

文章编号 1004-924X(2014)09-2476-07

MEMS 低频压电振动能量采集器

刘颖^{1,2}, 王艳芬^{1,2}, 李刚^{1,2}, 桑胜波^{1,2}, 李朋伟^{1,2*}

(1. 太原理工大学信息工程学院微纳系统研究中心, 山西太原, 030024;

2. 太原理工大学新型传感器与智能控制教育部和山西省重点实验室, 山西太原 030024)

摘要: 设计了基于微机电系统(MEMS)的一阶、二阶传动低频压电振动能量采集器, 通过压电效应将低频振动能量转化为电能来解决低频(小于 200 Hz)振动环境中的能量采集问题。一阶传动能量采集器模型包括一阶传动梁及压电悬臂梁, 二阶传动能量采集器模型包括一阶传动梁、二阶传动梁及压电悬臂梁。数学建模及有限元分析显示: 采集器工作频率随一阶、二阶传动梁及压电悬臂梁材料的杨氏模量的减小均呈单调递减的趋势; 传动梁的设计可有效降低采集器的高阶工作频率、拓宽工作带宽; 而二阶传动梁可以在 1g 加速度条件下, 获得 10.98 Hz 和 44.52 Hz 两个超低频率的电压峰值(分别为 3.18 V/g 和 1.33 V/g), 使系统工作频率降得更低, 50 Hz 以下的有效工作带宽更宽, 更适合与低频振动环境匹配进行能量采集。

关键词: 低频振动; 压电能量采集器; 微机电系统; 传动梁

中图分类号: TN384 文献标识码: A doi: 10.3788/OPE.20142209.2476

MEMS-based low-frequency piezoelectric vibration energy harvester

LIU Ying^{1,2}, WANG Yan-fen^{1,2}, LI Gang^{1,2}, SANG Sheng-bo^{1,2}, LI Peng-wei^{1,2*}

(1. *MicroNano System Research Center, College of Information Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China;*

2. *Key Laboratory of Advanced Transducers and Intelligent Control Systems of the Ministry of Education, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)*

* *Corresponding author, E-mail: lipengwei@tyut.edu.cn*

Abstract: The first order and second order MEMS-based transmission low-frequency piezoelectric vibration energy harvesters are designed, which transform the vibration energy under a low-frequency environment (less than 200 Hz) into electricity through a piezoelectric effect to solve the problem of vibration energy harvesting. The first-order transmission energy harvester model includes a first-order transmission beam and a piezoelectric cantilever, the second-order transmission energy harvester model incorporates a first-order transmission beam, a second-order transmission beam and a

收稿日期: 2013-10-12; 修订日期: 2013-12-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 51205276, 51205275); 中国博士后科学基金资助项目(No. 20110491629, 2013T60268); 山西省研究生优秀创新项目(No. 20133032); 山西省青年科学基金资助项目(No. 2012021021-5, 2013021017-1); 山西省归国留学人员基金资助项目(No. 2013-036); 太原理工大学大学生创新项目

piezoelectric cantilever. The results of mathematical modeling and finite element analysis indicate that the operating frequency of the energy harvester decrease monotonically with the decline of the Young modulus for the first and second order transmission beams and the piezoelectric cantilever; the design of transmission beam effectively reduces the high-order operating frequency of the harvester and broadens the operating bandwidth. As compared with the first-order transmission beam, the second-order transmission beam has acquired two voltage peaks (respectively 3.18 V/g and 1.33 V/g) at ultra-low frequencies (10.98 Hz and 44.52 Hz) with the acceleration of 1 g, which further lowers the system operating frequency and widens the effective working bandwidth (less than 50 Hz). Obtained results show the harvesters are suitable for low-frequency vibration energy harvesting.

Key words: low-frequency vibration; piezoelectric energy harvester; Micro-Electro-Mechanical System technology; transmission beam

1 引言

近年来,集成电路设备、微机电系统(MEMS)器件及便携式电子产品受到越来越多的关注。这些产品主要采用化学电池进行供能,然而,化学电池体积大、质量重、寿命有限、污染环境,且需要定期更换,已经严重影响了相关行业的发展^[1-3]。为解决低耗能电子产品的供能问题,利用MEMS工艺将环境振动能量转化为电能的技术已成为当下的研究热点。基于振动的环境能量采集技术主要有三种形式:压电式、电磁式和静电式。相对于其他两种采能方式,压电式振动能量采集器具有高密度、无电磁干扰且不需要额外电源供电等优点,故成为振动能量采集领域的研究重点^[4-7]。

从目前的研究来看,环境中的振动能量主要分布在较低频段(<200 Hz)^[8],然而,当前大多数研究的MEMS能量采集器的工作频率均高于200 Hz^[9-11],如美国Arman Hajati等人设计的基于MEMS技术的宽频带振动能量采集器的共振频率在1.35 kHz附近;Ting-Ta Yen等人设计的波纹式氮化铝高效能量采集器的工作频率在2.56 kHz左右;厦门大学张杨剑等人设计的MEMS复合式振动能量采集器的共振频率为282 Hz。这些设计没有充分利用环境低频振动资源,来获得最大的功率输出。故如何设计一种能够匹配低频振动环境的能量采集器是获得最大能量输出的关键性问题。

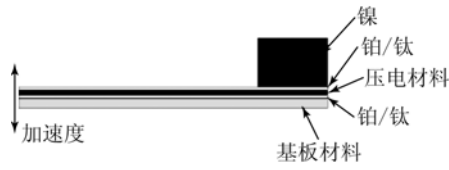
本文设计了基于MEMS技术的一阶、二阶传

动低频压电振动能量采集器,一阶传动模型包括一阶传动梁及压电悬臂梁,二阶传动模型主要包括一阶传动梁,二阶传动梁以及压电悬臂梁。文中对2种结构进行了数学建模,并通过有限元软件COMSOL进行仿真分析,讨论了一阶传动梁,二阶传动梁,压电材料及基板材料的杨氏模量对结构工作频率的影响^[12-15],并系统地对比分析了二阶传动模型、一阶传动模型与传统压电悬臂梁的频率响应特征。

2 结构与建模

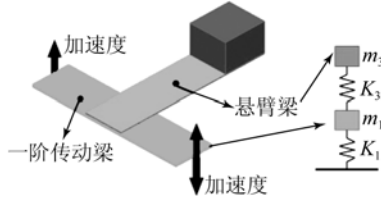
图1(a)为传统压电悬臂梁结构示意图,其结构中不包含一层不具有压电效应的基板材料,一层压电薄膜,以及位于基板与压电材料中间的一对金属电极,此外为了适应低频振动环境,在悬臂梁自由端设计了一个Ni质量块以降低结构的本征频率。悬臂梁一端施加激励,另一端自由振动,激励方向如图1(a)中所示。结构所使用的材料特征及参数如表1所示。

针对传统压电悬臂梁工作频率高,不能与低频环境相匹配的问题,设计了一阶传动能量采集器和二阶传动能量采集器,分别如图1(b)、1(c)所示。一阶模型主要包括一阶传动梁及压电悬臂梁,激励方向如图1(b)所示,一阶传动梁振动带动悬臂梁振动;二阶模型主要包括一阶传动梁、二阶传动梁及一个压电悬臂梁,其激励方向如图1(c)所示,一阶传动梁振动带动二阶传动梁,继而带动悬臂梁,一阶传动模型与二阶传动模型中的压电悬臂梁材料与图1(a)中传统悬臂梁结构相同。



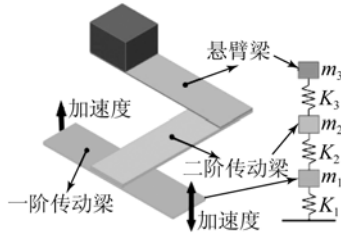
(a) 传统悬臂梁结构能量采集器截面图

(a) Cross-sectional sketch of traditional cantilever beam structure energy harvester



(b) 一阶传动能量采集器

(b) First-order transmission energy harvester



(c) 二阶传动能量采集器

(c) Second-order transmission energy harvester

图 1 几种能量采集方式结构图

Fig. 1 Schematic diagrams of several energy harvesters

表 1 悬臂梁结构仿真过程中所采用的材料与参数

Tab. 1 Materials and parameters used in simulation process of cantilever beam structure

材料参数	Si	SiN	PMMA	PZT	AlN	PVDF	Ni
杨氏模量/GPa	165	310	3	79	300	2	219
泊松比	0.28	0.27	0.40	0.32	0.2	0.29	0.31
长×宽/ μm	2 000	2 000	2 000	2 000	2 000	2 000	550
	×500	×500	×500	×500	×500	×500	×500
厚/ μm	12	12	12	3.2	3.2	3.2	400

为了定量分析结构的可行性,将一阶和二阶传动模型等效为二自由度和三自由度的弹簧-质量块结构。据文献可知 n 个自由度系统自由振动微分方程的固有频率,不考虑阻尼与外力,其振动微分方程为^[16]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0. \quad (1)$$

式中: \mathbf{M} 为质量矩阵、 \mathbf{K} 为刚度矩阵、 \mathbf{x} 为位移列

向量。

根据微分方程组和模态分析理论,方程的解为:

$$x = A \sin(\omega t + \theta). \quad (2)$$

将上式代入方程(1)转化为矩阵 \mathbf{K} 和 \mathbf{M} 的本征值问题:

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M})\mathbf{A} = 0, \quad (3)$$

式中: $\lambda = \omega^2$ 。

\mathbf{A} 有非零解的充分必要条件是系数行列式等于零,即:

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) = 0. \quad (4)$$

对于本文中的二自由度系统,可得出以下方程:

$$\lambda^2 - \left[\frac{k_1 + k_3}{m_1} + \frac{k_3}{m_3} \right] \lambda + \frac{k_1 k_3}{m_1 m_3} = 0. \quad (5)$$

求解这个一元二次方程便可得到 λ 的值,因为 $\lambda = \omega^2$,进而可以得到 2 个解 ω_1^2 和 ω_2^2 的值, k_1 、 k_3 分别为一阶传动模型中一阶传动梁和悬臂梁的弹性系数; m_1 、 m_3 分别为一阶传动梁和悬臂梁的有效质量。

对于本文中采用的三自由度系统,可得出以下方程:

$$\lambda^3 - \left[\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2 + k_3}{m_2} + \frac{k_3}{m_3} \right] \lambda^2 + \left[\frac{k_1 k_2 + k_3 (k_2 + k_1)}{m_1 m_2} + \frac{k_3 (k_1 + k_2)}{m_1 m_3} + \frac{k_2 k_3}{m_2 m_3} \right] \lambda - \frac{k_1 k_2 k_3}{m_1 m_2 m_3} = 0. \quad (6)$$

求解这个一元三次方程便可得到 λ 的值,因为 $\lambda = \omega^2$,进而可以得到 3 个解 ω_1^2 、 ω_2^2 、 ω_3^2 的值, k_1 、 k_2 、 k_3 分别为二阶传动模型中一阶传动梁、二阶传动梁和悬臂梁的弹性系数, m_1 、 m_2 、 m_3 分别为一阶传动梁、二阶传动梁和悬臂梁的有效质量。

从式(5)及式(6)中可以得出,弹性系数 k_1 、 k_2 、 k_3 可以调节整个系统的共振频率,故选择弹性系数较小的材料可以有效地降低系统共振频率。据文献[17]可知,材料的弹性系数 k 正比于杨氏模量 Y ,即 $k = Y \times S / L_0$,其中: S 为材料横截面积; L_0 为材料原长度。由此可知,杨氏模量可以反映材料弹性系数的变化趋势。因此,本文中

主要讨论了各部分材料的杨氏模量对系统工作频率的影响情况。

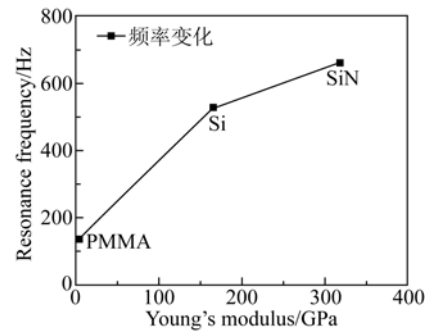
3 结果与讨论

本文采用有限元软件 COMSOL 对能量采集器的振动模态进行了仿真分析,仿真中主要使用了压电材料与固体力学耦合场,压电材料上表面电势约束为零,基板材料下表面定义为接地,其他表面电荷设置为零,指定 Z 轴的方向,按如图方向施加大小为 1g 的加速度。在特征频率求解器中计算共振频率,对不同频率下采集器施加 1g 加速度激励时,在频域求解器中计算电压输出。

3.1 传统的悬臂梁结构

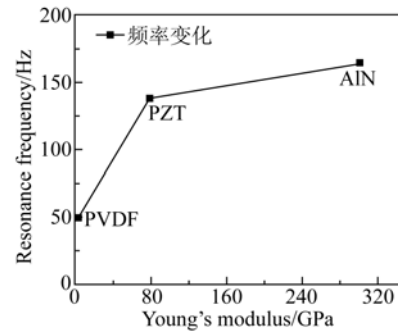
针对传统的悬臂梁结构(图 1(a)所示),选取 3 种基板材料(Si, SiN 和 PMMA)研究杨氏模量对共振频率的影响。初步选用压电材料为 PZT,在加速度激励为 1g 的情况下,通过有限元方法计算出的频率-杨氏模量输出曲线如图 2(a)所示。由图 2(a)可知,系统的共振频率分别出现在 528.87 Hz(Si), 662.1 Hz(SiN), 138.36 Hz (PMMA)。该结果表明,随着基板材料杨氏模量的增加,结构的固有频率单调增长。因此,较其他材料而言,使用 PMMA 材料的悬臂梁可以获得更低的工作频率,适于作为悬臂梁结构的基板材料。

基板材料确定为 PMMA 后,选择 3 种压电材料(PZT, AlN 和 PVDF)来分析压电材料的杨氏模量对频率响应的影响。结果表明,固有频率方面得到的结论与上述讨论基本吻合,即随着压电材料杨氏模量的增大,共振频率单调增加,如图 2(b)所示。PZT 材料共振频率最终出现在 138.36 Hz 处, AlN 材料共振频率最终出现在 164.28 Hz 处, PVDF 材料共振频率最终出现在 49.84 Hz 处。为了获得较低的工作频率,选用 PVDF 材料作为悬臂梁结构的压电材料。因此,分别选择 PVDF、PMMA 作为悬臂梁结构的压电材料和基板材料。整体结构的共振频率情况如下:一阶共振频率为 49.84 Hz,二阶共振频率为 333.96 Hz,输出电压分别为 14.2 V 与 0.65 V。



(a) 3 种基板材料(PMMA、Si 和 SiN)下结构共振频率随杨氏模量的变化情况(压电材料为 PZT)

(a) Resonance frequency varies with Young's modulus for three kinds of substrate materials (PMMA, Si and SiN) with piezoelectric material of PZT



(b) 3 种压电材料(PVDF、PZT 和 AlN)下结构共振频率随杨氏模量的变化情况(基板材料为 PMMA)

(b) Resonance frequency varies with Young's modulus of three kinds of piezoelectric materials (PVDF, PZT and AlN) with substrate material of PMMA

图 2 结构共振频率随不同基板材料或压电材料的变化
Fig. 2 Variation of resonance frequency for different kinds of piezoelectric materials or substrate materials

3.2 一阶及二阶传动压电能量采集器

为了进一步降低结构的工作频率,分别设计了一阶及二阶传动压电振动能量采集器。一阶传动压电振动能量采集器结构如图 1(b)所示,选用表 2 中材料来研究一阶传动梁杨氏模量对结构频率响应的影响。结构工作频率随杨氏模量的变化趋势如图 3(a)所示。由图 3(a)可知,随着杨氏模量的增加,结构的一阶、二阶共振频率也相应变大。根据最小二乘法拟合可知^[18]:一阶共振频率 $R_1(Y) = 82 - 68\exp(-7.8 \times Y)$, 即一阶共振频率与杨氏模量的增长呈负指数规律变化;二阶共振频率 $R_2(Y) = \exp(6 - 0.04/(Y + 0.02))$, 即二阶共振频率以 $1/Y$ 的负指数函数单调增加。综上所述,低杨氏模量的一阶传动梁对降低工作频率

有显著作用。

一阶传动梁杨氏模量对系统输出电压的影响情况如图 4(a)所示。由图可知,随着材料杨氏模量的减小,一阶电压输出略有减小,基于 PDMS 材料的电压输出较 Oak 材料降低了约 29% (13.4 V 降到 9.5 V),而二阶电压输出则大幅增加,从 0.46 V 增至 4.59 V,增长了约 897%。虽然基于 PDMS 材料的一阶振动能量采集器的一阶电压(9.5 V)略小于传统悬臂梁的输出电压(14.2 V),但其二阶电压(4.6 V)较传统悬臂梁二阶电压(0.65 V)有显著提高,所以一阶传动梁部分最终选用 PDMS 材料。

二阶传动模型结构如图 1(c)所示,同样选用表 2 中材料来研究二阶传动梁杨氏模量对结构工作频率的影响,工作频率随杨氏模量的变化趋势如图 3(b)所示。由图 3(b)所示,一阶、二阶共振频率的变化趋势与一阶传动模型类似,即随着材料杨氏模量的减小,结构的一阶、二阶共振频率也相应降低。拟合结果为一阶共振频率 $R_1(Y) = 12.2 - 6.4 \exp(-16.7 \times Y)$,二阶共振频率 $R_2(Y) = \exp(4.2 - 0.05/(Y + 0.04))$ 。

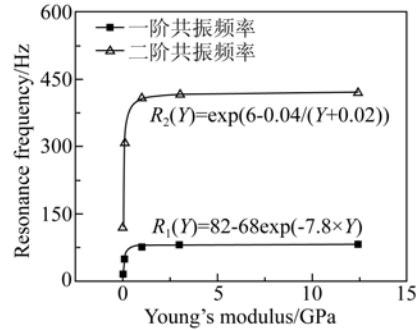
表 2 一阶、二阶传动梁仿真过程所采用的材料与参数

Tab. 2 Materials and parameters used in simulation process of the first and second order transmission beams

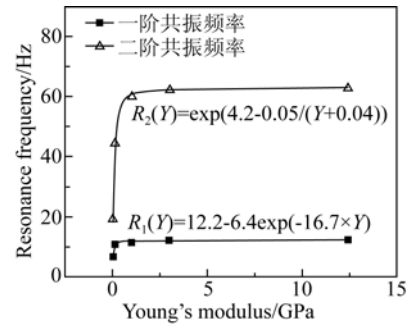
材料参数	PDMS	Rubber	Epoxy	PMMA	Oak
杨氏模量/GPa	0.007	0.1	1	3	12.4
泊松比	0.48	0.47	0.38	0.4	0.3
长×宽/ μm	2 000 ×500	2 000 ×500	2 000 ×500	2 000 ×500	2 000 ×500
厚/ μm	40	40	40	40	40

二阶传动梁杨氏模量对系统电压输出的影响情况如图 4(b)所示,变化趋势仍然为随着材料杨氏模量的减小,一阶电压输出减小,二阶电压输出增加。与一阶传动梁相比,二阶传动模型增加了低杨氏模量的二阶传动梁,因此,更大程度地降低了系统的工作频率,基于 Rubber 和 PDMS 材料的结构前两阶共振频率都降低到 50 Hz 以内,更适用于特定的超低频工作环境,但一、二阶输出电压有所降低。考虑到整个结构的支撑问题,二阶传动梁部分最终选择了杨氏模量为 0.1 GPa 的

橡胶(Rubber),其一阶共振频率为 10.98 Hz,输出电压为 3.18 V;二阶共振频率为 44.52 Hz,输出电压为 1.33 V。



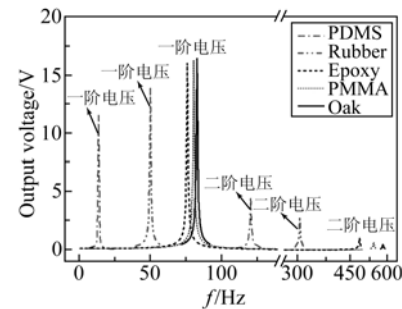
(a) 材料杨氏模量对一阶传动能量采集器工作频率的影响
(a) Impact of material Young's modulus on resonance frequency of the first-order transmission energy harvester



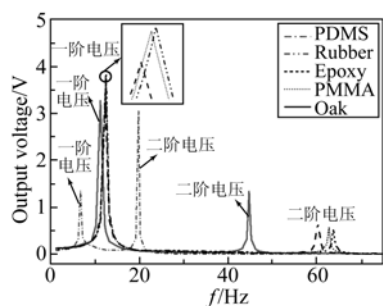
(b) 材料杨氏模量对二阶传动能量采集器工作频率的影响
(b) Impact of material Young's modulus on resonance frequency of the second-order transmission energy harvester

图 3 材料杨氏模量对结构共振频率的影响(标记为仿真结果,曲线为拟合结果;公式中 Y 为杨氏模量, R_1 为一阶共振频率, R_2 为二阶共振频率)

Fig. 3 Impact of material Young's modulus on structural resonance frequency(The symbols are simulation results and the lines are fitting analysis. Y: Young's modulus, R_1 : the first mode resonant frequency, R_2 : the second mode resonant frequency)



(a) 不同材料一阶传动能量采集器的频率响应特性
(a) Frequency response of the first-order transmission energy harvester with different materials



(b)不同材料二阶传动能量采集器的频率响应特性

(b) Frequency response of the second-order transmission energy harvester with different materials

图4 不同材料传动能量采集器的频率响应特性

Fig.4 Frequency responses of transmission energy harvesters with different materials

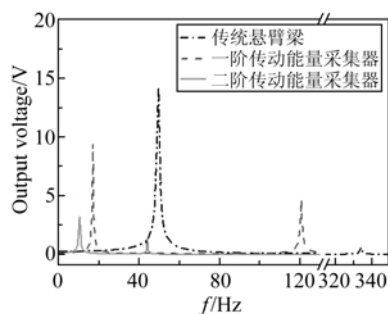


图5 MEMS压电振动能量采集器频率响应

Fig.5 Frequency response of MEMS piezoelectric vibration energy harvesters

图5为二阶传动振动能量采集器、一阶传动振动能量采集器与传统悬臂梁结构频率响应对比

参考文献:

- [1] JAMBUNATHAN M, ELFRINK R, VULLERS R, *et al.*. Pulsed laser deposited-PZT based MEMS energy harvesting devices [C]. *Applications of Ferroelectrics held jointly with 2012 European Conference on the Applications of Polar Dielectrics and 2012 International Symp Piezoresponse Force Microscopy and Nanoscale Phenomena in Polar Materials (ISAF/ECAPD/PFM)*, Aveiro:IEEE, 2012:1-4.
- [2] KIM S-G, PRIYA S, KANNO I. Piezoelectric MEMS for energy harvesting [J]. *MRS Bulletin*, 2012, 37(11):1039-1050.
- [3] 李征, 万杰, 阚君武. 基于流固耦合作用的压电液压力振动俘能器 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(5): 1002-1008.
LI ZH, WAN J, K J W. Piezo-hydraulic energy harvester based on solid-fluid coupling vibration [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(5):1002-1008. (in Chinese)
- [4] KIM S-H, LEUNG A, KOO C Y. Lead-free (Na_{0.5}K_{0.5})(Nb_{0.95}Ta_{0.05})O₃-BiFeO₃ thin films for MEMS piezoelectric vibration energy harvesting devices [J]. *Materials Letters*, 2012, 69 (11): 24-26.
- [5] XU R, LEI A, DAH-PETERSEN C. Screen printed PZT/PZT thick film bimorph MEMS cantilever device for vibration energy harvesting [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2012, 188 (11): 383-388.
- [6] CHEN Z, YANG Y, LU Z. Broadband characteristics of vibration energy harvesting using one-dimensional phononic piezoelectric cantilever beams [J]. *Physica B: Condensed Matter*, 2013, 410 (11): 5-12.
- [7] 崔岩, 王飞, 董维杰, 等. 非线性压电能量采集器 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(12):2737-2743.

图。由图5可知,相较于传统悬臂梁结构,一阶传动模型的系统工作频率降低,二阶电压输出提高;相比一阶传动模型,二阶传动模型进一步降低了系统的工作频率,尤其是二阶共振频率。另外,由于2个电压峰值都在50 Hz以内出现,便于较好地匹配特定的超低频的工作环境。

4 结论

本文设计了一种基于MEMS技术的一阶、二阶传动低频压电振动能量采集器,用于捕获环境中的低频振动能量,选用可以使采集器共振频率较低的材料PMMA、PVDF、Rubber、PDMS分别作为悬臂梁结构的基板材料、压电材料、二阶传动梁材料以及一阶传动梁材料。二阶传动模型在1g加速度的激励下,在较低频率(10.98 Hz和44.52 Hz)处获得了2个电压峰值,分别为3.18 V/g和1.33 V/g。结果表明,材料的杨氏模量可以用于调节能量采集器的工作频率;一阶传动模型及二阶传动模型的结构设计进一步降低了系统的工作频率,并且拓宽了工作频带。其中,二阶传动模型使系统工作频率降得更低,50 Hz以下的有效工作带宽更宽,最适合用于低频振动环境进行能量采集。

- CUI Y, WANG F, DONG W J, *et al.*. Nonlinear piezoelectric energy harvester [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(12):2737-2743. (in Chinese)
- [8] ANDO B, BAGLIO S, TRIGONA C, *et al.*. Non-linear mechanism in MEMS devices for energy harvesting applications [J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2010, 20(12):125020.
- [9] BASSET P, GALAYKO D, PARACHA A M, *et al.*. A batch-fabricated and electric-free silicon electrostatic vibration energy harvester [J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2009, 19(11):115025.
- [10] SAR A, ALKAN C, KARAIPEKLI A. Preparation, characterization and thermal properties of PMMA/n-heptadecane microcapsules as novel solid-liquid microPCM for thermal energy storage [J]. *Applied Energy*, 2010, 87(5):1529-1534.
- [11] 张杨键, 伞海生. MEMS 复合式振动能量采集器 [J]. *光学精密工程*, 2009, 17(6):1262-1266.
- ZHANG Y J, SAN H SH. MEMS hybrid power-generator from vibration energy [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(6):1262-1266. (in Chinese)
- [12] DEY S, PURAHMAD M, SINHA-RAY S, *et al.*. Investigation of PVDF-TrFE nanofibers for energy harvesting [C]. *Proceeding of 2012 IEEE Conference on Nanotechnology Material and Devices Conference (NMDC)*, Waikiki Beach;IEEE, 2012:21-24.
- [13] MOTAUNG T E, LUYT A S, BONDIOLI F, *et al.*. PMMA-titania nanocomposites: Properties and thermal degradation behaviour [J]. *Polymer Degradation and Stability*, 2012, 97(8):1325-1333.
- [14] POTTS J R, SHANKAR O, DU L, *et al.*. Processing-morphology-property relationships and composite theory analysis of reduced graphene oxide/natural rubber nanocomposites [J]. *Macromolecules*, 2012, 45(15):6045-6055.
- [15] YU S, QU Y, LI T, *et al.*. Fabrication of PDMS microfluidic chip used in Ultraviolet integrated biological chip [C]. 2012 *International Conference on Optoelectronics and Microelectronics*, Changchun: IEEE, 2012:553-555.
- [16] 刘廷柱, 陈文良, 陈立群. 振动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- LIU Y ZH, CHEN W L, CHEN L Q. *Mechanics of Vibration* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2000. (in Chinese)
- [17] 赵德先. 杨氏模量 y 与劲度系数 k 以及弹簧组合系统 [J]. *物理通报*, 2003, 8:10-11.
- ZHAO D X. Young's modulus y , stiffness factor x and spring combination system [J]. *Physics Bulletin*, 2003, 8:10-11. (in Chinese)
- [18] 朱艳华. 最小二乘法拟合参数的求解分析 [J]. *时代教育*, 2012, 19(10):151-154.
- ZHU Y H. Analysis of solving the least squares fitting parameters [J]. *Time Education*, 2012, 19(10):151-154. (in Chinese)

作者简介:



刘颖(1988—),女,吉林四平人,2011年于东北电力大学获得学士学位,主要从事 MEMS 压电能量采集技术的研究。E-mail:liuying0230@126.com

导师简介:



李朋伟(1981—),男,河南漯河人,博士,副教授,硕士生导师,2010年于北京航空航天大学获得博士学位,主要从事微纳电子器件、传感器敏感材料、嵌入式传感器系统等方面的研究工作。E-mail: lipengwei@tyut.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)