

基于导频信号的 MIMO-AF 协作中继信道估计

周健, 郑宝玉

(南京邮电大学 通信与信息工程学院, 江苏 南京 210023)

摘 要: 提出一种在 2 个时隙内对 MIMO-AF 协作两跳中继信道进行估计的方法。重点研究在信源发送功率和中继发送功率受限的约束条件下, 运用 MMSE 准则构建信源至中继节点信道估计的优化问题, 采用矩阵分解的方法将信号分解成酉分量和对角分量, 简化代价函数。最后用二分法求出最佳的导频信号和中继放大系数。仿真结果表明, 本方法能够得到确定的、精度较高的信道估计值, 并分析了信道相关性、天线数目对信道估计的影响。

关键词: 信道估计; 导频设计; MIMO 无线中继; AF 协作

中图分类号: TN919.3

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2014)09-0140-07

Pilot based channel estimation in amplify-and-forward MIMO relay networks

ZHOU Jian, ZHENG Bao-yu

(College of Telecommunications and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract: A channel estimation method in two time slots for two-hop amplify-and-forward MIMO relay channels is proposed. An algorithm for computing the optimal pair of source pilot and relay amplify matrix is developed, which minimizes the mean square error of the source-to-relay channel estimation subject to both power constraints at the source and the relay. The signal matrices are decomposed into unitary components and diagonal components. Then the bisection method is used to obtain the optimal diagonal components of the source pilot and the relay amplified matrix. The simulation results show that the proposed method has no ambiguity in the channel estimates. The effects of the channel correlation and the number of antennas on the performance of channel estimation are also analyzed.

Key words: channel estimation; pilot design; MIMO wireless relay; AF cooperative

1 引言

近年来, 基于中继的 MIMO 协作通信得到了广泛关注^[1-4], 当用户受到功率和频谱资源限制时中继传输能够极大地改善无线覆盖。MIMO 中继可以利用多天线的空间分集节省功率和频谱, 而节点间的信道状态信息则能够用来有效提高 MIMO 系统的功率和频谱的利用率^[3,4]。并且在中继系统中, 许多关键技术都需要根据信道信息来优化设计, 如功率分配、天线选择、波束成形、接收解码等, 信道信息准确与否直接影响这些技术的效果和系统性能^[5,6]。因此, MIMO 中继系统的信道估计就显得尤

为重要。

早先的一些常规 MIMO 信道估计方法只能用在相邻 MIMO 节点的情况, 即单跳 MIMO 信道^[7,8]。而对于两跳非再生 MIMO 中继信道, 即信源与目标节点间的直达通路衰落很大, 几乎不可用, 这种情况时有发生, 比如信源与目标被一栋巨大的建筑物阻挡, 在这样的建筑物旁只能设置一个中继, 这种非再生中继叫做放大前传中继。它仅仅对接收信号进行放大, 而不做其他的信号处理, 如解码、信息估计等。因此, 这样的非再生中继就不能完成单跳的 MIMO 信道估计, 必须寻找其他方法来估计多跳的 MIMO 中继信道。

收稿日期: 2014-02-18; 修回日期: 2014-04-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61271240); 南京邮电大学校科研基金资助项目 (NY208018)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61271240); The Scientific Research Foundation of Nanjing University of Posts and Telecommunications (NY208018)

但到目前为止, 大多文献讨论的信道估计都是针对单天线信源、单天线目标节点和多个单天线中继的两跳系统^[9,10]。对于 MIMO-AF 两跳中继信道估计的讨论却较少。文献[11,12]是将信源到中继节点信道 \mathbf{H}_{SR} 和中继到目标节点信道 \mathbf{H}_{RD} 的级联看成一个等效的复合信道 $\mathbf{H}_{SRD} = \mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \mathbf{H}_{SR}$ 来估计, \mathbf{G}_R 是中继节点的放大系数。这是一个非高斯噪声环境下的信道估计问题, 在这种模式下, 噪声和信道系数概率分布函数都很难计算, 因此直接计算最优的信道估计是不可能的。况且这种方法无法估计出分段的 \mathbf{H}_{SR} 和 \mathbf{H}_{RD} 信道。文献[13]研究了若要从复合信道 \mathbf{H}_{SRD} 得到分段信道 \mathbf{H}_{SR} 和 \mathbf{H}_{RD} 的估计, \mathbf{G}_R 需要满足的充要条件。这种利用 \mathbf{H}_{SRD} 得到 \mathbf{H}_{SR} 和 \mathbf{H}_{RD} 的估计, 优点是中继节点除了传输数据, 不需要做其他处理, 所有信道估计都是由目标节点完成的。但是这样做的缺点是, 对于 \mathbf{H}_{SR} 和 \mathbf{H}_{RD} 的估计始终存在一个待定的标量系数。文献[14]提出一种 AF 协作的频域信道估计方法, 能够获得 2 个分段链路的信道估计。但是在多协作节点系统中, 该方法占用的导频数将随着协作节点数目的增加而线性增加, 这将占用大量的资源用作导频, 极大降低了系统数据传输的有效性。文献[15]提出了分段估计信道的方法, 但是由于优化问题太复杂, 只讨论了信道天线符合特殊情况下的优化, 对于一般情况只是次优。

本文提出一种 2 个时隙里发送 2 个导频训练信号的信道估计模式。在第一个时隙, 令一个导频训练信号由中继发出, 目标节点接收后, 首先估计出中继到目标节点的信道 \mathbf{H}_{RD} ; 在第二个时隙, 另一个导频训练信号由信源节点发出, 经过中继放大后转发, 目标节点将已估计值 \mathbf{H}_{RD} 作为已知量, 对接收信号采用 MMSE 准则来估计信源到中继节点的信道值 \mathbf{H}_{SR} 。这样将一个非高斯噪声环境下的信道估计问题转化为 2 个高斯噪声环境下的信道估计问题, 最后设计了最优的信源导频训练信号 \mathbf{C}_S 和中继放大器 \mathbf{G}_R 。

文中对矩阵的一些标识符号约定如下: \mathbf{A}^T 、 \mathbf{A}^* 、 \mathbf{A}^{-1} 、 $\text{tr}(\mathbf{A})$ 、 \mathbf{A}^H 、 $\|\mathbf{A}\|$ 分别表示矩阵 \mathbf{A} 的转置、复共轭、求逆、求迹、Hermitian 矩阵、2-范数。 $\text{vec}(\mathbf{A})$ 是将矩阵 \mathbf{A} 的所有列堆积成单列矢量, 并且有下列性质: $\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B})$, $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) = \mathbf{AC} \otimes \mathbf{BD}$, $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})^H = \mathbf{A}^H \otimes \mathbf{B}^H$, 其中, \otimes 表

示 Kronecker 乘积。

2 系统模型

信源信号通过中继节点传输, 采用放大前传协议, 完整的端到端信息传输在 2 个连续的时隙内完成, 不考虑直达通路。本文研究 MIMO 协作中继系统, 即信源节点、中继节点和目的节点都采用多根天线, 数量分别 N_S 、 N_R 、 N_D 。假设符号周期远大于信道延迟扩展, 信道是平坦衰落的。信源到中继节点的信道响应 $\mathbf{H}_{SR} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_S}$ 表示, 中继节点到目标节点的信道响应 $\mathbf{H}_{RD} \in \mathbb{C}^{N_D \times N_R}$ 表示。本文采用 Kronecker 相关信道模型^[8,15]如式(1)、式(2)所示。

$$\mathbf{H}_{SR} = \sum_{R_r}^{1/2} \mathbf{W}_{SR} \sum_S^{T/2} \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{RD} = \sum_D^{1/2} \mathbf{W}_{RD} \sum_{R_t}^{T/2} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{W}_{SR} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_S}$ 和 $\mathbf{W}_{RD} \in \mathbb{C}^{N_D \times N_R}$ 是由具有单位方差的独立同分布复循环对称高斯随机变量组成的矩阵; $\sum_S \in \mathbb{C}^{N_S \times N_S}$ 和 $\sum_D \in \mathbb{C}^{N_D \times N_D}$ 分别是信源和目标节点的天线相关矩阵; $\sum_{R_r} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$ 和 $\sum_{R_t} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$ 分别是中继节点的接收和发送天线的相关矩阵。假设这些相关矩阵是事先已知的。

为了简化中继节点的功能, 同时为了避免反馈信息, 信道估计的计算都由目标节点来完成。由于需要估计出 \mathbf{H}_{SR} 和 \mathbf{H}_{RD} 这 2 条信道参数, 本文采用 2 个时隙。在第一个时隙中, 中继节点向目标节点发送导频信号 $\mathbf{C}_R \in \mathbb{C}^{N_R \times L}$, L 为该时隙长度, 信源节点静默, 目标节点接收信号 $\mathbf{Y}_{RD} \in \mathbb{C}^{N_D \times L}$ 后估计出信道 \mathbf{H}_{RD} 的参数。在第二个时隙中, 信源节点发送导频信号 $\mathbf{C}_S \in \mathbb{C}^{N_S \times L}$, 中继节点对接收信号 $\mathbf{Y}_{SR} \in \mathbb{C}^{N_R \times L}$ 放大形成 $\mathbf{X}_{SR} \in \mathbb{C}^{N_R \times L}$, 放大系数矩阵为 $\mathbf{G}_R \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$, 然后再发送给目标节点, 目标节点利用接收信号 $\mathbf{Y}_{SRD} \in \mathbb{C}^{N_D \times L}$ 以及已估计出的 \mathbf{H}_{RD} 来估计信道 \mathbf{H}_{SR} 参数, 该时隙需要 $2L$ 时长。

因此, 在第一个时隙, $\mathbf{Y}_{RD} = \mathbf{H}_{RD} \mathbf{C}_R + \mathbf{N}_{RD}$ 。在第二个时隙, 有

$$\mathbf{Y}_{SR} = \mathbf{H}_{SR} \mathbf{C}_S + \mathbf{N}_{SR} \quad (3)$$

$$\mathbf{X}_{SR} = \mathbf{G}_R \mathbf{Y}_{SR} \quad (4)$$

$$\mathbf{Y}_{SRD} = \mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \mathbf{H}_{SR} \mathbf{C}_S + \mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \mathbf{N}_{SR} + \mathbf{N}_{RD} \quad (5)$$

其中, \mathbf{N}_{RD} 和 \mathbf{N}_{SR} 分别表示接收端的复高斯噪声矩阵(零均值, 单位方差)。

第一时隙中, 由于 \mathbf{H}_{RD} 是点到点的单跳 MIMO

信道, 其估计可以采用常规的 MMSE 准则方便地得到^[8,15], 所以这里不再赘述。本文的重点在于利用 \mathbf{Y}_{SRD} 和已知的 \mathbf{H}_{RD} 来估计 \mathbf{H}_{SR} , 找到优化的信源导频训练信号 \mathbf{C}_S 和中继放大矩阵 \mathbf{G}_R 。

3 优化问题的构建

对式(5)用 vec 算子, 并运用 vec 的性质得到

$$\mathbf{y}_{SRD} = \text{vec}(\mathbf{Y}_{SRD}) = (\mathbf{C}_S^T \otimes \mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R) \mathbf{h}_{SR} + (\mathbf{I} \otimes \mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R) \mathbf{n}_{SR} + \mathbf{n}_{RD} \quad (6)$$

对式(6)运用 MMSE 准则估计 \mathbf{h}_{SR} , 定义代价函数为

$$\Phi_S = E\{\text{tr}[(\mathbf{h}_{SR} - \hat{\mathbf{h}}_{SR})(\mathbf{h}_{SR} - \hat{\mathbf{h}}_{SR})^H]\} \quad (7)$$

可以得到估计^[16]

$$\hat{\mathbf{h}}_{SR} = \mathbf{R}_{h_{SR} \mathbf{Y}_{SRD}} \mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{SRD} \mathbf{Y}_{SRD}}^{-1} \mathbf{Y}_{SRD} \quad (8)$$

估计误差 $\Delta \mathbf{h}_{SR} = \mathbf{h}_{SR} - \hat{\mathbf{h}}_{SR}$ 的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{\Delta \mathbf{h}_{SR} \Delta \mathbf{h}_{SR}} = \mathbf{R}_{h_{SR} h_{SR}} - \mathbf{R}_{h_{SR} \mathbf{Y}_{SRD}} \mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{SRD} \mathbf{Y}_{SRD}}^{-1} \mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{SRD} \mathbf{Y}_{SRD}} \mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{SRD} h_{SR}} \quad (9)$$

其中,

$$\mathbf{R}_{h_{SR} h_{SR}} = E[\mathbf{h}_{SR} \mathbf{h}_{SR}^H] = \Sigma_S \otimes \Sigma_{R_r} \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_{h_{SR} \mathbf{Y}_{SRD}} = E[\mathbf{h}_{SR} \mathbf{Y}_{SRD}^H] = \Sigma_S \mathbf{C}_S^* \otimes \Sigma_{R_r} \mathbf{G}_R^H \mathbf{H}_{RD}^H \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{SRD} \mathbf{Y}_{SRD}} = E[\mathbf{Y}_{SRD} \mathbf{Y}_{SRD}^H] = \mathbf{C}_S^T \Sigma_S \mathbf{C}_S^* \otimes \mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \Sigma_{R_r} \mathbf{G}_R^H \mathbf{H}_{RD}^H + \mathbf{I} \otimes \mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \mathbf{G}_R^H \mathbf{H}_{RD}^H + \mathbf{I} \quad (12)$$

将式(10)~式(12)代入式(9), 再将式(9)代入式(7), 得到代价函数

$$\Phi_S = \text{tr}(\mathbf{R}_{\Delta \mathbf{h}_{SR} \Delta \mathbf{h}_{SR}}) = \text{tr}(\Sigma_S \otimes \Sigma_{R_r}) - \text{tr} \left[\frac{\mathbf{C}_S^T \Sigma_S^H \Sigma_S \mathbf{C}_S^* \otimes \mathbf{H}_{RD} \mathbf{C}_R \Sigma_{R_r}^H \Sigma_{R_r} \mathbf{C}_R^H \mathbf{H}_{RD}^H}{\mathbf{C}_S^T \Sigma_S \mathbf{C}_S^* \otimes \mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \Sigma_{R_r} \mathbf{G}_R^H \mathbf{H}_{RD}^H + \mathbf{I} \otimes \mathbf{H}_{RD} \mathbf{C}_R \mathbf{C}_R^H \mathbf{H}_{RD}^H + \mathbf{I}} \right] \quad (13)$$

再加上发射功率的约束条件, 就构成了优化问题。

$$[\mathbf{C}_S, \mathbf{G}_R] = \arg \min_{\mathbf{C}_S, \mathbf{G}_R} \Phi_S \quad \text{满足} \quad \begin{cases} \text{tr}(\mathbf{C}_S \mathbf{C}_S^H) \leq P_S \\ E[\text{tr}(\mathbf{X}_R \mathbf{X}_R^H)] \leq P_R \end{cases} \quad (14)$$

其中, P_S 和 P_R 分别是信源发射端和中继发射端的最大功率。

由式(3)和式(4)得到 $\mathbf{x}_R = \text{vec}(\mathbf{X}_R) = (\mathbf{C}_S^T \Sigma_S^{1/2} \otimes \mathbf{G}_R \Sigma_{R_r}^{1/2}) \mathbf{w}_{SR} + (\mathbf{I} \otimes \mathbf{G}_R) \mathbf{n}_{SR}$, 则中继发射功率受限的条件可以写成

$$E[\text{tr}(\mathbf{X}_R \mathbf{X}_R^H)] = E[\text{tr}(\mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^H)] = \text{tr}(\mathbf{C}_S^T \Sigma_S \mathbf{C}_S^* \otimes \mathbf{G}_R \Sigma_{R_r} \mathbf{G}_R^H + \mathbf{I} \otimes \mathbf{G}_R \mathbf{G}_R^H) \leq P_R \quad (15)$$

显然, 式(14)不是凸优化问题, 不能用常规方法直接求解。为了简化问题, 先对矩阵进行分解。

4 信号的矩阵分解

对式(13)中的 $\mathbf{C}_S^T \Sigma_S \mathbf{C}_S^*$ 和 $\mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \Sigma_{R_r} \mathbf{G}_R^H \mathbf{H}_{RD}^H$ 2 项进行分析, 可以看到, $\mathbf{C}_S^T \Sigma_S \mathbf{C}_S^*$ 与导频训练信号有关, 而 $\mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \Sigma_{R_r} \mathbf{G}_R^H \mathbf{H}_{RD}^H$ 与中继放大系数有关, 将这 2 个矩阵进行特征值分解, 如果用下标 P 来标识与导频相关的分量, 用下标 A 来标识与放大器相关的分量, 则

$$\mathbf{C}_S^T \Sigma_S \mathbf{C}_S^* = \Gamma_P \Psi_P \Gamma_P^H \quad (16)$$

$$\mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \Sigma_{R_r} \mathbf{G}_R^H \mathbf{H}_{RD}^H = \Gamma_A \Psi_A \Gamma_A^H \quad (17)$$

其中, Γ 是酉特征矢量矩阵, Ψ 是具有降序对角元素的酉特征值矩阵。再令

$$\mathbf{C}_S^T \Sigma_S^{1/2} = \Gamma_P \Psi_P^{1/2} \mathbf{U}_P \quad (18)$$

$$\mathbf{H}_{RD} \mathbf{G}_R \Sigma_{R_r}^{1/2} = \Gamma_A \Psi_A^{1/2} \mathbf{U}_A \quad (19)$$

其中, \mathbf{U} 是酉矩阵。

如果 Σ_S 、 Σ_{R_r} 和 \mathbf{H}_{RD} 都是非奇异矩阵, 那么根据式(18)和式(19), 导频矩阵 \mathbf{C}_S 和放大矩阵 \mathbf{G}_R 可以由酉分量 Γ_P 、 Γ_A 、 \mathbf{U}_P 、 \mathbf{U}_A 和对角分量 Ψ_P 、 Ψ_A 来确定, 即

$$\mathbf{C}_S^T = \Gamma_P \Psi_P^{1/2} \mathbf{U}_P \Sigma_S^{-1/2} \quad (20)$$

$$\mathbf{G}_R = \mathbf{H}_{RD}^{-1} \Gamma_A \Psi_A^{1/2} \mathbf{U}_A \Sigma_{R_r}^{-1/2} \quad (21)$$

即使 Σ_S 、 Σ_{R_r} 和 \mathbf{H}_{RD} 中有奇异矩阵的话, 也可以用伪逆去替代式(20)和式(21)中的矩阵求逆, 从而得到 \mathbf{C}_S 和 \mathbf{G}_R 的优化解。此时, 若要用式(20)和式(21)求出最佳的导频和放大器, 就要求出这些最佳的酉分量和对角分量矩阵。

对 Σ_S 和 Σ_{R_r} 也进行特征值分解, $\Sigma_S = \Gamma_S \Psi_S \Gamma_S^H$, $\Sigma_S^{1/2} = \Gamma_S \Psi_S^{1/2}$, $\Sigma_{R_r} = \Gamma_R \Psi_R \Gamma_R^H$, $\Sigma_{R_r}^{1/2} = \Gamma_R \Psi_R^{1/2}$ 。将这些分解的分量都代入式(13), 得

$$\Phi_S - \text{tr}(\Sigma_S \otimes \Sigma_{R_r}) = -\text{tr} \left[\frac{\Psi_A^{1/2} \mathbf{U}_A \Psi_S \mathbf{U}_A^H \Psi_A^{1/2} \otimes \Psi_P^{1/2} \mathbf{U}_P \Psi_R \mathbf{U}_P^H \Psi_P^{1/2}}{\Psi_P \otimes \Psi_A + \mathbf{I} \otimes \Psi_A^{-1} \mathbf{U}_A \Psi_R^{-1} \mathbf{U}_A^H \Psi_A^{1/2} + \mathbf{I}} \right] \quad (22)$$

式(14)中的信源发射功率约束条件可以写成

$$\text{tr}(\Psi_P \mathbf{U}_P \Psi_S^{-1} \mathbf{U}_P^H) \leq P_S \quad (23)$$

为了简化中继发射功率的约束条件，对信道 \mathbf{H}_{RD} 进行奇异值分解。

$$\mathbf{H}_{RD} = \mathbf{U}_{H_{RD}} \boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}} \mathbf{V}_{H_{RD}} \quad (24)$$

其中， $\mathbf{U}_{H_{RD}}$ 和 $\mathbf{V}_{H_{RD}}$ 是酉方阵， $\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}$ 是半正定对角阵，具有降序奇异值。若 \mathbf{H}_{RD} 不是方阵，则用 $\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^2 = \boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}} \boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^H$ 表示。将式(18)、式(19)和式(24)代入式(15)，并用性质 $\text{tr}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) = \text{tr}(\mathbf{A})\text{tr}(\mathbf{B})$ ，则中继功率约束可以表示成

$$\begin{aligned} & \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_P) \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^{-2} \mathbf{U}_{H_{RD}}^H \boldsymbol{\Gamma}_A \boldsymbol{\Psi}_A \boldsymbol{\Gamma}_A^H \mathbf{U}_{H_{RD}}) + \\ & L \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^{-2} \mathbf{U}_{H_{RD}}^H \boldsymbol{\Gamma}_A \boldsymbol{\Psi}_A^{1/2} \mathbf{U}_A \boldsymbol{\Psi}_R^{-1} \mathbf{U}_A^H \boldsymbol{\Psi}_A^{H/2} \boldsymbol{\Gamma}_A^H \mathbf{U}_{H_{RD}}) \leq P_R \end{aligned} \quad (25)$$

5 分析和求解算法

对式(22)、式(23)和式(25)进行分析，可以得到下面 2 个结论。

结论 1 对于任何 $\boldsymbol{\Sigma}_S$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_{R_r}$ ， $\mathbf{U}_P = \mathbf{I}$ ， $\boldsymbol{\Gamma}_P$ 为任意酉阵是式(14)的解。

证明 从式(22)的代价函数和式(23)、式(25)的约束条件看，它们都与 $\boldsymbol{\Gamma}_P$ 无关，因此，最佳 $\boldsymbol{\Gamma}_P$ 只需是酉矩阵即可。再看 2 个约束条件中仅有式(23)的信源功率约束与 \mathbf{U}_P 有关，即 $\text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_P \mathbf{U}_P \boldsymbol{\Psi}_S^{-1} \mathbf{U}_P^H) = \text{tr}[\boldsymbol{\Psi}_P (\mathbf{U}_P \boldsymbol{\Psi}_S^{-1} \mathbf{U}_P^H)] \geq \text{tr}[\boldsymbol{\Psi}_P \boldsymbol{\Psi}_S^{-1}]$ ，当且仅当 $\mathbf{U}_P = \mathbf{I}$ 时等式成立。也就是说，对于任意给定的 $\boldsymbol{\Psi}_P$ ，当 $\mathbf{U}_P = \mathbf{I}$ 时信源消耗最小功率。

结论 2 如果 $\boldsymbol{\Sigma}_{R_r} = \theta \mathbf{I}$ ， $\boldsymbol{\Gamma}_A = \mathbf{U}_{H_{RD}}$ ， \mathbf{U}_A 为任意酉阵是式(14)的解。

证明 从式(22)、式(23)、式(25)可以看出当 $\boldsymbol{\Sigma}_{R_r} = \theta \mathbf{I}$ 时或者 $\boldsymbol{\Psi}_R = \theta \mathbf{I}$ 时，式(14)的优化问题都与 \mathbf{U}_A 无关，因而 \mathbf{U}_A 可以是任意酉阵。再从式(22)、式(23)看到式(14)中的代价函数和信源功率约束与 $\boldsymbol{\Gamma}_A$ 无关。当 $\boldsymbol{\Sigma}_{R_r} = \theta \mathbf{I}$ 时，中继功率约束即式(25)： $\text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_P) \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^{-2} \mathbf{U}_{H_{RD}}^H \boldsymbol{\Gamma}_A \boldsymbol{\Psi}_A \boldsymbol{\Gamma}_A^H \mathbf{U}_{H_{RD}}) + L \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^{-2} \cdot \mathbf{U}_{H_{RD}}^H \boldsymbol{\Gamma}_A \boldsymbol{\Psi}_A \boldsymbol{\Gamma}_A^H \mathbf{U}_{H_{RD}}) / \theta \geq \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_P) \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^{-2} \boldsymbol{\Psi}_A) + \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^{-2} \cdot \boldsymbol{\Psi}_A) L / \theta$ 当且仅当 $\boldsymbol{\Gamma}_A = \mathbf{U}_{H_{RD}}$ 时等式成立，此时中继消耗最小功率。

综合上述 2 个结论，当 $\boldsymbol{\Sigma}_{R_r} = \theta \mathbf{I}$ 时，可以选择 $\boldsymbol{\Gamma}_P = \mathbf{I}$ 和 $\mathbf{U}_A = \mathbf{I}$ 作为优化解，那么根据式(20)和式(21)，此时的 \mathbf{C}_S 和 \mathbf{G}_R 具有下列形式。

$$\mathbf{C}_S^T = \boldsymbol{\Psi}_P^{1/2} \boldsymbol{\Sigma}_S^{-1/2} \quad (26)$$

$$\mathbf{G}_R = \frac{1}{\sqrt{\theta}} \mathbf{V}_{H_{RD}} \boldsymbol{\Sigma}_{H_{RD}}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_A^{1/2} \quad (27)$$

当 $\mathbf{U}_P = \mathbf{I}$ 、 $\boldsymbol{\Gamma}_A = \mathbf{U}_{H_{RD}}$ 时，(14)式的优化问题变成

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{\Psi}_P \geq 0, \boldsymbol{\Psi}_A \geq 0} -\text{tr}[(\boldsymbol{\Psi}_P \otimes \boldsymbol{\Psi}_A + \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\Psi}_A^{1/2} \boldsymbol{\Psi}_R^{-1} \boldsymbol{\Psi}_A^{H/2} + \mathbf{I})^{-1} \\ & (\boldsymbol{\Psi}_A^{1/2} \boldsymbol{\Psi}_S \boldsymbol{\Psi}_A^{H/2} \otimes \boldsymbol{\Psi}_P^{1/2} \boldsymbol{\Psi}_R \boldsymbol{\Psi}_P^{H/2})] \\ & \text{满足} \begin{cases} \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_P \boldsymbol{\Psi}_S^{-1}) \leq P_S \\ \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_P) \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^{-2} \boldsymbol{\Psi}_A) + L \text{tr}(\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}^{-2} \boldsymbol{\Psi}_A^{1/2} \boldsymbol{\Psi}_R^{-1} \boldsymbol{\Psi}_A^{H/2}) \leq P_R \end{cases} \end{aligned} \quad (28)$$

设 $a_P(i)$ 、 $a_A(i)$ 、 $a_S(i)$ 、 $a_R(i)$ 、 $a_{H_{RD}}(i)$ 分别是 $\boldsymbol{\Psi}_P$ 、 $\boldsymbol{\Psi}_A$ 、 $\boldsymbol{\Psi}_S$ 、 $\boldsymbol{\Psi}_R$ 、 $\boldsymbol{\Psi}_{H_{RD}}$ 矩阵的第 i 个对角线元素，那么式(28)可以进一步写成

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{a_P(i) \geq 0 \\ a_A(j) \geq 0}} - \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{N_D} [a_P(i) a_S(i) a_A(j) a_R(j)] \cdot \\ & [a_P(i) a_A(j) + a_A(j) a_R^{-1}(j) + 1]^{-1} \\ & \text{满足} \begin{cases} \sum_{i=1}^L a_S^{-1}(i) a_P(i) \leq P_S \\ \left(\sum_{i=1}^L a_P(i) \right) \left(\sum_{j=1}^{N_D} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_A(j) \right) + \\ L \sum_{j=1}^{N_D} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_R^{-1}(j) a_A(j) \leq P_R \end{cases} \end{aligned} \quad (29)$$

令 $\bar{N}_S = \text{rank}(\boldsymbol{\Sigma}_S)$ ， $\bar{N}_R = \min(\text{rank}(\boldsymbol{\Sigma}_{R_r}), \text{rank}(\mathbf{H}_{RD}))$ ，显然，当 $i > \bar{N}_S$ 时， $a_S^{-1}(i) = \infty$ ，当 $j > \bar{N}_R$ 时 $a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_R^{-1}(j) = \infty$ 。所以从式(29)的功率约束条件来看，式(29)的解一定满足当 $L \geq i > \bar{N}_S$ 时， $a_P(i) = 0$ ，当 $N_D \geq j > \bar{N}_R$ 时， $a_A(j) = 0$ 。因此，可以用 \bar{N}_S 和 \bar{N}_R 分别代替式(29)中的 L 和 N_D 。

式(29)也不是凸优化。但是，如果对于所有 j ，固定 $a_A(j)$ ，那么对于所有 i ， $a_P(i)$ 的优化是凸的；同样，如果对于所有 i ，固定 $a_P(i)$ ，那么对于所有 j ， $a_A(j)$ 的优化也是凸的。因此，对于式(29)可以求出局部优化解。

1) 固定 $a_P(i)$ ，优化 $a_A(j)$

用一组满足 $\sum_{i=1}^{\bar{N}_S} \frac{a_P(i)}{a_S(i)} = P_S$ 条件的 $a_P(i)$ ， $i = 1, \dots, \bar{N}_S$ ，那么式(29)变成

$$\begin{aligned} & \min_{a_A(j) \geq 0} - \sum_{i=1}^{\bar{N}_S} \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} [a_P(i) a_S(i) a_A(j) a_R(j)] \cdot \\ & [(a_P(i) + a_R^{-1}(j)) a_A(j) + 1]^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{满足} \left(\sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_p(i) \right) \left(\sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_A(j) \right) + \\ & L \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_R^{-1}(j) a_A(j) \leq P_R \end{aligned} \quad (30)$$

这时可以用拉格朗日乘法，代价函数为

$$\begin{aligned} \Phi_A = & - \sum_{i=1}^{\bar{N}_S} \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} [a_p(i) a_S(i) a_A(j) a_R(j)] \\ & [(a_p(i) + a_R^{-1}(j)) a_A(j) + 1]^{-1} + \\ & \beta \left\{ \left(\sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_p(i) \right) \left(\sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_A(j) \right) + \right. \\ & \left. L \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_R^{-1}(j) a_A(j) - P_R \right\} \end{aligned}$$

令 $\frac{\partial \Phi_A}{\partial a_A(j)} = 0$ ，得到

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\bar{N}_S} \frac{a_p(i) a_S(i) a_R(j)}{[(a_p(i) + a_R^{-1}(j)) a_A(j) + 1]^2} \\ & = \beta \left[\sum_{i=1}^{\bar{N}_S} \frac{a_p(i)}{a_{H_{RD}}^2(j)} + \frac{L}{a_{H_{RD}}^2(j) a_R(j)} \right] \end{aligned} \quad (31)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_p(i) \right) \left(\sum_{j=1}^{\bar{N}_R} \frac{a_A(j)}{a_{H_{RD}}^2(j)} \right) + L \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} \frac{a_A(j)}{a_{H_{RD}}^2(j) a_R(j)} = P_R \quad (32)$$

可以看出，对于任何 j ，式(31)左边都是随 $a_A(j)$ 的增加而单调递减的，所以 $\beta \geq 0$ 是随着 $a_A(j)$ 的增加而单调下降的。而且，式(31)的左边也是 $a_p(i)$ 的递减函数，所以对于任意一组新的 $a_p(i), i=1, \dots, \bar{N}_S$ ，只需检查中继功率约束，如果超过约束，就增加 β ；反之，则减小 β 。最佳 β 的搜索可以采用二分法^[16]。定义 $a_A(j)$ 和 β 的范围如下。

$$0 \leq a_A(j) \leq$$

$$P_R \left[\sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_p(i) \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) + L \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_R^{-1}(j) \right]^{-1}$$

$$0 \leq \beta \leq$$

$$\max_j \frac{a_R(j)}{a_{H_{RD}}^{-2}(j) \sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_p(i) + L a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_R^{-1}(j)} \sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_S(i) a_p(i)$$

可以用二分法找到满足式(31)和式(32)的最佳 $a_A(j)$ 。

2) 固定 $a_A(j)$ ，优化 $a_p(i)$

给出一组 $a_A(j), j=1, \dots, \bar{N}_R$ ，式(29)可以写成

$$\begin{aligned} & \min_{a_p(i) \geq 0} - \sum_{i=1}^{\bar{N}_S} \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} [a_p(i) a_S(i) a_A(j) a_R(j)] \cdot \\ & [a_p(i) a_A(j) + a_A(j) a_R^{-1}(j) + 1]^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{满足} \begin{cases} \sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_S^{-1}(i) a_p(i) \leq P_S \\ \left(\sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_p(i) \right) \left(\sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_A(j) \right) + \\ L \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_R^{-1}(j) a_A(j) \leq P_R \end{cases} \quad (33)$$

用拉格朗日乘法，代价函数为

$$\begin{aligned} \Phi_p = & - \sum_{i=1}^{\bar{N}_S} \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} [a_p(i) a_S(i) a_A(j) a_R(j)] \\ & [a_p(i) a_A(j) + a_A(j) a_R^{-1}(j) + 1]^{-1} + \\ & \beta_1 \left[\sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_S^{-1}(i) a_p(i) - P_S \right] + \\ & \beta_2 \left\{ \left(\sum_{i=1}^{\bar{N}_S} a_p(i) \right) \left(\sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_A(j) \right) + \right. \\ & \left. L \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_R^{-1}(j) a_A(j) - P_R \right\} \end{aligned}$$

令 $\frac{\partial \Phi_p}{\partial a_p(i)} = 0$ ，得到

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_S(i) a_A(j) a_R(j) [a_A(j) a_R^{-1}(i) + 1] \cdot \\ & [a_p(i) a_A(j) + a_A(j) a_R^{-1}(j) + 1]^{-2} \\ & = \beta_1 a_S^{-1}(i) + \beta_2 \sum_{j=1}^{\bar{N}_R} a_{H_{RD}}^{-2}(j) a_A(j) \end{aligned}$$

可以看到，对于任何 i ，等式左边都是 $a_p(i)$ 的单调递减函数，因而 $\beta_1 \geq 0$ 和 $\beta_2 \geq 0$ 都是随着 $a_p(i)$ 的增加而递减的函数。当 β_1 和 β_2 中固定某一个，另一个就可以用二分法来确定。这样的搜索就是二维的二分法。

最佳的 $a_p(i)$ 和 $a_A(i)$ 确定后，就可以得到最佳的 C_S 和 G_R ，再通过式(8)得到信道 H_{SR} 估计值，显然这是一个确定的值，而同类算法(如文献[13])的信道估计结果会存在一个待定的标量系数。

6 仿真实验与分析

设信源端和中继节点的发射功率相同 $P_S = P_R = P$ ，天线数量 $N_S = N_R = N_D = N$ ，时隙长度 $L=N$ ，信道

的相关矩阵 $\Sigma_\rho, [\Sigma_\rho]_{i,j} = \rho^{|i-j|}$, $|\rho| < 1$ 为相关系数^[15]。

为了讨论系统性能, 定义均方误差 MSE 为

$$MSE(\mathbf{H}) = \frac{E\left[\|\hat{\mathbf{H}} - \mathbf{H}\|^2\right]}{N^2}$$

从式(13)看出, 信道的相关性会影响 \mathbf{H}_{SR} 的估计, 图 1 和图 2 用 \mathbf{H}_{SR} 的均方误差 MSE 随发射功率变化的情况来反映信道相关性的影响程度。图 1 中, $\mathbf{H}_{SR} = \mathbf{W}_{SR}$, 不相关; $\mathbf{H}_{RD} = \Sigma_\rho^{1/2} \mathbf{W}_{RD} \Sigma_\rho^{1/2}$, 当 $\rho=0.2$ 时表示弱相关, 当 $\rho=0.8$ 时表示强相关。从图 1 中看出, 随着 \mathbf{H}_{RD} 相关性的增强, \mathbf{H}_{SR} 的 MSE 会变大, 而且这种趋势在约束功率越大时越明显。随着 N 的增大, 弱相关估计和强相关估计之间的性能差距也会越来越大。图 2 中, $\mathbf{H}_{RD} = \mathbf{W}_{RD}$, 不相关; $\mathbf{H}_{SR} = \mathbf{W}_{SR} \Sigma_\rho^{1/2}$ (因本文只讨论 $\Sigma_{Rr} = \theta \mathbf{I}$ 的情况, 这里 $\theta=1$), $\rho=0.2$ 时弱相关, $\rho=0.8$ 时强相关。与图 1 不同的是, 当 \mathbf{H}_{SR} 的相关性越强时, \mathbf{H}_{SR} 的 MSE 越低, 这种趋势在约束功率小的情况下变得明显。同样, 随着 N 增大, 弱相关估计和强相关估计之间的性能差距也会越来越大。

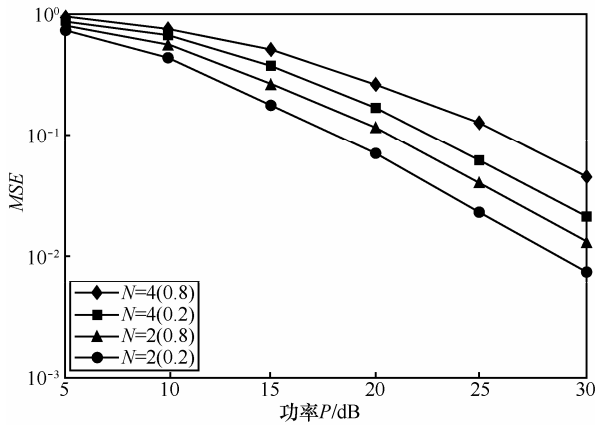


图 1 \mathbf{H}_{SR} 不相关, \mathbf{H}_{RD} 的估计性能

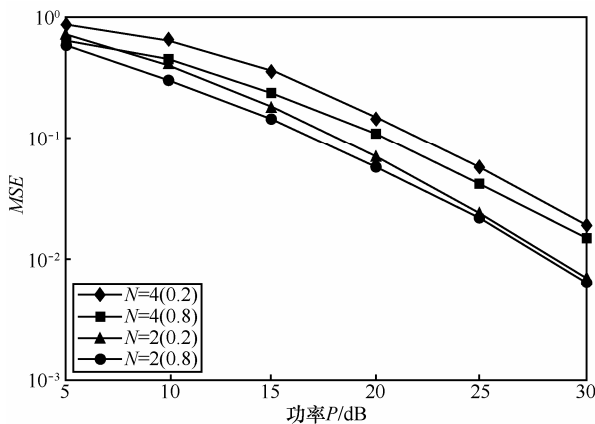


图 2 \mathbf{H}_{RD} 不相关, \mathbf{H}_{SR} 的估计性能

图 3 对本文方法和文献[15]方法进行了比较。在文献[15]中, 由于优化算法复杂, 只对信道满足特定情况时得出了优化结果, 其中优化导频 $\mathbf{C}_S = \sqrt{\frac{P_S}{N_S}} \mathbf{I}$ 是正交的。该结果对于 $\Sigma_S = \Sigma_{Rr} = \Sigma_D = \mathbf{I}$ 是最佳的, 对于 $\Sigma_{Rr} = \Sigma_D = \mathbf{I}$ 情况是渐进最佳, 而对于一般情况则是次佳。图中画出了 2 种情况, 第一种情况是 $\Sigma_S = \Sigma_{Rr} = \Sigma_{Rt} = \Sigma_D = \mathbf{I}$, 即 \mathbf{H}_{SR} 和 \mathbf{H}_{RD} 都是不相关; 第二种情况是 $\Sigma_S = \Sigma_{Rr} = \mathbf{I}$, 即 \mathbf{H}_{SR} 不相关, 而 \mathbf{H}_{RD} 的相关系数 $\rho=0.8$ 。取 $N=4$ 。可以看到, 在天线不相关时, 2 种方法的效果相差无几。但是在天线相关时, 本文方法要明显优于文献[15], 而且在约束功率越大时, 性能相差越大。这是因为导频信号和中继放大系数决定了发射功率在各个天线上的分配, 当总的发射功率较大时, 由于导频和放大系数没有达到最佳所引起的功率分配的误差就大, 从而对系统的影响增大。

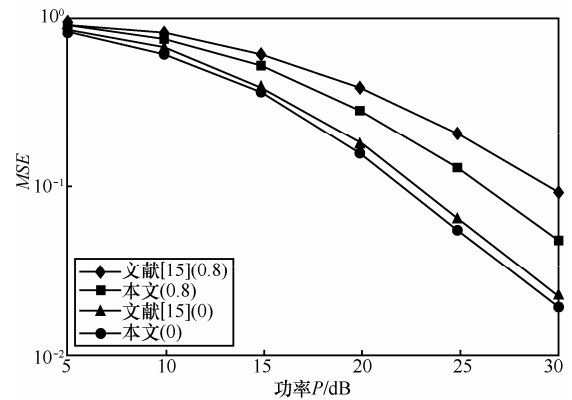


图 3 本文算法和文献[15]算法的估计性能

图 4 对 \mathbf{H}_{SR} 和 \mathbf{H}_{RD} 的 MSE 进行了比较, 2 个信道都不相关。可以看到, \mathbf{H}_{RD} 的估计精度要明显高于 \mathbf{H}_{SR} 。因为在第一时隙估计 \mathbf{H}_{RD} 时, 信号只在 L

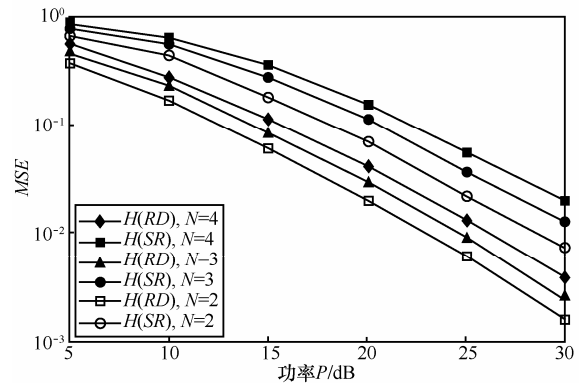


图 4 \mathbf{H}_{SR} 和 \mathbf{H}_{RD} 都不相关时的估计性能

时长内经过了中继节点到目标节点的直接传输；而估计 H_{SR} 时，信号在 $2L$ 时长内，经过了信源到中继节点的传输，放大再传至目标节点，所以 H_{SR} 的估计精度不如 H_{RD} 。由于在第二时隙估计 H_{SR} 时，要用到 H_{RD} 的信息，所以 H_{RD} 估计的高精度对于估计 H_{SR} 是有利的。在前面的分析中都假设 H_{RD} 没有估计误差。事实上，在图中得到 H_{SR} 的误差中也包含了由 H_{RD} 的估计误差传播带来的。

7 结束语

对于 MIMO-AF 协作中继信道的估计，在未知信道信息的情况下，用单位矩阵作为导频信号是最佳的。但是，当获知了部分信道信息后，对导频信号进行优化可以获得更加精确的信道估计。本文提出了一种在 2 个时隙内对 MIMO-AF 协作中继信道进行估计的方法。在第一时隙，中继发送导频信号，目标节点接收后估计中继到目标节点的信道，在第二时隙，信源发送导频信号，中继节点收到后，放大然后前传，目标节点收到后，利用已估计出的中继至目标节点的信道信息对信源至中继的信道进行估计。本文主要研究了后者的估计，在信源发送功率和中继发送功率受限的约束条件下，运用 MMSE 准则构建优化问题，并采用矩阵分解、二分法等求出最佳导频信号和中继放大系数，从而获得确定的信道估计值。实验结果证明，采用本文方法能够获得比较高精度的信道估计，最后还分析了信道相关性、天线数目等因素对信道估计的影响。另外，本文的方法也可以应用在多跳 MIMO-AF 协作中继系统中，采用多个时隙，逐级进行估计。只是为了避免估计误差的传播，一般要求系统具有足够大的信噪比。

参考文献:

- [1] WANG B, ZHANG J, HOST-MADSEN A. On the capacity of MIMO relay channels[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2005, 51(1):29-43.
- [2] GHOSH A, RATASUK R, MONDAL B, *et al.* LTE-advanced: next-generation wireless broadband technology[J]. IEEE Wireless Communications, 2010, 17(3):10-22.
- [3] ZOU Y L, ZHENG B Y, JIA Z. Outage analysis of opportunistic cooperation over Rayleigh fading channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(6):3077-3085.
- [4] MO R H, YONG H C, CHAU Y. Information rate and relay precoder design for amplify-and-forward MIMO relay networks with imperfect channel state information[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(9): 3958-3968.
- [5] SANGUINETTI L, AMICO A A, RONG Y. A tutorial on the optimization of amplify-and-forward MIMO relay systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2012, 30(8):1331-1346.
- [6] WANG C Y, LIU T C K, DONG X D. Impact of channel estimation error on the performance of amplify-and-forward two-way relaying[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(3):1197-1207.
- [7] MUSAVIAN L, NAKHI M R, DOHLER M, *et al.* Effect of channel uncertainty on the mutual information of MIMO fading channels[J]. IEEE Trans Veh Technol, 2007, 56(5): 2798-2806.
- [8] DING M, BLOSTEIN S D. MIMO minimum total MSE transceiver design with imperfect CSI at both ends[J]. IEEE Trans Signal Process, 2009, 57(3):1141-1150.
- [9] NASIR A A, MEHRPOUYAN H, DURRANI S, *et al.* Optimal training sequences for joint timing synchronization and channel estimation in distributed communication networks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(7):3002-3015.
- [10] SUN S, JING Y D. Channel training design in amplify-and-forward MIMO relay networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(10):3380-3391.
- [11] BHARADWAJ, SACHIN, MEHTA, NEELESH B. Accurate performance analysis of single and opportunistic AF relay cooperation with imperfect cascaded channel estimates[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(5):1764-1775.
- [12] TRAN N N, NGUYEN H H, TUAN H D, *et al.* Training designs for amplify-and-forward relaying with spatially correlated antennas[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(6):2864-2870.
- [13] MA J, ORLIK P, ZHANG J Y, *et al.* Pilot matrix design for estimating cascaded channels in two-hop MIMO amplify-and-forward relay systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 11(6): 1956-1965.
- [14] LALOS A S, RONTOGIANNIS A A, BERBERIDIS K. Frequency domain channel estimation for cooperative communication networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 3400-3405.
- [15] TSENG F S, HUANG W J, WU W R. Robust far-end channel estimation in three-node amplify-and-forward MIMO relay systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2013, 62(8) : 3752-3766.
- [16] 郑宝玉. 通信工程的最优化方法[M]. 北京:北京邮电大学出版社, 1996.
- ZHENG B Y. Optimized Methods In Communication Engineering[M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunication Press, 1996.

作者简介:



周健 (1963-), 男, 江苏南京人, 南京邮电大学博士生、副研究员, 主要研究方向为无线通信与信号处理。



郑宝玉 (1945-), 男, 福建闽侯人, 南京邮电大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信与信号处理、智能信号处理、量子信息处理。