

文章编号: 1003-207(2014)09-0082-08

有限分布信息条件下 MTO 再制造系统提前期优化

刘碧玉^{1,2}, 陈伟达¹

(1. 东南大学经济管理学院, 江苏 南京 211189;

2. 安徽工业大学管理科学与工程学院, 安徽 马鞍山 243000)

摘要: 在只知道零部件再制造时间有限分布信息(即一阶矩、二阶矩)条件下, 基于 MTO 再制造策略研究由再制件和采购件组成的再制品的提前期问题, 该问题被描述为一个矩问题。以最小化库存持有成本和缺货成本为目标建立 min-max 优化模型, 在具有相同一阶矩、二阶矩的分布集合中寻找使最坏分布下的目标函数值最小的最优再制造提前期。最后通过算例进行了验证, 求解结果与传统假设再制造时间服从正态分布、均匀分布得到的结果吻合较好, 但本文的方法更符合生产实际, 能保证在具有同样一阶矩和二阶矩的所有分布情况下的解的鲁棒性, 对企业制定再制造计划、采购计划等具有现实的指导意义。

关键词: 有限分布信息; 矩问题; MTO; 再制造提前期

中图分类号: F205; F224.3 **文献标识码:** A

1 引言

再制造是指将废旧产品通过拆卸、清洗和检测, 将有再利用价值的零部件进行再制造, 然后(有时需要加入新的零部件)重新装配成产品, 使其恢复到“如新品一样”状态的过程^[1]。进行再制造的产品一般是价值昂贵的产品, 如发动机、打印机等, 这些专用的昂贵产品在再制造过程中依然会发生库存成本, 从废旧产品的分拆、再制造和重新组装等生产流程的物料匹配方面来看, 采用顾客订单驱动(Make to Order, MTO)的生产策略更为合理^[2]。在这种策略下, 快速响应客户需求和准时交货尤为重要, 而对于同时采用再制造零部件和采购零部件的制造/再制造混合系统来说, 由于拆卸后零部件可再制造性和质量的不确定性使得再制造过程中提前期的确定十分困难, 如何确定合理的再制造提前期, 均衡库存成本和缺货成本使得系统的效用最大化成为制定再制造生产计划的关键。因此, 本文综合考虑再制造和重新装配两个子系统, 从整体的角度研究 MTO

策略下由采购件和再制件构成的完整再制品的提前期优化问题具有重要的理论和现实意义。

目前已有一些学者研究了提前期对再制造系统的影响, 如 Guide 等^[3]研究了从拆卸子系统到再制造子系统的拆卸释放机制, 定性分析了不同提前期对释放机制选择的影响; Laan 等^[4]分析了提前期变化对基于推拉式控制策略的再制造成本和库存成本的影响; Bayindir 等^[5]在返回的回收产品无差异、需求满足泊松分布的假设前提下, 分析了包括拆卸提前期的各种系统参数对企业为降低成本应采取的策略的影响; Tang Ou 等^[6]研究了需求和回收确定条件下制造/再制造混合系统中, 提前期对零部件库存系统的影响。这些文献的研究结果表明: 合理的再制造提前期对实现在制品库存最小化和再制造系统的效用最大化起着非常重要的作用。关于再制造系统提前期优化问题, 目前已提出的方法多是启发式算法, 同时主要针对单一零部件的拆卸提前期进行优化, 如 Stanfield 等^[7]探讨了基于客户特定交货期的生产准备时间, 提出使用网络流模型表示再制造流水线车间, 运用启发式算法, 通过平衡客户交货期、置信水平和最小化总完工时间来安排再制造顺序, 从而确定准备时间; Yang Xiaoyan 和 Gao Fenglian^[8]提出了采用 Markov 链来追踪多余的时间空隙, 以将其从不确定的环境中与正常的制造时间和交替时间区别开来, 对拆卸提前期问题进行了优化; Tang Ou 和包兴等^[9-11]针对 MTO 再制造系统的生

收稿日期: 2012-01-07; 修订日期: 2013-03-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71271054, 70971022);
江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(CX-LX_0157, CXZ12_0133)

作者简介: 刘碧玉(1981-), 女(汉族), 湖南邵阳人, 东南大学经济管理学院, 讲师, 博士研究生, 研究方向: 生产运作管理、物流与供应链管理。

产计划提前期进行了研究, Tang Ou 等^[9]以时间为坐标, 用提前期的分布函数和密度函数建立模型, 通过拉氏变换进行求解, 研究了单一核心零部件的生产计划提前期; 包兴等^[10-11]在文献[9]的基础上, 针对由于回收零部件并非 100% 可用, 使得以最小化再制造成本为目标得到的生产计划提前期呈现双峰分布形式的情况, 将最小相对熵方法应用于生产计划提前期分布的拟合。本文在以上研究成果的基础上, 研究由再制造零部件和采购零部件组成的完整再制品的提前期优化问题。在研究问题和研究方法上与现有文献均有不同。

在研究问题上, 与 Tang Ou 等^[9], 包兴等^[10-11]的研究既有联系又有区别。联系在于都是以时间为坐标, 研究 MTO 策略下再制造系统生产计划提前期优化问题, 区别在于 Tang Ou 等^[9], 包兴等^[10-11]的研究对象是单一核心零部件, 只考虑拆卸而不考虑零部件的再制造过程, 而本文以整个再制品为研究对象, 并根据实际的再制造过程, 重点考虑由于拆卸后零部件质量的不确定性引起的单位可用零部件再制造时间的随机性对提前期的影响; 在研究方法上, 以往文献均是假设涉及的随机变量服从某一特定分布然后求解, 而在实际应用中, 概率分布往往是通过统计推断、假设检验或借助专家知识等预测得到, 但由于样本空间不足等原因可能导致预测得到的概率分布与实际不吻合。因而, 这类处理随机变量的方法只适合于特定类型或有一定假设的问题的求解, 当在假设不成立的情况下很难保证解的鲁棒性。鉴于随机变量具体分布的难以获得性, 本文借鉴“scarf’s rule”^[12-13], 在只知零部件再制造时间一阶矩、二阶矩有限分布信息条件下, 将问题转化为矩问题进行求解。

基于以上分析, 本文结合再制造企业生产实际, 以最小化再制造过程中的库存持有成本和缺货成本为目标建立 min-max 优化模型; 在具有同样一阶矩、二阶矩的所有分布中寻求使最坏分布下的目标

函数值最小的最优再制造提前期, 保证在降低库存成本的同时更好地满足顾客的交货期; 最后通过将求解结果与假设再制造时间服从正态分布、均匀分布求得的结果进行比较, 可以得到: 两种方法得到的结果比较吻合, 但前者更符合实际, 且能保证在具有同样一阶矩和二阶矩的所有分布情况下解的鲁棒性, 所得结论对再制造企业安排生产计划具有现实的指导意义, 同时这种处理不确定性变量的方法可以推广应用到其他领域。

2 问题描述及参数定义

本文研究 MTO 策略下再制造系统中后两个子系统(即再制造子系统和重新装配子系统)总提前期(以下称再制造提前期)的整体优化。由图 1 可知, 废旧产品首先进入拆卸车间, 拆卸后零部件经检测并判定是否具有再制造性, 然后进入再制造车间, 再制造成功后与采购零部件组装成再制品从而满足顾客需求, 在这个过程中, 再制品的装配时刻不仅取决于所订购零部件的到达情况, 也十分依赖于再制造车间对拆卸后零部件的再制造时间。

从以上分析可以看出, 虽然拆卸后对零部件可再制造性的判定大大降低了不可再制造率, 但考虑到判断的准确性以及机器故障等原因, 当需要 1 个可用零部件时, 可能需要选择 2 个或 2 个以上拆卸后零部件进行再制造才能得到, 因而可用再制造零部件的获得时间具有很大的随机性, 这里的随机性不仅包括由于零部件质量差异导致的再制造时间的不确定性, 也包括拆卸后零部件可再制造性的不确定引起的选择进行再制造的数量不确定性。这些不确定性将会导致装配计划的延迟和采购件的库存成本。比装配计划提前期早到的零部件会产生库存持有成本; 比装配计划提前期晚到的零部件则会造成装配中断和其他零部件的库存, 产生缺货成本。因此, 需要确定合理的再制造提前期, 以降低由再制造时间的不确定性引起的库存持有成本和缺货成

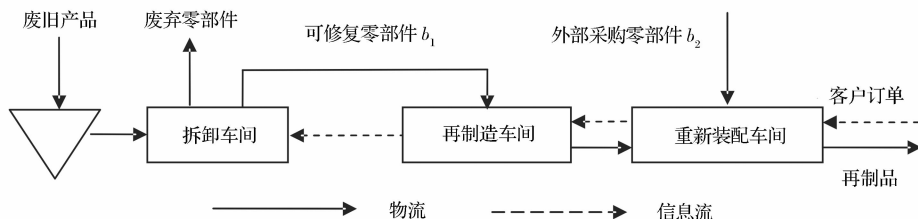


图 1 MTO 再制造系统物流、信息流示意图

本。对于再制造企业来说,当再制造和采购零部件到达之后,重新装配和传统的装配过程没有差异,零部件质量和时间的不确定性已经被消除,因此这里的再制造提前期主要包括了再制造时间和采购时间,不考虑重新装配时间,其示意图如图 2 所示。

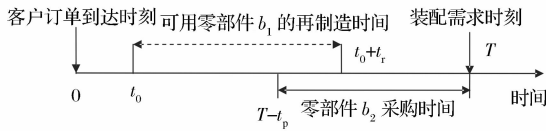


图 2 MTO 再制造系统再制造提前期示意图

对本文研究的再制造系统作如下假设:

- (1) 考虑一个由零部件 b_1 和 b_2 组成的再制造产品,其中, b_1 由再制造得到, b_2 由采购得到;
- (2) 在 $t = 0$ 时刻顾客订单到达并于 $t = T$ 时刻确认零部件的质量后,交付组装;
- (3) 在 $t = t_0$ 时刻下达零部件 b_1 的再制造指令,则 $T - t_0$ 是该再制造系统的再制造提前期;
- (4) 零部件 b_2 始终在 $T - t_p$ 时刻下达采购订单,即零部件 b_2 总是在 T 时刻到达。

基于以上假设,本文构建了一个最小化库存持有成本和缺货成本的优化模型,目的是确定零部件 b_1 何时开始再制造。

模型中涉及的参数定义如下:

- T —再制品装配需求时刻;
- t_0 —零部件 b_1 再制造开始时刻;
- t_r —单位可用零部件 b_1 的再制造时间,包括再制造成功 1 个可用零部件之前,再制造失败的不可用零部件的再制造时间,为随机变量;
- $F(t_r)$ —随机变量 t_r 的概率分布函数;
- $f(t_r)$ —随机变量 t_r 的概率密度函数;
- μ —随机变量 t_r 的一阶矩;
- $\mu^2 + \sigma^2$ —随机变量 t_r 的二阶矩;
- t_p —零部件 b_2 的采购提前期,为固定值;
- h —零部件单位时间库存持有成本,假设零部件 b_1, b_2 相同;
- c —在 $t = T$ 时刻,未得到可用的零部件 b_1 或零部件 b_2 未到达而发生的单位时间缺货成本,为不失一般性,假设 $c > h$;
- $(T - t_0)$ —再制造提前期。

求,产生的库存持有成本和缺货成本只与时间有关。而库存时间仅在下列情况下发生:

- (1) 当 $t_0 + t_r \leq T$ 时,则再制造零部件 b_1 存入仓库产生库存持有成本(库存时间 $T - t_0 - t_r$),采购零部件 b_2 刚好在 T 时刻到达,不产生库存持有成本和缺货成本;
- (2) 当 $t_0 + t_r > T$ 时,则因为再制造零部件 b_1 延期到达而产生缺货成本(缺货时间 $t_0 + t_r - T$),采购零部件 b_2 在 T 时刻到达等待再制造零部件 b_1 到达后一起进入装配,在此期间产生库存持有成本(库存时间 $t_0 + t_r - T$)。

根据以上分析建立的优化模型如下:

$$\min_{t_0} G_f(t_0) = \min_{t_0} E_f [h(T - t_0 - \tilde{t}_r)^+ + (h + c)(t_0 + \tilde{t}_r - T)^+] \tag{1}$$

式中, $(T - t_0 - t_r)^+$ 表示当 $T - t_0 - t_r > 0$ 时,取 $T - t_0 - t_r$; 否则,取 0。 $h(T - t_0 - t_r)^+$ 表示当再制造零部件 b_1 在装配需求时刻 T 之前再制造完成时,产生的库存持有成本; $(h + c)(t_0 + t_r - T)^+$ 表示当再制造零部件 b_1 在装配需求时刻 T 之后完成时,由 b_1 产生的缺货成本和由 b_2 产生的库存持有成本。

由此可以看出,该模型结构类似于经典的“报童模型”。在确定报童模型的最优控制参数时,由于实际中 t_r 的分布信息是极其有限的,通常的做法是:通过历史数据得到均值和方差,然后假设其概率分布为某一具体分布。当分布函数已知时,可以比较容易地求出最优再制造提前期。然而,当只知道 t_r 有限分布信息(一阶矩、二阶矩)情况下,对该问题的求解即为在满足这一约束下的所有分布集合中寻求使最坏分布下目标函数值最小的最优再制造提前期^[11],原模型即转化为以下 min-max 模型。

$$\min_{t_0 \geq 0} \max_{f \sim H(\mu, \sigma)} G_f(t_0) = \min_{t_0 \geq 0} \max_{f \sim H(\mu, \sigma)} E_f [h(T - t_0 - \tilde{t}_r)^+ + (h + c)(t_0 + \tilde{t}_r - T)^+] \tag{2}$$

其中, $H(\mu, \sigma)$ 代表所有均值为 μ , 标准差为 σ 的分布集合。

4 模型求解

根据 Scarf 提出的在有限信息条件下求解报童模型的方法对上述 min-max 模型进行求解。该方法在数学、经济、运作管理等领域得到了广泛应用^[14-19],具有较强的实用价值和使用方便性,并可以通过分析求解的结果直观地得出研究结论。因

3 模型构建

本文假设零部件在数量上可以满足重新装配需

此,基于该方法,对上述目标函数(2)式的求解思路为:首先固定 t_0 , 在分布集合 $H(\mu, \sigma)$ 中寻求使 $P(t_0)$ 最大的最坏分布,其中:

$$P(t_0) = \max_{f \sim H(\mu, \sigma)} E_f[h(T - t_0 - \tilde{t}_r)^+ + (h + c)(t_0 + \tilde{t}_r - T)^+] \quad (3)$$

然后在此基础上确定 t_0 使目标函数值达到最小。根据前面的分析,我们可以得到:

$$E_f[h(T - t_0 - \tilde{t}_r)^+ + (h + c)(t_0 + \tilde{t}_r - T)^+] = \int_0^\infty [h(T - t_0 - t_r)^+ + (h + c)(t_0 + t_r - T)^+] dF(t_r) \quad (4)$$

原目标函数转化为求:

$$\max \int_0^\infty [h(T - t_0 - t_r)^+ + (h + c)(t_0 + t_r - T)^+] dF(t_r) \quad (5)$$

$$s. t. \begin{cases} E(\tilde{t}_r) = \mu \\ E(\tilde{t}_r^2) = \mu^2 + \sigma^2 \end{cases} \quad (5)$$

将式中 $dF(t_r)$ 看作变量,令 $U = T - t_0$, 则(5)式等价于:

$$\max \int_0^\infty [h(U - t_r)^+ + (h + c)(t_r - U)^+] dF(t_r) \quad (6)$$

$$s. t. \begin{cases} \int dF(t_r) = 1 \\ \int t dF(t_r) = \mu \\ \int t^2 dF(t_r) = \mu^2 + \sigma^2 \\ dF(t_r) \geq 0 \end{cases}$$

由于只知道随机变量的一阶矩、二阶矩,该模型的求解即为矩问题的求解,对矩问题的求解可以根据强对偶定理(若原问题和对偶问题都可行,则两者都具有最优解,且两者的最优值相等)将原问题转化为对对偶问题的求解。

引理 1 当原问题为:

$$\max \int B(t) dF(t) \quad (7)$$

$$s. t. \begin{cases} \int dF(t) = 1 \\ \int t dF(t) = \mu \\ \int t^2 dF(t) = \mu^2 + \sigma^2 \\ dF(t) \geq 0 \end{cases}$$

其对偶问题为:

$$\min \alpha + \mu\beta + \sigma^2\gamma \quad (8)$$

$$s. t. \begin{cases} \alpha + t\beta + t^2\gamma \leq B(t) \\ \forall t \end{cases}$$

证明:原问题等价于:

$$\max \int B(t) dF(t) \quad (9)$$

$$s. t. \begin{cases} \int dF(t) \leq 1 \\ -\int dF(t) \leq -1 \\ \int t dF(t) \leq \mu \\ -\int t dF(t) \leq -\mu \\ \int t^2 dF(t) \leq \mu^2 + \sigma^2 \\ -\int t^2 dF(t) \leq -\sigma^2 - \mu^2 \\ dF(t) \geq 0 \end{cases}$$

将 $dF(t)$ 看作决策变量,则对偶问题为:

$$\min \{\alpha_1 - \alpha_2 + \mu(\beta_1 - \beta_2) + [\sigma^2 + \mu^2](\gamma_1 - \gamma_2)\} \quad (10)$$

$$s. t. \begin{cases} \alpha_1 - \alpha_2 + t(\beta_1 - \beta_2) + t^2(\gamma_1 - \gamma_2) \geq B(t) \\ \forall t \geq 0 \end{cases}$$

令 $\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha, \beta_1 - \beta_2 = \beta, \gamma_1 - \gamma_2 = \gamma$, (10)式等价于:

$$\min \{\alpha + \mu\beta + (\mu^2 + \sigma^2)\gamma\} \quad (11)$$

$$s. t. \begin{cases} \alpha + t\beta + t^2\gamma \geq B(t) \\ \forall t \end{cases}$$

证毕。

由引理 1,可得原问题的对偶问题为:

$$\min \{\alpha + \mu\beta + (\mu^2 + \sigma^2)\gamma\} \quad (12)$$

$$s. t. \begin{cases} \alpha + t\beta + t^2\gamma \geq h(U - t_r)^+ + (h + c)(t_r - U)^+ \\ \forall t_r \geq 0 \end{cases}$$

当固定 t_0 时,令 $I(t_r) = h(U - t_r)^+ + (h + c)(t_r - U)^+$

假设 t_0, μ, σ 已知,则对任意 $t_r \geq 0$, 仅在 A、B 两点,使二次函数 $T(t_r) = \alpha + t_r\beta + t_r^2\gamma$ 且 $T(t_r) \geq h(U - t_r)^+ + (h + c)(t_r - U)^+$ 同时成立。因此,使目标函数达到最优解的随机变量 t_r 为两点分布,如图 3 所示。

因此,对偶问题的最优解即是在满足上述约束的所有两点分布集合里找到使目标函数值最小的两点分布。

设在 A、B 两点的值分别为 t_a, t_b , 取值的概率分别为 p_1, p_2 , 则由互补松弛定理可以得到下列方程组:

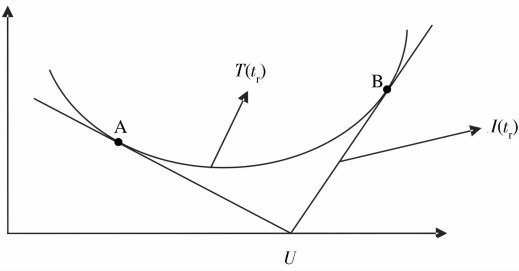


图 3 满足对偶问题约束条件的解的分布情况

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = 1 \\ p_1 t_a + p_2 t_b = \mu \\ p_1 t_a^2 + p_2 t_b^2 = \mu^2 + \sigma^2 \end{cases} \quad (13)$$

由弱对偶定理 $v_{prim} \leq v_{dual}$, 所以对偶问题的最优解 (t_a, t_b, p_1, p_2) 是原问题的最优解。

令 $p_1 = p$, 由(13)式求得:

$$\begin{aligned} t_a &= \mu - \frac{\sigma^2}{t_b - \mu}, t_b = \frac{\sigma^2 + \mu^2 - \mu t_a}{\mu - t_a} = \mu + \frac{\sigma^2}{\mu - t_a}, \\ p &= \frac{\mu - t_b}{t_a - t_b} = \frac{\sigma^2}{(\mu - t_a)^2 + \sigma^2} \end{aligned} \quad (14)$$

由(14)式和图 3 可知, $t_b > t_a$, 即 B 在 A 的右边。因此, 对偶问题在 t_b 处取得最小值, 即原问题在 t_b 处取得最大值。

$$\begin{aligned} P(t_0) &= \max_{f \sim H(\mu, \sigma)} E_f [h (T - t_0 - t_b)^+ + (h + c) \\ & (t_0 + t_b - T)^+] = \max_{f \sim H(\mu, \sigma)} E_f (I(t_0)) \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $I(t_0) = [h (T - t_0 - t_b)^+ + (h + c) (t_0 + t_b - T)^+]$, 将 $U = T - t_0$ 代入, 得到:

$$\begin{aligned} I(U) &= [h \frac{|U - t_b| + (U - t_b)}{2} + (h + c) \\ & \frac{|t_b - U| + (t_b - U)}{2}] = [c \frac{(t_b - U)}{2} + (2h + c) \\ & \frac{|t_b - U|}{2}] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} E(I(U)) &= E(c \frac{(t_b - U)}{2}) + \frac{2h + c}{2} E(\sqrt{(t_b - U)^2}) \leq \\ & \frac{c}{2} E(t_b - U) + \frac{2h + c}{2} \sqrt{E(U - t_b)^2} \end{aligned} \quad (17)$$

因而:

$$\begin{aligned} P(U) &= \frac{c}{2} (\mu - U) + \frac{2h + c}{2} \\ & \sqrt{D(U - t_b) + (E(U - t_b))^2} \end{aligned} \quad (18)$$

很容易证明等式(18)右边关于 U 是严格凸的, 令 $r = \frac{h}{c}$ 。因此, 根据 $\frac{\partial P}{\partial U} = 0$, 得到最优再制造提前期:

$$U^* = T - t_0^* = \mu + \frac{c}{\sqrt{(2h + c)^2 - c^2}} \sigma =$$

$$\mu + \frac{1}{\sqrt{(2r + 1)^2 - 1}} \sigma \quad (19)$$

5 算例分析

为验证该求解方法的可行性和准确性, 下面将求解结果与假设 t_r 服从正态分布、均匀分布情况下的结果进行比较。

将 $U = T - t_0$ 代入, 则(1)式等价于:

$$\begin{aligned} G_f(U) &= h \int_0^U (U - t_r) f(t_r) dt_r + (h + c) \int_U^\infty (t_r \\ & - U) f(t_r) dt_r \end{aligned} \quad (20)$$

很容易证明 $G_f(U)$ 关于 U 是严格凸的。因而, 可以根据 $\frac{\partial G}{\partial U} = 0$ 求得最优再制造提前期。

(1) 当随机变量 t_r 服从正态分布, 即 $f(t_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(t_r - \mu)^2}{2\sigma^2}}$ 时, 由

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_f(U)}{\partial U} &= h \int_0^U f(t_r) dt_r - (h + c) \int_U^\infty f(t_r) dt_r \\ &= h [\Phi(U) - 1/2] - (h + c) [1 - \Phi(U)] = 0 \end{aligned}$$

得到: $\Phi(\frac{U - \mu}{\sigma}) = \frac{3h + 2c}{4h + 2c}$, 将 $\frac{h}{c} = r$ 代入,

$$\begin{aligned} \text{则: } \Phi(\frac{U - \mu}{\sigma}) &= \frac{3r + 2}{4r + 2}, U^* = T - t_0^* = \\ & \Phi^{-1}(\frac{3r + 2}{4r + 2})\sigma \end{aligned} \quad (21)$$

(2) 当随机变量 t_r 服从均匀分布, 即 $f(t_r) = 1/(b - a)$ 时, 由 $\frac{\partial G_f(U)}{\partial U} = 0$ 得:

$$U^* = T - t_0^* = \frac{(h + c)b}{2h + c} = \frac{r + 1}{2r + 1} (\mu + \sqrt{3}\sigma) \quad (22)$$

记 U_w 为只知一阶矩、二阶矩有限分布信息条件下求得的最优再制造提前期, U_n 为当 t_r 服从正态分布时的最优再制造提前期, U_u 为当 t_r 服从均匀分布时的最优再制造提前期。则:

$$U_w = \mu + \frac{1}{\sqrt{(2r + 1)^2 - 1}} \sigma$$

$$U_n = \mu + \Phi^{-1}(\frac{3r + 2}{4r + 2}) \sigma$$

$$U_u = \frac{r + 1}{2r + 1} (\mu + \sqrt{3}\sigma)$$

分别取 $\mu = 8, \sigma = 1$; $\mu = 10, \sigma = 1$; $\mu = 14, \sigma = 2$; $\mu = 16, \sigma = 2$ 四组不同均值和方差, 并在 $0 < r < 1$ 范围内随机取 100 组数据, 分别比较 U_w 与 U_n 、 U_u 的吻合情况。图 4—图 7 中曲线分别为 U_w 、 U_n 和 U_u 的拟合曲线, R^2 表示拟合曲线与所取

数据对应点的拟合度。

(1) 当 $\mu = 8, \sigma = 1$ 时的算例结果

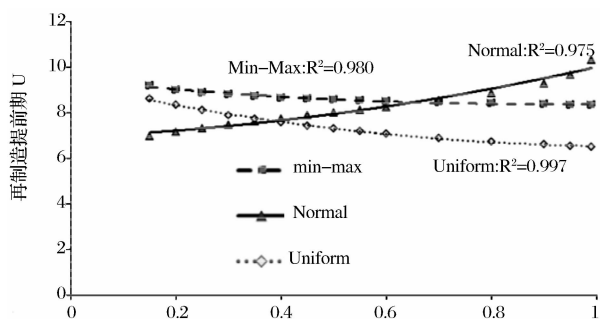


图 4 $\mu = 8, \sigma = 1$ 时再制造提前期的吻合情况

(2) 当 $\mu = 10, \sigma = 1$ 时的算例结果

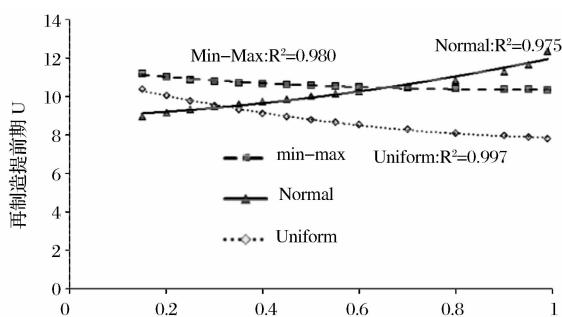


图 5 $\mu = 10, \sigma = 1$ 时再制造提前期的吻合情况

(3) 当 $\mu = 14, \sigma = 2$ 的算例结果

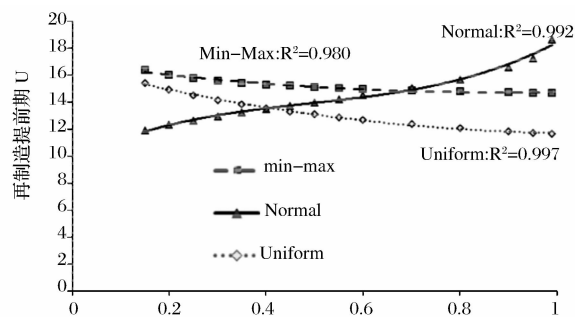


图 6 $\mu = 14, \sigma = 2$ 时再制造提前期的吻合情况

(4) 当 $\mu = 16, \sigma = 2$ 时的算例结果

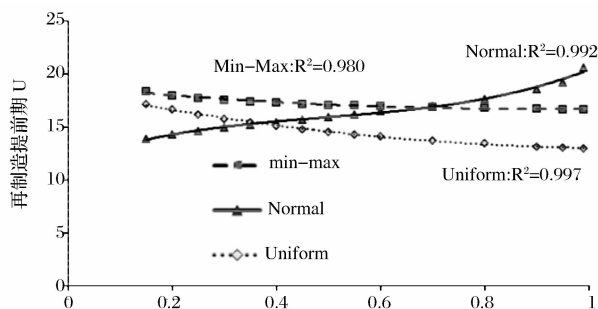


图 7 $\mu = 16, \sigma = 2$ 时再制造提前期的吻合情况

通过以上数值计算,得到 4 组不同均值和方差情况下两者的差值如表 1 所示。 U_w 和 U_i 两者差值与 U_i 之比表达式为:

$$Gap = \frac{|U_w - U_i|}{U_i} \times 100\%$$

其中, $i = n$ 或 u , 在所取 100 组数据中, $\max Gap$ 是指 Gap 的最大值; $\min Gap$ 是指 Gap 的最小值; $Ave Gap$ 是指 Gap 的平均值,其大小反映 U_w 和 U_i 的整体吻合度。

由图 4—图 7 和表 1 可以看出, U_w 和 U_n 、 U_u 吻合较好,说明在只知道 t_r 一阶矩、二阶矩有限分布信息条件下可以保证解的鲁棒性。分析图表得到具体结论如下:

(1) 由表 1 数据得到, U_w 和 U_n 的差异最大值不超过 37.6%, 最小值为 0, 平均差值不超过 15.0%; U_w 和 U_u 的差异最大值不超过 32.2%, 最小值不超过 7.9%, 平均差值不超过 20.4%, 说明 U_w 和 U_n 、 U_u 吻合较好。

(2) 由图 4—图 7 拟合曲线趋势及表 1 中数据可以看出, 对于 U_w 和 U_n 来说, $Ave Gap_1$ 的变化趋势是随着 $\frac{\mu}{\sigma}$ 的增大而变小, 说明当 $\frac{\mu}{\sigma}$ 较大时, 在只知道一阶矩、二阶矩有限分布信息条件下求得的结果与已知服从正态分布求得的结果更加接近。

表 1 U_w 和 U_n 、 U_u 比较表

Input		Output					
μ	σ	正态分布			均匀分布		
		$\max Gap_1$	$Ave Gap_1$	$\min Gap_1$	$\max Gap_2$	$Ave Gap_2$	$\min Gap_2$
8	1	32.2	13.1	0	28.6	17.8	6.9
10	1	25.0	10.4	0	32.2	20.4	7.9
14	2	37.6	15.0	0	26.2	16.1	6.2
16	2	32.2	13.1	0	28.6	17.8	6.9

(3)当 $r \rightarrow 0$ 时, U_w 和 U_u 趋势一致,且随着 r 的减少两者愈接近; U_w 和 U_u 随着 r 的减少两者的差异趋向最大值,即 $\max Gap_1$ 在 $r \rightarrow 0$ 时取得,说明当单位库存持有成本 $h \rightarrow 0$ 时,零部件的库存持有成本对总成本的影响不大,因而再制造提前期可以足够长,同时随着 r 的增加再制造提前期越短,在图4—图7中, U_w 、 U_u 更好地反映了这一现实情况,而 U_n 则会在一定程度上导致缺货成本的增加,从而影响总成本。

(4)对于 U_w 和 U_u 来说,两者的差值随着 r 的增大而增大;对于 U_w 和 U_n 来说,当 $r < 0.7$ 时, $U_w > U_n$,两者的差值随着 r 增大而减小,当 $r > 0.7$ 时, $U_w < U_n$,两者的差值随着 r 增大而减小,但减幅很小, U_w 、 U_n 非常接近。

6 结语

进行再制造的一般为价值高、再制造周期长的专用核心零部件,其库存成本也高,对这类部件通常采用MTO生产策略。本文基于该背景,研究了该策略下由再制件和采购件组成的单个再制品在采购提前期确定,而获得可用零部件的再制造时间随机且只知其有限分布信息(一阶矩、二阶矩)条件下的提前期优化问题。根据实际的再制造过程,以时间为坐标,建立最小化库存持有成本和缺货成本的min-max优化模型,所得模型结构类似于经典的“报童模型”,求解使得具有相同一阶矩、二阶矩的分布集中最坏分布下的目标函数值最小的最优再制造提前期。并通过数值计算将求解结果与传统假设 t_r 服从正态分布、均匀分布求得的结果进行了比较,结果表明:在只知道再制造时间一阶矩、二阶矩有限分布信息条件下可以保证解的鲁棒性,min-max方式可以解决在实际再制造企业中很难得到 t_r 具体分布及传统假设其服从某一特定分布但有可能与实际分布不吻合造成的偏差过大的问题。

本文的研究可以为企业确定再制造提前期提供理论依据,对企业制定再制造计划、采购计划等具有现实的指导意义,同时可以将本文处理随机变量的方法推广应用到其他领域。需要指出的是:(1)在研究过程中本文假设采购提前期确定,可进一步研究随机的情形;(2)本文分析了再制造系统三个子系统之间的关系,重点研究了再制造和重新装配两个子系统的生产计划提前期优化问题,下一步可研究包括拆卸子系统在内的三个子系统的综合优化问题;(3)在本文研究中,只考虑了构成再制品的两个零部

件,可在此基础上,进一步研究包括多个再制件和采购件的情形。

参考文献:

- [1] Lund R T. Remanufacturing: United States Experience and Implications for Developing Nations[R]. The World Bank, 1983.
- [2] Guide V D R. Production planning and control for remanufacturing: Industry practice and research needs [J]. Journal of Operations Management, 2000, 18 (4): 467—483.
- [3] Guide V D R, Jayaraman V, Srivastava R. The effect of lead time variation on the performance of disassembly release mechanisms [J]. Computers and Industrial Engineering, 1999, 36(4): 759—779.
- [4] van der Laan E, Salomon M, Dekker R. An investigation of lead-time effects in manufacturing /remanufacturing systems under simple push and pull control strategies [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 115(1): 195—214.
- [5] Bayindir Z P, Erkip N, Gullu R. A model to evaluate inventory costs in a remanufacturing environment [J]. International Journal of Production Economics, 2003, 81: 597—607.
- [6] Tang Ou, Robert W. Grubbstrom. Considering stochastic lead times in a manufacturing /remanufacturing system with deterministic demands and returns [J]. International Journal of Production Economics, 2005, 93(1): 285—300.
- [7] Stanfield P M, King R E, Hodgson T J. Determining sequence and ready times in a remanufacturing system [J]. IIE Transactions, 2006, 38(7): 597—607.
- [8] Yang Xiaoyan, Gao Fenglian. Controlling remanufacturing time based on markov process [J]. Innovation Management and Industrial Engineering, 2009, 4(1): 176—178.
- [9] Tang Ou, Grubbstrom R W, Zanoni S. Planned lead time determination in a make-to-order remanufacturing system [J]. International Journal of Production Economics, 2007, 108(1—2): 426—435.
- [10] 包兴,季建华, Ou Tang. MTO再制造系统最优生产计划提前期研究[J]. 工业工程与管理, 2007, 12(2): 51—56, 64.
- [11] Bao Xing, Tang Ou, Ji Jianhua. Applying the minimum relative entropy method for bimodal distribution in a remanufacturing system [J]. International Journal of Production Economics, 2008, 113(2): 969—979.
- [12] Scarf H. A min-max solution of an inventory problem, studies in the mathematical theory of inventory and production[M]. California: Stanford University Press,

- 1958.
- [13] Gallego G, Moon I. The distribution free newsboy problem; Review and extensions [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1993, 44(8): 825–834.
- [14] Mostard J, Koster R, Teunter R. The distribution-free newsboy problem with resalable returns [J]. *International Journal of Production Economics*, 2005, 97(3): 329–342.
- [15] Yue Jinfeng, Chen Bintong, Wang Michang, Expected value of distribution information for the newsvendor problem [J]. *Operations Research*, 2006, 54(6): 1128–1136.
- [16] Perakis G, Roels G. Regret in the newsvendor model with partial information [J]. *Operations Research*, 2008, 56(1): 188–203.
- [17] Ozler A, Tan B, Karaesmen F. Multi-product newsvendor problem with value-at-risk consideration [J]. *International Journal of Production Economics*, 2009, 117(2): 244–255.
- [18] Delage E, Ye Yinyu, Distributionally robust optimization under moment uncertainty with application to data-driven problems [J]. *Operations Research*, 2010, 58(3): 595–612.
- [19] Jiang Houyuan, Sergei N, Sergei S. Robust newsvendor competition under asymmetric information [J]. *Operations Research*, 2011, 59(1): 254–261.

Lead Time Determination in a Make-to-order Remanufacturing System with Limited Distribution Information

LIU Bi-yu^{1,2}, CHEN Wei-da¹

(1. School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 211189, China;

(2. School of Management Science and Engineering, Anhui University of Technology, Maanshan 243000, China)

Abstract: A make-to-order remanufacturing system which is driven by customer orders is considered in this paper. In this system, in order to reassemble a finished product, two parts, one of which is from outside supplier and the other one is from reprocessing workshop, are needed. The remanufacturing time to obtain a reusable remanufactured part is random due to the different quality of the disassembled parts and the distribution f is not known but only the first and second moment. The objective is to examine the remanufacturing time to determine the planned lead time of this remanufacturing system. This considered problem is described as a moment problem. A min-max model is developed to minimize the inventory holding cost and stockout cost and further solved by duality theorem, which provides better results when compared to the traditional Normal and Uniform approximation through numerical examples. The results of this study capture well all distributions with the same first and second moment and accords with practice more and are helpful to the production planning and scheduling of remanufacturing in practice.

Key words: limited distribution; moment problems; make-to-order; remanufacturing lead time