial m_s}>0,\frac{\partial Q_1^*}{\partial m_b}<0.$$

当 $m_b=0$ 时, $w_{o1}=[r+b+m_sE(P_e-b)^+]/2$, $w_{o2}=[s+g+b+m_sE(P_e-b)^+]/2$, $w_B=m_sE(P_e)+[s-m_sE(P_e-g)^+][r-m_sE(P_e)]/[r-g-m_sE(P_e-g)^+]$, 由模型约束条件 (3)、(4) 以及 $s+g<r$ 可得 $w_B(m_b=0)<w_{o2}(m_b=0)<w_{o1}(m_b=0)$. 由三者导数可知, 随着 m_b 的递增, w_{o1} 和 w_{o2} 递减, w_B 递增. 由于 $\partial w_{o2}^*/\partial m_b>\partial w_{o1}^*/\partial m_b$, w_{o1}、w_{o2} 两条线必然相交. 将 w_{o1} 与 w_{o2} 相交时对应的 $m_b^1=[r-s-g]/[r-E(P_e)-E(g-P_e)^+]$ 代入 w_B 表达式, 可得 $w_B(m_b=m_b^1)=(1-m_b^1)r+m_b^1E(P_e)$, 根据模型约束条件 (1)、(2)、(3) 可证, 此时的 $w_B(m_b^1)<w_{o1}(m_b^1)=w_{o2}(m_b^1)$, 因此 w_{o2} 与 w_{o1} 相交于 w_B 曲线的下方. 根据以上分析, 可将 m_b 分成三段区间, 并画出图 2. 性质 1 得证.