

## 基于二元语义前景关联分析的风险型多准则决策方法

谷云东<sup>a</sup>, 高建伟<sup>b</sup>, 刘慧晖<sup>b</sup>

(华北电力大学 a. 数理学院, b. 经济与管理学院, 北京 102206)

**摘要:** 针对准则值为二元语义、准则权系数完全未知的风险型多准则决策问题, 提出一种基于二元语义前景关联分析的决策方法. 该方法通过确定二元语义正、负理想方案, 计算二元语义关联系数; 分别以正、负理想方案为参考点, 计算各准则下各方案的二元语义前景值, 构建前景决策矩阵; 进而依据各准则的灰色均值关联度确定准则权系数, 通过二元语义相对前景关联度对方案进行排序. 最后的实例分析表明了所提出方法的有效性.

**关键词:** 前景理论; 二元语义; 灰色关联分析; 多准则决策

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

## Risky multi-criteria decision-making method based on two-tuple linguistic prospect related analysis

GU Yun-dong<sup>a</sup>, GAO Jian-wei<sup>b</sup>, LIU Hui-hui<sup>b</sup>

(a. School of Mathematical & Physical Science, b. School of Economics and Management, North China Electric Power University, Beijing 102206, China. Correspondent: GAO Jian-wei, E-mail: gaojianwei111@sina.cn)

**Abstract:** The risky multi-criteria decision-making problem is studied, where the criteria values of the alternatives are two-tuple linguistic and criteria weighted coefficient is completely unknown. By using the prospect theory and grey relation analysis approach, a decision-making approach based on the two-tuple linguistic prospect relational analysis is proposed. Firstly, the two-tuple linguistic positive and negative ideal solutions are determined and the corresponding two-tuple linguistic correlation coefficients are calculated. Then, the prospect decision-making matrix is constructed by calculating the two-tuple linguistic prospect value of each alternative, which is based on the positive and negative ideal solutions as the reference point. Furthermore, the criteria's weighted coefficient based on the grey average relational degree is calculated. These alternatives can be ordered by comparing the two-tuple linguistic relative prospect grey relational degree. Finally, an example analysis shows the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** prospect theory; two-tuple linguistic; grey relational analysis; multi-criteria decision-making

### 0 引言

对于随机决策问题, 现有研究大多基于经典的期望效用理论, 但该理论存在诸如 Allias 悖论和 Ellsberg 悖论等难以解释的现象<sup>[1]</sup>. Kahneman 和 Tversky 提出的前景理论<sup>[2-3]</sup>认为人类在风险决策中存在“高估小概率事件, 低估大概率事件”的系统性感知偏差, 并给出了对这种偏差进行刻画的概率权重函数. 前景理论能描述决策者的实际辨优过程, 已成为决策领域的研究热点之一<sup>[4-11]</sup>.

此外, 客观事物的复杂性及决策者认识的局限, 导致决策信息常常具有某种程度的模糊性. 因此, 研

究模糊随机多准则决策问题具有现实意义. 2000年, Herrera 等<sup>[12]</sup>提出了利用二元语义描述语言评价信息的方法. 近年来, 二元语义多准则决策问题引起了国内外学者的关注<sup>[13-16]</sup>. 例如, 卫贵武等<sup>[13]</sup>给出一种基于二元语义多属性群决策的灰色关联分析法; 丁勇等<sup>[14]</sup>提出一种基于二元语义信息处理的主客观准则权重集成方法; 张异等<sup>[15]</sup>给出基于扩展二元语义信息处理的决策方法; 易平涛等<sup>[16]</sup>给出二元语义信息聚类方法等. 综上所述, 二元语义在决策信息的表达上具有明显的优势, 但迄今为止尚未发现将前景理论与二元语义相结合的多准则决策研究.

收稿日期: 2013-06-02; 修回日期: 2013-09-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271083, 70971039, 71171080); 教育部新世纪优秀人才计划项目(NCET-10-0375); 北京市教委共建项目; 中央高校基本科研业务费专项基金重点项目(12zx08, 2014ZZ008).

作者简介: 谷云东(1976-), 男, 副教授, 从事智能决策与控制的研究; 高建伟(1972-), 男, 教授, 博士生导师, 从事系统优化与决策等研究.

本文研究准则值为二元语义、准则权系数完全未知的不确定多准则决策问题,给出一种基于二元语义前景关联分析的决策方法.该方法结合前景理论和灰色关联分析的思想,定义二元语义前景和二元语义(相对)前景关联度等概念;进而构建正、负二元语义前景决策矩阵,依据二元语义相对前景关联度对方案进行排序.最后通过算例与已有文献对比,表明了本文方法的有效性.

## 1 预备知识

### 1.1 二元语义

二元语义通过二元语义组  $(s_i, a_i)$  表示评价信息,其中  $s_i$  为事先预定的语言评价信息集中的第  $i$  个短语;  $a_i$  为符号转移值,表示由计算得到的语言信息与预先定义的语言信息集  $S$  中最贴近语言短语之间的偏差,且  $a_i \in [-0.5, 0.5]$ .例如,  $S = \{s_6 = \text{FZ}(\text{非常重要}), s_5 = \text{HZ}(\text{很重要}), s_4 = \text{Z}(\text{重要}), s_3 = \text{YB}(\text{一般}), s_2 = \text{C}(\text{差}), s_1 = \text{HC}(\text{很差}), s_0 = \text{FC}(\text{非常差})\}$  即为常用的由 7 个元素构成的语言评价信息集.

Herrera 等<sup>[12]</sup>给出了二元语义的相关概念及排序方法.

**定义 1** 设  $s_i \in S$  为语言短语,称映射  $\phi: S \rightarrow S \times [-0.5, 0.5]$ ,  $\phi(s_i) = (s_i, 0)$ ,  $s_i \in S$ , 为语言短语转化二元语义的转换函数.

**定义 2** 设  $\theta \in [0, Q]$  为语言评价信息集  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_Q\}$  经某集结运算得到的实数,称映射

$$\Delta: [0, Q] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5],$$

$$\Delta(\theta) = \begin{cases} s_i, & i = \text{round}(\theta); \\ a_i = \theta - i, & a_i \in [-0.5, 0.5] \end{cases} \quad (1)$$

为数值信息转化为二元语义的转换函数,其中  $\text{round}$  为四舍五入取整算子.

**定义 3** 设语言评价信息集  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_Q\}$ ,  $(s_i, a_i)$  为一个二元语义,存在一个逆函数  $\Delta^{-1}$  使二元语义可转换成相应的数值  $\theta \in [0, Q]$ , 即

$$\Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5] \rightarrow [0, Q],$$

$$\Delta^{-1}(s_i, a_i) = i + a_i = \theta. \quad (2)$$

**定义 4** 设  $(s_i, a_i)$  和  $(s_j, a_j)$  是任意两个二元语义,则它们之间的距离可定义为

$$d((s_i, a_i), (s_j, a_j)) = \Delta(|\Delta^{-1}(s_i, a_i) - \Delta^{-1}(s_j, a_j)|). \quad (3)$$

设  $(s_i, a_i)$  和  $(s_j, a_j)$  是两个二元语义,当  $i > j$  时,有  $(s_i, a_i) > (s_j, a_j)$ . 当  $i = j$  时,若  $a_i = a_j$ , 则  $(s_i, a_i) = (s_j, a_j)$ ; 若  $a_i > a_j$ , 则  $(s_i, a_i) \succ (s_j, a_j)$ ; 若  $a_i < a_j$ , 则  $(s_i, a_i) \prec (s_j, a_j)$ . 其中,符号“ $\succ$ ”表示“优于”,“ $\prec$ ”表示“劣于”.

### 1.2 前景理论

价值函数和决策权重函数是前景理论<sup>[2]</sup>的两个核心概念.决策前景价值

$$V = \sum_{i=1}^n w(p_i)v(\Delta x_i),$$

其中:  $w(p_i)$  为决策权重函数,通常是关于概率的单调增函数;  $v(\Delta x_i)$  为价值函数,表示决策者主观感受形成的价值. Tversky 和 Kahneman 给出了价值函数的具体形式<sup>[3]</sup>为

$$v(\Delta x) = \begin{cases} (\Delta x)^\alpha, & \Delta x \geq 0; \\ -\theta(-\Delta x)^\beta, & \Delta x < 0. \end{cases}$$

其中:  $\Delta x$  为决策方案相对于参考点的差值,  $\Delta x$  为正时,表示收益,  $\Delta x$  为负时,表示损失;  $\alpha, \beta$  为风险态度系数;  $\theta$  为损失规避系数,  $\theta > 1$  表示决策者对于损失更敏感.在收益和损失时决策权重函数<sup>[3]</sup>分别为

$$w^+(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{1/\gamma}}, \quad \Delta x \geq 0;$$

$$w^-(p) = \frac{p^\delta}{(p^\delta + (1-p)^\delta)^{1/\delta}}, \quad \Delta x \leq 0.$$

其中:  $w^+(p), w^-(p)$  为非线性函数,将概率转化为相应的权重;  $\gamma$  和  $\delta$  为风险态度系数.

### 1.3 灰色关联分析

灰色关联分析是灰色系统理论<sup>[7]</sup>的重要组成部分,它通过对系统动态过程进行量化分析,进而考察系统因素之间的相关程度,其过程包括:

1) 确定参考序列和比较序列.考虑  $m$  个比较序列  $x_i = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ; 给定参考序列  $x_0 = \{x_0(1), x_0(2), \dots, x_0(n)\}$ .

2) 无量纲化处理.

3) 计算灰关联系数

$$\xi_i(j) = \frac{\Delta_i(\min) + \delta \Delta_i(\max)}{\Delta_i(j) + \delta \Delta_i(\max)},$$

$$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n.$$

其中:  $\delta \in (0, 1)$  为分辨系数;  $\Delta_i(j) = |x_0(j) - x_i(j)|$ ,  $\Delta_i(\max) = \min_i \min_j \Delta_i(j)$  和  $\Delta_i(\min) = \max_i \max_j \Delta_i(j)$  分别为两极最大差和最小差.

4) 计算灰关联度

$$\xi_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \xi_i(j), \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

其中  $\xi_i(j)$  表示比较序列  $x_i$  相对参考序列  $x_0$  在准则  $j$  下的接近度.

5) 关联度排序.依据各比较序列与参考序列的关联度从大到小排序.

## 2 二元语义前景和二元语义前景关联度

### 2.1 二元语义前景

在实际决策过程中,决策信息常常很难直接用数

值量化表示. 此时, 采用语言值描述不仅符合人类的认知习惯, 而且可避免信息转换过程中决策信息的丢失. 为此, 本文针对准则值为二元语义语言值的情形, 定义二元语义关联系数和二元语义前景等概念如下.

**定义5** 设  $(x_{jt}^+, a_{jt}^+)$ 、 $(x_{jt}^-, a_{jt}^-)$  为二元语义决策矩阵  $(x_{ijt}, a_{ijt})_{m \times n}$  的正、负理想方案, 分别称

$$(\xi_{ijt}^+, \eta_{ijt}^+) = \Delta\left(\frac{\min_i \min_j D_{ijt}^+ + \rho \max_i \max_j D_{ijt}^+}{D_{ijt}^+ + \rho \max_i \max_j D_{ijt}^+}\right), \quad (4)$$

$$(\xi_{ijt}^-, \eta_{ijt}^-) = \Delta\left(\frac{\min_i \min_j D_{ijt}^- + \rho \max_i \max_j D_{ijt}^-}{D_{ijt}^- + \rho \max_i \max_j D_{ijt}^-}\right) \quad (5)$$

为各方案对正、负理想方案的二元语义关联系数, 其中

$$D_{ijt}^+ = |\Delta^{-1}(x_{ijt}, a_{ijt}) - \Delta^{-1}(x_{jt}^+, a_{jt}^+)|,$$

$$D_{ijt}^- = |\Delta^{-1}(x_{ijt}, a_{ijt}) - \Delta^{-1}(x_{jt}^-, a_{jt}^-)|,$$

$t = 1, 2, \dots, l, \rho \in [0, 1]$  为分辨系数, 一般取  $\rho = 0.5$ .

**定义6** 设  $(\xi_{ijt}^+, \eta_{ijt}^+)$ 、 $(\xi_{ijt}^-, \eta_{ijt}^-)$  分别为各方案对正、负理想方案的二元语义关联系数, 分别称

$$(V_{ij}^+, \alpha_{ij}^+) = \Delta\left(\sum_{t=1}^l v^+(\Delta^{-1}(\xi_{ijt}^-, \eta_{ijt}^-))w^+(p_t)\right) = \Delta\left(\sum_{t=1}^l [-(\Delta^{-1}(\xi_{ijt}^-, \eta_{ijt}^-) - 1)]^\alpha \times \frac{p_t^\gamma}{(p_t^\gamma + (1 - p_t)^\gamma)^{1/\gamma}}\right), \quad (6)$$

$$(V_{ij}^-, \alpha_{ij}^-) = \Delta\left(\sum_{t=1}^l v^-(\Delta^{-1}(\xi_{ijt}^+, \eta_{ijt}^+))w^-(p_t)\right) = \Delta\left(\sum_{t=1}^l (\theta(1 - \Delta^{-1}(\xi_{ijt}^+, \eta_{ijt}^+))^\beta \times \frac{p_t^\delta}{(p_t^\delta + (1 - p_t)^\delta)^{1/\delta}}\right) \quad (7)$$

为以正、负理想方案为决策参考点的二元语义前景, 简称为正、负二元语义前景.

**注1** 定义6中  $-(\Delta^{-1}(\xi_{ijt}^-, \eta_{ijt}^-) - 1)$  表示方案相对负理想方案的偏离程度, 可视为收益;  $1 - \Delta^{-1}(\xi_{ijt}^+, \eta_{ijt}^+)$  表示方案相对正理想方案的偏离程度, 可视为损失.

二元语义前景将前景价值函数的自变量由原来的实数形式推广到二元语义形式, 拓展了前景理论的应用范围. 在计算前景矩阵的过程中, 信息保持为二元语义形式, 可避免信息的丢失或扭曲.

## 2.2 二元语义(相对)前景关联度

灰色关联分析通过计量各因素发展趋势之间的

相似或相异程度对因素间的关联程度进行描述, 具有思路明晰、易于计算等特点. 作为关联分析的核心, 关联度引起学者们的极大关注, 给出了邓氏关联度<sup>[17]</sup>、绝对关联度<sup>[18]</sup>、灰色凸关联度<sup>[19]</sup>等多种不同的定义. 其中, 邓氏关联度能很好地体现灰色关联的思想和特征, 且计算简便. 本文结合二元语义和前景理论推广邓氏关联度, 提出二元语义(相对)前景关联度的概念.

**定义7** 设  $(V_{ij}^+, \alpha_{ij}^+)$ 、 $(V_{ij}^-, \alpha_{ij}^-)$  分别为以正、负理想方案为决策参考点的二元语义前景, 分别称

$$(V_i^+, \alpha_i^+) = \Delta\left(\sum_{j=1}^n w_j \times \Delta^{-1}(V_{ij}^+, \alpha_{ij}^+)\right), \quad (8)$$

$$(V_i^-, \alpha_i^-) = \Delta\left(\sum_{j=1}^n w_j \times \Delta^{-1}(V_{ij}^-, \alpha_{ij}^-)\right) \quad (9)$$

为各方案与正、负理想方案间的二元语义前景关联度, 其中  $w_j$  为准则权系数; 称

$$(V_i, \alpha_i) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(V_i^+, \alpha_i^+)}{\Delta^{-1}(V_i^+, \alpha_i^+) + \Delta^{-1}(V_i^-, \alpha_i^-)}\right) \quad (10)$$

为方案  $A_i (i = 1, 2, \dots, m)$  的二元语义相对前景关联度.

二元语义(相对)前景关联度  $(V_i, \alpha_i)$  将 GRA 方法中的(相对)关联度拓展到二元语义前景决策, 可以综合考察各方案贴近于正理想方案且偏离于负理想方案的程度. 容易看出, 方案越靠近正理想方案, 越远离负理想方案, 二元语义相对前景关联度  $(V_i, \alpha_i)$  越大, 方案越优.

## 3 基于二元语义前景关联分析的多准则决策方法

### 3.1 问题描述

考虑二元语义多准则决策问题, 有  $m$  个可行方案  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ,  $n$  个评价准则  $G_1, G_2, \dots, G_n$ . 设状态集  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l)$ , 第  $\theta_t$  种状态发生的概率为  $p_t$ , 且满足  $0 \leq p_t \leq 1, \sum_{t=1}^l p_t = 1$ . 状态  $\theta_t$  下, 方案  $A_i$  在准则  $G_j$  下的评价值  $x_{ij}^t \in S = \{s_0, s_1, \dots, s_Q\}$ , 由此得到相应的  $l$  个语言值决策矩阵为  $D_1 = (x_{ij}^1)_{m \times n}$ ,  $D_2 = (x_{ij}^2)_{m \times n}, \dots, D_l = (x_{ij}^l)_{m \times n}$ . 根据此条件, 试确定各方案的排序.

### 3.2 决策方法

针对上述决策问题, 本文提出一种基于二元语义前景关联分析的多准则决策方法, 其步骤如下.

**Step 1** 利用定义1将语言值决策矩阵  $D_t = (x_{ij}^t)_{m \times n}$  转化为二元语义决策矩阵  $D_t = (x_{ij}^t, 0)_{m \times n}$ ,  $t = 1, 2, \dots, l$ .

**Step 2** 确定二元语义正、负理想方案.

$$(x_t^+, a_t^+) = ((x_{1t}^+, a_{1t}^+), (x_{2t}^+, a_{2t}^+), \dots, (x_{nt}^+, a_{nt}^+)), \quad (11)$$

$$(x_t^-, a_t^-) = ((x_{1t}^-, a_{1t}^-), (x_{2t}^-, a_{2t}^-), \dots, (x_{nt}^-, a_{nt}^-)). \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} (x_{jt}^+, a_{jt}^+) &= \\ \max\{ &(x_{1jt}, a_{1jt}), (x_{2jt}, a_{2jt}), \dots, (x_{mjt}, a_{mjt})\}, \\ (x_{jt}^-, a_{jt}^-) &= \\ \min\{ &(x_{1jt}, a_{1jt}), (x_{2jt}, a_{2jt}), \dots, (x_{mjt}, a_{mjt})\}, \\ &j = 1, 2, \dots, n, t = 1, 2, \dots, l. \end{aligned}$$

**Step 3** 利用式(4)、(5)计算各方案对正、负理想方案的二元语义关联系数  $(\xi_{ijt}^+, \eta_{ijt}^+)$  和  $(\xi_{ijt}^-, \eta_{ijt}^-)$ .

**Step 4** 计算二元语义前景矩阵. 根据定义6以正、负理想方案为决策参考点, 利用式(6)、(7)分别得到正、负二元语义前景  $V^+ = (V_{ij}^+, \alpha_{ij}^+)_{m \times n}$ ,  $V^- = (V_{ij}^-, \alpha_{ij}^-)_{m \times n}$ .

**Step 5** 确定准则权重系数. 灰色关联法是基于灰色系统理论的赋权方法, 其基本思想是若某个准则评价信息相对于其他准则而言越接近于平均信息, 该准则包含的评价信息越利于决策的稳定性, 相应地该准则的权重应越大. 依据此思想, 本文给出一种基于灰色均值关联度的定权方法. 首先, 根据二元语义前景矩阵计算各准则的灰色均值关联度

$$r_{ij} = \frac{\min_i d_{ij} + \phi \max_i d_{ij}}{d_{ij} + \phi \max_i d_{ij}}. \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} d_{ij} &= \\ |\Delta^{-1}(V_{ij}^+, \alpha_{ij}^+) + \Delta^{-1}(V_{ij}^-, \alpha_{ij}^-) - \overline{\Delta^{-1}(V_{ij}, \alpha_{ij})}|, \\ \overline{\Delta^{-1}(V_{ij}, \alpha_{ij})} &= \\ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n &[\Delta^{-1}(V_{ij}^+, \alpha_{ij}^+) + \Delta^{-1}(V_{ij}^-, \alpha_{ij}^-)], \end{aligned}$$

$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ , 这里取  $\phi = 0.5$ .

其次, 依据灰色均值关联度计算各准则的权重

$$w_j = \frac{\sum_{i=1}^m r_{ij}}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

**Step 6** 利用式(8)、(9)计算各方案与正、负理想方案的二元语义前景关联度  $(V_i^+, \alpha_i^+)$  和  $(V_i^-, \alpha_i^-)$ .

**Step 7** 利用式(10)计算各方案  $A_i$  的相对前景关联度  $(V_i, \alpha_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ .

**Step 8** 对方案进行排序. 根据二元语义的性质对  $(V_i, \alpha_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 进行排序. 若  $(V_i, \alpha_i)$  越大,

则该方案越优.

## 4 算例分析

某电力企业拟对3种备选方案择优进行投资, 分别为  $A_1, A_2, A_3$ . 该电厂将采用收益 ( $G_1$ )、社会效益 ( $G_2$ ) 和环境影响 ( $G_3$ ) 3个准则对各方案进行评估. 在投资期间各方案各准则对应应有3种可能的风险状态: 高、中等、低, 其概率经专家评估分别为 0.1, 0.6, 0.3. 专家经过打分得到决策矩阵如表1所示, 试确定该企业的最佳投资方案.

表1 决策表

状态	高风险			中等风险			低风险		
	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_1$	$G_2$	$G_3$
$A_1$	HZ	FZ	HC	FZ	C	YB	FZ	C	C
$A_2$	Z	HZ	YB	YB	C	HZ	Z	YB	HC
$A_3$	HZ	FZ	HZ	HZ	YB	C	Z	HZ	YB

1) 利用定义1将3种风险状态下的语言决策矩阵转化为相应的二元语义决策矩阵, 即

$$D_1 = \begin{bmatrix} (HZ, 0) & (FZ, 0) & (HC, 0) \\ (Z, 0) & (HZ, 0) & (YB, 0) \\ (HZ, 0) & (FZ, 0) & (HZ, 0) \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} (FZ, 0) & (C, 0) & (YB, 0) \\ (YB, 0) & (C, 0) & (HZ, 0) \\ (HZ, 0) & (YB, 0) & (C, 0) \end{bmatrix},$$

$$D_3 = \begin{bmatrix} (FZ, 0) & (C, 0) & (C, 0) \\ (Z, 0) & (YB, 0) & (HC, 0) \\ (Z, 0) & (HZ, 0) & (YB, 0) \end{bmatrix}.$$

2) 确定正、负理想方案.

$$(x_1^+, a_1^+) = \langle (HZ, 0), (FZ, 0), (HZ, 0) \rangle,$$

$$(x_2^+, a_2^+) = \langle (FZ, 0), (YB, 0), (HZ, 0) \rangle,$$

$$(x_3^+, a_3^+) = \langle (FZ, 0), (HZ, 0), (YB, 0) \rangle;$$

$$(x_1^-, a_1^-) = \langle (Z, 0), (HZ, 0), (HC, 0) \rangle,$$

$$(x_2^-, a_2^-) = \langle (YB, 0), (C, 0), (C, 0) \rangle,$$

$$(x_3^-, a_3^-) = \langle (Z, 0), (C, 0), (HC, 0) \rangle.$$

3) 由式(4)、(5)计算各方案对正、负理想方案的关联系数, 有

$$(\xi_1^+, \eta_1^+) = \begin{bmatrix} (HC, 0) & (HC, 0) & (FC, 0.33) \\ (HC, -0.33) & (HC, -0.33) & (HC, -0.5) \\ (HC, 0) & (HC, 0) & (HC, 0) \end{bmatrix},$$

$$(\xi_2^+, \eta_2^+) = \begin{bmatrix} (HC, 0) & (HC, -0.4) & (FC, 0.43) \\ (FC, 0.33) & (HC, -0.4) & (HC, 0) \\ (HC, -0.4) & (HC, 0) & (FC, 0.33) \end{bmatrix},$$

$$(\xi_3^+, \eta_3^+) = \begin{bmatrix} (HC, 0) & (FC, 0.33) & (HC, -0.4) \\ (FC, 0.43) & (FC, 0.43) & (FC, 0.43) \\ (FC, 0.43) & (HC, 0) & (HC, 0) \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 (\xi_1^-, \eta_1^-) &= \begin{bmatrix} (HC, -0.33) & (HC, -0.33) & (HC, 0) \\ (HC, 0) & (HC, 0) & (HC, -0.5) \\ (HC, -0.33) & (HC, -0.33) & (FC, 0.33) \end{bmatrix}, \\
 (\xi_2^-, \eta_2^-) &= \begin{bmatrix} (FC, 0.33) & (HC, 0) & (HC, -0.4) \\ (HC, 0) & (HC, 0) & (FC, 0.33) \\ (FC, 0.43) & (HC, -0.4) & (HC, 0) \end{bmatrix}, \\
 (\xi_3^-, \eta_3^-) &= \begin{bmatrix} (FC, 0.43) & (HC, 0) & (HC, -0.4) \\ (HC, 0) & (HC, -0.4) & (HC, 0) \\ (HC, 0) & (FC, 0.33) & (FC, 0.43) \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

4) 计算正、负参照二元语义前景矩阵. 依据文献[4]取参数  $\alpha = 0.89, \beta = 0.92, \theta = 2.25$ ; 依据文献[9]取参数  $\gamma = 0.74, \delta = 0.74$ . 由式(6)和(7)得到正、负参照二元语义前景矩阵

$$\begin{aligned}
 V^+ &= \begin{bmatrix} (HC, -0.364) & (FC, 0.060) & (FC, 0.384) \\ (FC, 0) & (FC, 0.145) & (FC, 0.462) \\ (FC, 0.388) & (HC, -0.472) & (FC, 0.310) \end{bmatrix}, \\
 V^- &= \begin{bmatrix} (FC, 0) & (HC, 0.032) & (HC, 0.290) \\ (HC, 0.408) & (HC, 0.095) & (HC, -0.369) \\ (HC, -0.035) & (FC, 0) & (HC, -0.163) \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

5) 确定准则权系数. 由式(14)得各准则权重为  $W = (0.324, 0.320, 0.356)$ .

6) 计算正、负前景关联度. 由式(8)和(9)计算各方案对正、负理想方案的前景关联度

$$\begin{aligned}
 (V_1^+, \alpha_1^+) &= (FC, 0.362), \\
 (V_2^+, \alpha_2^+) &= (FC, 0.211), \\
 (V_3^+, \alpha_3^+) &= (FC, 0.405); \\
 (V_1^-, \alpha_1^-) &= (HC, -0.210), \\
 (V_2^-, \alpha_2^-) &= (HC, 0.031), \\
 (V_3^-, \alpha_3^-) &= (HC, -0.390).
 \end{aligned}$$

7) 计算各方案的相对前景关联度. 由式(10)计算各方案的相对前景关联度

$$\begin{aligned}
 (V_1, \alpha_1) &= (FC, 0.314), \\
 (V_2, \alpha_2) &= (FC, 0.170), \\
 (V_3, \alpha_3) &= (FC, 0.399).
 \end{aligned}$$

8) 方案排序. 根据二元语义的排序方法, 显然有  $(V_2, \alpha_2) < (V_1, \alpha_1) < (V_3, \alpha_3)$ , 故  $A_3$  为最优方案.

目前基于前景理论和GRA的二元语义多准则决策研究未见报道, 最相近的研究是文献[13]提出的基于二元语义多属性群决策的灰色关联分析法. 因此, 本文与文献[13]的对比结果表明了新方法的有效性.

根据文献[13]提出的方法, 设准则权重为  $W = (0.324, 0.320, 0.356)$ , 分别计算高、中等、低风险状态下各方案与正理想方案的相对关联度  $C$ , 排序结果如

表2所示.

表2 排序结果

指标	高风险	中等风险	低风险
$C_1$	(FC, 0.493)	(HC, -0.490)	(FC, 0.489)
$C_2$	(FC, 0.425)	(FC, 0.462)	(FC, 0.330)
$C_3$	(HC, -0.354)	(FC, 0.480)	(HC, -0.417)
排序	$A_2 < A_1 < A_3$	$A_2 < A_3 < A_1$	$A_2 < A_1 < A_3$

容易看出, 本文提出的基于二元语义前景关联分析的风险型决策方法与文献[13]所用方法相比, 具有如下特点:

1) 文献[13]未考虑决策者的主观风险态度, 而本文方法考虑了决策者的主观风险态度, 更容易被决策者接受.

2) 文献[13]只能针对不同风险状态得出相应结论, 且3种风险状态下得出的决策结果不完全相同, 难以得出确切结论; 本文方法可综合考虑3种风险状态得出方案  $A_3$  为最优. 事实上, 在高、低两种风险状态下, 方案  $A_3$  都具有显著优势; 而在中等风险状态下也具有一定的优势.

3) 文献[13]要求权重信息完全已知, 未给出确定准则权重的方法; 本文给出一种基于灰色均值关联度的准则定权的客观方法, 适用于准则权重完全未知情形的决策问题.

## 5 结论

针对决策信息为二元语义的决策问题, 提出一种基于二元语义前景关联分析的风险型多准则决策方法. 该方法考虑决策者的风险态度, 使决策更加贴合实际; 提出二元语义前景, 二元语义前景关联度及二元语义相对前景关联度等概念, 拓宽了利用前景理论和灰色关联分析进行决策的思路. 最后运用二元语义自身的性质对方案进行排序, 避免了以往语言值信息量化过程中的信息丢失等问题. 在未来研究中可进一步考虑具有二元语义权重的多准则决策问题.

## 参考文献(References)

- [1] Takao Asano, Akihisa Shibata. Optimal pricing and quality choice of a monopolist under Knightian uncertainty[J]. Int J of Industrial Organization, 2011, 29(6): 746-754.
- [2] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263-292.
- [3] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.
- [4] Abdellaoui M. Parameter-free elicitation of utility and probability weighting functions[J]. Management Science, 2000, 46(11): 1497-1512.

- [5] 王坚强, 孙腾, 陈晓红. 基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1198-1202.  
(Wang J Q, Sun T, Chen X H. Multi-criteria fuzzy decision-making method based on prospect theory with incomplete information[J]. Control and Decision, 2009, 24(8): 1198-1202.)
- [6] 胡军华, 陈晓红, 刘咏梅. 基于语言评价和前景理论的多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(10): 1477-1482.  
(Hu J H, Chen X H, Liu Y M. Multi-criteria decision-making method based on linguistic evaluation and prospect theory[J]. Control and Decision, 2009, 24(10): 1477-1482.)
- [7] 李鹏, 刘思峰, 朱建军. 基于前景理论的随机直觉模糊决策方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(11): 1601-1606.  
(Li P, Liu S F, Zhu J J. Intuitionistic fuzzy stochastic multi-criteria decision-making methods based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2012, 27(11): 1601-1606.)
- [8] 王坚强, 周玲. 基于前景理论的灰色随机多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1658-1664.  
(Wang J Q, Zhou L. Grey-stochastic multi-criteria decision-making approach based on prospect theory[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(9): 1658-1664.)
- [9] Liu P D, Jin F, Zhang X, et al. Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertain linguistic variables[J]. Knowledge-based Systems, 2011, 24(4): 554-561.
- [10] 刘培德. 一种基于前景理论的不确定语言变量风险型多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2011, 26(6): 893-897.  
(Liu P D. Method for multi-attribute decision-making under risk with the uncertain linguistic variables based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2011, 26(6): 893-897.)
- [11] 张晓, 樊治平. 基于前景理论的风险型混合多属性决策方法[J]. 系统工程学报, 2012, 27(6): 772-781.  
(Zhang Y, Fan Z P. Method for risky hybrid multiple attribute decision making based on prospect theory[J]. J of Systems Engineering, 2012, 27(6): 772-781.)
- [12] Herrera F, Martinez L. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(6): 746-752.
- [13] 卫贵武, 林锐. 基于二元语义多属性群决策的灰色关联分析法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(9): 1686-1689.  
(Wei G W, Lin R. Method of grey relational analysis for multiple attribute group decision making in two-tuple linguistic setting[J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(9): 1686-1689.)
- [14] 丁勇, 梁昌勇, 朱俊红, 等. 群决策中基于二元语义的主客观权重集成方法[J]. 中国管理科学, 2010, 18(5): 165-170.  
(Ding Y, Liang C Y, Zhu J H, et al. A subjective and objective weights integrated method based on 2-tuple linguistic for group decision making[J]. Chinese J of Management Science, 2010, 18(5): 165-170.)
- [15] 张异, 魏法杰. 基于扩展的二元语义信息处理的群决策方法[J]. 中国管理科学, 2011, 10(19): 125-128.  
(Zhang Y, Wei F J. Approach to group decision making with extended two-tuple fuzzy linguistic model[J]. Chinese J of Management Science, 2011, 10(19): 125-128.)
- [16] 易平涛, 李伟伟, 郭亚军. 二元语义密度算子及其在多属性决策中的应用[J]. 控制与决策, 2012, 27(5): 757-760.  
(Yi P T, Li W W, Guo Y J. Two-tuple linguistic density operator and its application in multi-attribute decision making[J]. Control and Decision, 2012, 27(5): 757-760.)
- [17] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 45-98.  
(Deng J L. Basis of grey theory[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002: 45-98.)
- [18] Liu S F, Liu Y. Grey information theory and practical applications[M]. London: Springer-Verlag, 2011: 99-121.
- [19] Wu L F, Liu S F, Yao L G, et al. Grey convex relational degree and its application to evaluate regional economic sustainability[J]. Scientia Iranica, 2013, 20(1): 44-49.

(责任编辑: 孙艺红)