

文章编号: 1001-0920(2012)08-1175-05

离散 T-S 模糊系统的稳定条件

张松涛

(哈尔滨商业大学 管理学院, 哈尔滨 150028)

摘要: 针对应用公共 Lyapunov 函数方法、模糊 Lyapunov 函数方法和分段模糊 Lyapunov 函数方法进行 T-S 模糊系统稳定性分析的保守性问题, 通过定义有效最大交叠规则组, 并基于离散型分段模糊 Lyapunov 函数, 提出一个判定开环离散 T-S 模糊系统稳定性的充分条件. 该条件仅需在每个有效最大交叠规则组内分别满足模糊 Lyapunov 方法中的条件, 从而降低上述判定方法的保守性和难度. 仿真实例验证了所提出条件的有效性和优越性.

关键词: T-S 模糊系统; 稳定条件; 分段模糊 Lyapunov 函数

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Stability condition of discrete T-S fuzzy systems

ZHANG Song-tao

(School of Management, Harbin University of Commerce, Harbin 150028, China. E-mail: zst0626@163.com)

Abstract: For the conservatism problem of stability analysis of T-S fuzzy systems with the common Lyapunov approach, the fuzzy Lyapunov approach and the piecewise fuzzy Lyapunov approach, this paper proposes a sufficient condition to check the stability of open-loop discrete T-S fuzzy systems based on the definition of the efficient maximal overlapped-rules group and the discrete piecewise fuzzy Lyapunov function. This condition only needs satisfying the condition of fuzzy Lyapunov approach in each efficient maximal overlapped-rule group. Therefore, the proposed condition is less conservative and difficult than former three approaches. A simulation example shows the effectiveness and advantage of the approach.

Key words: T-S fuzzy systems; stability condition; piecewise fuzzy Lyapunov function

1 引言

作为一种方便实用的非线性模型, T-S 模糊系统^[1]自提出以来就得到了广泛的关注和进一步的研究. 近年来, 对离散 T-S 模糊系统稳定性分析的研究取得了诸多成果^[2-10]. 基于 Lyapunov 直接法, 文献 [2-3] 提出了利用公共 Lyapunov 函数来研究 T-S 模糊系统稳定性的方法, 即在所有子系统中寻找公共正定矩阵 P . 但对于规则数较大的模糊系统, 很难找到满足所有规则的 P . 为了降低寻找 P 的保守性, [4-6] 应用模糊 Lyapunov 函数进行系统稳定性的判定. 虽然此方法在一定程度上降低了寻找 P 的保守性, 但对于具有 r 个规则的模糊系统, 此方法必须找到 r 个正定矩阵满足 r^2 个 Lyapunov 不等式, 而 r 越大, 则需满足的不等式越多, 保守性也越强. [7] 通过判别系统中两个连续状态最大距离的大小来减少模糊 Lyapunov 函数稳定性判定方法的保守性, 但该方法仅在某些特殊条件

下才能少量减少所需满足的不等式个数, 所以实用性不强. [8] 应用 [9] 所提出的双交叠模糊分划及最大交叠规则组的概念, 构造出离散型分段模糊 Lyapunov 函数, 进而提出了一个判定离散 T-S 模糊控制系统稳定性的充分条件. 但是, 在 [8] 所提出的判据中, 除了 2^n (n 代表输入变量数) 个规则外, T-S 模糊系统中其他任一规则均被包含于 1 个以上的最大交叠规则组中, 并且被包含于 1 个以上最大交叠规则组中的任意一规则必须满足至少 1 个以上 Lyapunov 不等式. 如果能减少最大交叠规则组, 即在最大交叠规则组中挑选出有效的最大交叠规则组, 并能同时保证系统稳定, 则将大大减少 [8] 中求解 Lyapunov 不等式的个数.

本文首先定义有效最大交叠规则组集和有效最大交叠规则组的概念, 然后针对输入变量采用双交叠模糊分划的离散 T-S 模糊系统, 通过应用离散型分段模糊 Lyapunov 函数, 得到一个新的判定离散模糊系

收稿日期: 2011-01-31; 修回日期: 2011-07-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71040001); 教育部人文社会科学研究青年基金项目(11YJC630287); 黑龙江省博士后科研启动项目(LBH-Q10060).

作者简介: 张松涛(1972-), 男, 副教授, 博士, 从事模糊控制及供应链管理等研究.

统稳定的充分条件, 该条件仅需在每个有效最大交叠规则组中分别寻找正定矩阵. 所提出方法降低了上述判别方法的保守性, 仿真实例验证了该方法的优越性.

2 离散 T-S 模糊系统与稳定性基本理论

2.1 离散 T-S 模糊系统模型

对于一个多输入多输出离散非线性系统, 其第 i 条模糊规则可描述为

$$R_i: \text{If } x_1(k) \text{ is } M_1^i, \text{ and } \cdots, \text{ and } x_n(k) \text{ is } M_n^i,$$

$$\text{Then } \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(k). \quad (1)$$

其中: r 为模糊规则数; $M_j^i (j = 1, 2, \cdots, n)$ 为模糊集; n 为输入变量数; $\mathbf{x}^T(k) = [x_1(k), x_2(k), \cdots, x_n(k)]$ 为模糊系统的状态向量, 每条规则对应的线性状态方程称为子系统.

通过单点模糊化、乘积推理和中心平均反模糊化方法, 模糊控制系统的总体模型为

$$\mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r \omega_i(k) \mathbf{A}_i \mathbf{x}(k) / \sum_{i=1}^r \omega_i(k). \quad (2)$$

其中: $\omega_i(k) = \prod_{j=1}^n M_j^i(x_j(k))$ 为第 i 条规则的激活度, $M_j^i(x_j(k))$ 为 $x_j(k)$ 属于模糊集 M_j^i 的隶属度.

$$\text{令 } h_i(k) = \omega_i(k) / \sum_{j=1}^r \omega_j(k), \text{ 则式 (2) 可表示为}$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(k) \mathbf{A}_i \mathbf{x}(k). \quad (3)$$

2.2 Lyapunov 稳定性基本理论

由 Lyapunov 直接法, 判定离散控制系统稳定性的充分条件如下:

引理 1^[1] 设离散系统可表示为 $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k))$, $\mathbf{x} \in R^n$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k))$ 为 $n \times 1$ 的函数向量, 对于所有的 k 满足 $\mathbf{f}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$. 如果在 $\mathbf{x}(k)$ 上有连续的标量函数 $V(\mathbf{x}(k))$ 满足:

- 1) $V(\mathbf{0}) = 0$;
- 2) 对于所有的 $\mathbf{x}(k) \neq \mathbf{0}$, $V(\mathbf{x}(k)) > 0$;
- 3) 当 $\|\mathbf{x}(k)\| \rightarrow \infty$ 时, $\|V(\mathbf{x}(k))\| \rightarrow \infty$;
- 4) 对于所有的 $\mathbf{x}(k) \neq \mathbf{0}$, 有 $L = V(\mathbf{x}(k+1)) - V(\mathbf{x}(k)) < 0$.

则系统的平衡状态 $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ 对于所有的 k 是大范围渐近稳定的, 且 $V(\mathbf{x}(k))$ 是 Lyapunov 函数.

基于公共 Lyapunov 函数, 由文献 [2-3] 可以得出判定离散 T-S 模糊系统稳定性的引理 2.

引理 2 式 (3) 的模糊系统在平衡点大范围渐近稳定的充分条件是, 存在一个公共的正定矩阵 \mathbf{P} 满足 Lyapunov 不等式

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{P} \mathbf{A}_i - \mathbf{P} < 0, \quad i = 1, 2, \cdots, r. \quad (4)$$

引理 2 表明, 若保证系统稳定, 则必须找到一个 \mathbf{P} 来满足 r 个 Lyapunov 不等式. 但系统规则数 r 越大, 寻找 \mathbf{P} 就越困难. 为了降低引理 2 的保守性, 文献 [4-6] 提出用模糊 Lyapunov 函数代替公共 Lyapunov 函数来研究系统稳定性的方法, 该方法如引理 3 所示.

引理 3 式 (3) 的模糊系统在平衡点大范围渐近稳定的充分条件是, 存在正定矩阵 \mathbf{P}_i (或 \mathbf{P}_l) 满足 Lyapunov 不等式

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_l \mathbf{A}_i - \mathbf{P}_i < 0, \quad i, l = 1, 2, \cdots, r. \quad (5)$$

虽然引理 3 在一定程度上降低了寻找 \mathbf{P} 的保守性, 但必须求解 r^2 个 Lyapunov 不等式, 若 r 较大, 则求解较难.

文献 [8] 在定义离散型分段模糊 Lyapunov 函数的基础上, 提出了在每个最大交叠规则组内寻找局部正定矩阵来判别稳定性的方法.

定义 1^[8] 在输入采用双交叠模糊分划的模糊控制系统中, 若任意一个交叠规则组为 $g_r (r = 1, 2, \cdots, f)$, 则离散型分段模糊 Lyapunov 函数定义为

$$V(\mathbf{x}(k)) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{P}(k) \mathbf{x}(k), \quad \mathbf{P}(k) = \sum_{r=1}^f \lambda_r \mathbf{P}_r(k). \quad (6)$$

其中

$$\lambda_r(\mathbf{x}(k)) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x}(k) \in g_r; \\ 0, & \mathbf{x}(k) \notin g_r. \end{cases}$$

$\sum_{r=1}^f \lambda_r(\mathbf{x}(k)) = 1$, $\mathbf{P}_r(k) = \sum_{i \in L_r} h_i(k) \mathbf{P}_i$, f 为交叠规则组数, $L_r = \{g_r \text{ 中包含的规则序号}\}$.

引理 4^[8] 对于输入采用双交叠模糊分划的开环离散 T-S 模糊系统 (3), 其在平衡点大范围渐近稳定的充分条件是, 在各最大交叠规则组中分别存在正定矩阵 \mathbf{P}_i (或 \mathbf{P}_l) 使得下式成立:

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_l \mathbf{A}_i - \mathbf{P}_i < 0, \quad i, l \in \{G_q \text{ 中包含的规则序号}\}. \quad (7)$$

其中: G_q 为第 q 个最大交叠规则组, $q = 1, 2, \cdots, \sum_{j=1}^n (m_j - 1)$, m_j 为第 j 个输入变量的模糊分划数.

3 主要结果

本节的主要目的是通过定义有效最大交叠规则的概念, 将文献 [8] 判定系统稳定的条件简化为仅需在有效最大交叠规则组中寻找局部正定矩阵, 从而降低求解不等式的数量和寻找局部矩阵的难度.

定义 2 一个最大交叠规则组的集合称为一个有效最大交叠规则组集, 如果该集合由最少的最大交叠规则组组成, 则这些最少的最大交叠规则组包含 T-S 模糊系统的所有规则, 且被包含在一个有效最

大交叠规则组集的每个最大交叠规则组称为有效最大交叠规则组.

引理 5 设 P, P_i, P_j 均为 n 阶正定矩阵, 如果存在 n 阶矩阵 A 和 B , 使得 $A^T P A - P_i < 0$ 和 $B^T P B - P_j < 0$, 则有

$$A^T P B - P_i + B^T P A - P_j < 0. \quad (8)$$

证明 对于任意 n 维实向量 $x \neq 0$, 有

$$\begin{aligned} \Gamma = & x^T (A^T P B - P_i + B^T P A - P_j) x = \\ & x^T [-(A - B)^T P (A - B) + \\ & A^T P A + B^T P B - P_i - P_j] x = \\ & - [(A - B)x]^T P (A - B)x + \\ & x^T (A^T P A - P_i)x + x^T (B^T P B - P_j)x. \end{aligned}$$

因为 $[(A - B)x]^T P (A - B)x \geq 0$, 且

$$x^T (A^T P A - P_i)x < 0, \quad x^T (B^T P B - P_j)x < 0,$$

所以 $\Gamma < 0$, 即 $A^T P B - P_i + B^T P A - P_j < 0$. \square

定理 1 对于输入采用双交叠模糊分划的开环离散 T-S 模糊系统 (3), 其在平衡点大范围渐近稳定的充分条件是, 各有效最大交叠规则组中分别存在正定矩阵 P_i (或 P_j) 使得下式成立:

$$A_i^T P_l A_i - P_i < 0, \quad l = 1, 2, \dots, g. \quad (9)$$

其中: $i \in \{$ 包含在第 l 个有效最大交叠规则组中的规则序号 $\}$; g 为有效最大交叠规则组的数目, 且有

$$g = \begin{cases} \prod_{j=1}^n \left(\frac{m_j + 1}{2}\right), & m_j \in \text{奇数集}; \\ \prod_{j=1}^n \left(\frac{m_j}{2}\right), & m_j \in \text{偶数集}; \\ \prod_{m_{j'} \in \text{偶数集}} \left(\frac{m_{j'}}{2}\right) \prod_{m_{j''} \in \text{奇数集}} \left(\frac{m_{j''} + 1}{2}\right), & \\ j', j'' \in \{1, 2, \dots, n\}, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

m_j 是第 j 个输入变量的模糊分划数.

证明 若 $x(k)$ 和 $x(k + 1)$ 在同一个交叠规则组, 则系统在第 r 个交叠规则组上的局部模型为

$$x(k + 1) = \sum_{i \in L_r} h_i(k) A_i x(k). \quad (10)$$

如果存在正定矩阵 P_i (或 P) 满足

$$A_i^T P_l A_i - P_i < 0, \quad i, l \in L_r, \quad (11)$$

则选择 $V_r(x(k)) = x^T(k) \sum_{i \in L_r} h_i(k) P_i x(k)$ 为该交叠规则组的一个 Lyapunov 函数. 容易验证 $V_r(x(k))$ 满足引理 1 的 1)~3).

对于所有的 $x(k) \neq 0$, 由式 (10), (11) 和 $h_i(k) > 0$ 有

$$\begin{aligned} \Delta V_r(x(k)) = & V_r(x(k + 1)) - V_r(x(k)) = \\ & \left[\sum_{i \in L_r} h_i(k) A_i x(k) \right]^T \left[\sum_{i \in L_r} h_i(k + 1) P_i \right] \times \\ & \left[\sum_{i \in L_r} h_i(k) A_i x(k) \right] - x^T(k) \sum_{i \in L_r} h_i(k) P_i x(k) = \\ & x^T(k) \left\{ \left[\sum_{i \in L_r} h_i(k) A_i^T \right] \left[\sum_{i \in L_r} h_i(k + 1) P_i \right] \times \right. \\ & \left. \left[\sum_{i \in L_r} h_i(k) A_i \right] - \sum_{i \in L_r} h_i(k) P_i \right\} x(k). \end{aligned}$$

对于 $l, y \in L_r$, 有 $\sum_{l \in L_r} \sum_{y \in L_r} h_l(k) h_y(k) = 1$, 所以

有

$$\begin{aligned} \Delta V_r(x(k)) = & \\ & x^T(k) \left[\sum_{i \in L_r} \sum_{l \in L_r} \sum_{y \in L_r} h_i(k) h_l(k + 1) \times \right. \\ & \left. h_y(k) (A_i^T P_l A_y - P_i) \right] x(k) = \\ & x^T(k) \left[\sum_{l \in L_r} h_l(k + 1) \Lambda \right] x(k), \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \Lambda = & \\ & \sum_{i \in L_r} \sum_{y \in L_r} h_i(k) h_y(k) (A_i^T P_l A_y - P_i) = \\ & \sum_{i \in L_r} h_i^2(k) (A_i^T P_l A_i - P_i) + \\ & \sum_{i, y \in L_r, i < y} h_i(k) h_y(k) (A_i^T P_l A_y - P_i + A_y^T P_l A_i - P_y). \end{aligned}$$

由式 (8) 可知, $A_i^T P_l A_y - P_i + A_y^T P_l A_i - P_y < 0$, 所以 $\Lambda < \sum_{i \in L_r} h_i^2(k) (A_i^T P_l A_i - P_i)$, 则有

$$\begin{aligned} \Delta V_r(x(k)) < & \\ & x^T(k) \left[\sum_{l \in L_r} h_l(k + 1) \sum_{i \in L_r} h_i^2(k) (A_i^T P_l A_i - P_l) \right] x(k). \end{aligned}$$

因为 $A_i^T P_l A_i - P_i < 0$, 有 $\Delta V_r(x(k)) < 0$, 所以 $V_r(x(k))$ 在第 r 个交叠规则组上满足引理 1 的 4).

若 $x(k)$ 和 $x(k + 1)$ 不在同一个交叠规则组, 则模糊系统在整个输入论域上的总模型为

$$x(k + 1) = \sum_{r=1}^f \lambda_r(x(k)) \left(\sum_{i \in L_r} h_i(k) A_i x(k) \right). \quad (12)$$

应用式 (6) 的离散型分段模糊 Lyapunov 函数可

知

$$\begin{aligned} V(x(k)) = & x^T(k) P(k) x(k) = \\ & x^T(k) \left(\sum_{r=1}^f \lambda_r P_r(k) \right) x(k) = \\ & \sum_{r=1}^f \lambda_r x^T(k) P_r(k) x(k) = \sum_{r=1}^f \lambda_r V_r(x(k)). \end{aligned}$$

容易验证 $V(\mathbf{x}(k))$ 满足引理 1 的 1)~3), 有

$$\begin{aligned} \Delta V(\mathbf{x}(k)) &= V(\mathbf{x}(k+1)) - V(\mathbf{x}(k)) = \\ &= \sum_{r=1}^f \lambda_r V_r(\mathbf{x}(k+1)) - \sum_{r=1}^f \lambda_r V_r(\mathbf{x}(k)) = \\ &= \sum_{r=1}^f \lambda_r [V_r(\mathbf{x}(k+1)) - V_r(\mathbf{x}(k))] = \\ &= \sum_{r=1}^f \lambda_r \Delta V_r < 0, \end{aligned}$$

$V(\mathbf{x}(k))$ 也满足引理 1 的 4). 再由文献 [9] 中的性质 2 可知, 在各最大交叠规则组中存在正定矩阵 \mathbf{P}_i (或 \mathbf{P}_i') 满足 $\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i - \mathbf{P}_i < 0$, 系统 (3) 在平衡点大范围渐近稳定. 又由定义 2 可知, 包含在最大交叠规则组中的任意一个规则, 也一定包含在有效最大交叠规则组中, 所以, 稳定性判据可化简为只需在各有效最大交叠规则组内分别存在公共正定矩阵 \mathbf{P}_i (或 \mathbf{P}_i') 满足式 (9). □

注 1 对于 m_j 属于偶数集的情况, 仅存在一个有效最大交叠规则组集; 对于 m_j 不属于偶数集且任意 $m_j > 3$ 的情况, 有效最大交叠规则组集的个数大于 1, 该情况下可以选用任意一个有效最大交叠规则组集来判别模糊系统的稳定性.

注 2 在定理 1 中, 第 i 个规则不必满足不等式 $\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i - \mathbf{P}_i < 0$, 其中 $i' \in \{\text{第 } i \text{ 个规则所在的有效最大交叠规则组中不包含的规则序号}\}$.

注 3 定理 1 检验系统稳定性所需满足不等式的个数为 $(2^n)^2 \times g$.

4 仿真示例

为了验证本文提出的开环离散 T-S 模糊系统的稳定性分析方法的有效性, 以文献 [10] 的例子为研究对象进行稳定性分析和仿真研究.

开环离散 T-S 模糊系统的规则形式为

$$\begin{aligned} R_i : & \text{If } x_1(k) \text{ is } M_1^i, \text{ and } x_2(k) \text{ is } M_2^i, \\ & \text{Then } \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(k). \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $r = 16$, $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 的模糊分划分别为 $F_1^t(x_1(k)) (t = 1, 2, 3, 4)$ 和 $F_2^s(x_2(k)) (s = 1, 2, 3, 4)$, 且满足双交叠模糊分划的条件. 模糊分划如图 1 所示.

模糊集及系统参数如下:

$$\begin{aligned} M_1^1 &= M_1^2 = M_1^3 = M_1^4 = F_1^1, \\ M_1^5 &= M_1^6 = M_1^7 = M_1^8 = F_1^2, \\ M_1^9 &= M_1^{10} = M_1^{11} = M_1^{12} = F_1^3, \\ M_1^{13} &= M_1^{14} = M_1^{15} = M_1^{16} = F_1^4, \\ M_2^1 &= M_2^5 = M_2^9 = M_2^{13} = F_2^1, \\ M_2^2 &= M_2^6 = M_2^{10} = M_2^{14} = F_2^2, \end{aligned}$$

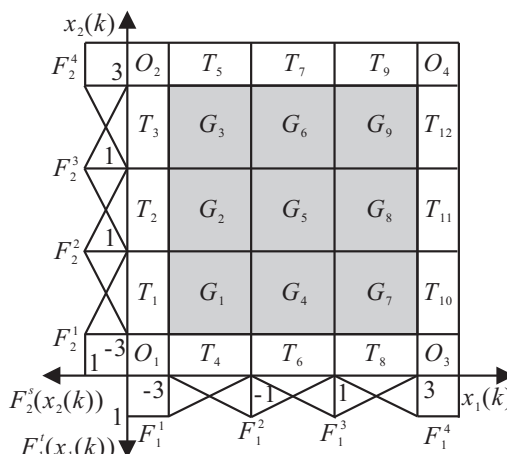


图 1 两输入模糊系统的隶属度函数平面示意图

$$M_2^3 = M_2^7 = M_2^{11} = M_2^{15} = F_2^3,$$

$$M_2^4 = M_2^8 = M_2^{12} = M_2^{16} = F_2^4,$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0.8593 & 0.2188 \\ 0.0561 & 0.8593 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0.8565 & 0.1366 \\ 0.0546 & 0.8565 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0.8569 & 0.1503 \\ 0.0546 & 0.8569 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 0.8556 & 0.1092 \\ 0.0546 & 0.8556 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} 0.8561 & 0.1229 \\ 0.0546 & 0.8561 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} 0.8539 & 0.0546 \\ 0.0546 & 0.8539 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_7 = \begin{bmatrix} 0.8549 & 0.0682 \\ 0.0682 & 0.8549 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_8 = \begin{bmatrix} 0.8545 & 0.0628 \\ 0.0628 & 0.8545 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_9 = \begin{bmatrix} 0.8544 & 0.0655 \\ 0.0600 & 0.8544 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{10} = \begin{bmatrix} 0.8544 & 0.0614 \\ 0.0614 & 0.8544 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} 0.8543 & 0.0682 \\ 0.0546 & 0.8543 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0.8565 & 0.0548 \\ 0.1371 & 0.8634 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{13} = \begin{bmatrix} 0.8565 & 0.0551 \\ 0.1377 & 0.8703 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{14} = \begin{bmatrix} 0.8570 & 0.0551 \\ 0.1515 & 0.8707 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{15} = \begin{bmatrix} 0.8574 & 0.0551 \\ 0.1653 & 0.8712 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{16} = \begin{bmatrix} 0.8590 & 0.0551 \\ 0.2136 & 0.8727 \end{bmatrix}.$$

该系统的模糊规则共有 16 条, 若采用引理 2 和引理 3 判定式 (13) 的稳定性, 则通过 LMI 方法均找不到一个公共正定矩阵满足式 (4) 的 16 个不等式及 16 个局部正定矩阵满足式 (5) 的 256 个不等式, 所以引理 2 和引理 3 无法判别此系统的稳定性.

由图 1 可知, 系统共有 25 个交叠规则组, $G_1 \sim G_9$ 为 9 个分别包含 4 条规则的最大交叠规则组. 系统中 $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 的模糊分划数均为 4, 所以该系统共有 4 个有效最大交叠规则组, 分别为 G_1, G_3, G_7, G_9 . 通过 LMI 方法, 在上述 4 个有效最大交叠规则组中分别找到 16 个正定矩阵 $\mathbf{P}_1 \sim \mathbf{P}_{16}$, 所以由定理 1 可以判定式 (13) 的开环 T-S 离散模糊控制系统是稳定的. $\mathbf{P}_1 \sim \mathbf{P}_{16}$ 分别为

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \begin{bmatrix} 55.8152 & 18.1300 \\ 18.1300 & 63.6000 \end{bmatrix}, & P_2 &= \begin{bmatrix} 56.7352 & 15.3870 \\ 15.3870 & 61.1155 \end{bmatrix}, \\
 P_3 &= \begin{bmatrix} 57.4797 & 15.8331 \\ 15.8331 & 60.8251 \end{bmatrix}, & P_4 &= \begin{bmatrix} 57.4341 & 14.6862 \\ 14.6862 & 59.2220 \end{bmatrix}, \\
 P_5 &= \begin{bmatrix} 57.1796 & 14.9366 \\ 14.9366 & 60.3532 \end{bmatrix}, & P_6 &= \begin{bmatrix} 57.9228 & 12.7397 \\ 12.7397 & 58.8524 \end{bmatrix}, \\
 P_7 &= \begin{bmatrix} 58.8264 & 13.6092 \\ 13.6092 & 58.4816 \end{bmatrix}, & P_8 &= \begin{bmatrix} 58.7255 & 13.3692 \\ 13.3692 & 57.8251 \end{bmatrix}, \\
 P_9 &= \begin{bmatrix} 58.8624 & 13.3339 \\ 13.3339 & 57.6588 \end{bmatrix}, & P_{10} &= \begin{bmatrix} 59.4625 & 13.1735 \\ 13.1735 & 57.5431 \end{bmatrix}, \\
 P_{11} &= \begin{bmatrix} 59.8855 & 13.1969 \\ 13.1969 & 57.0232 \end{bmatrix}, & P_{12} &= \begin{bmatrix} 61.7672 & 15.4589 \\ 15.4589 & 56.4060 \end{bmatrix}, \\
 P_{13} &= \begin{bmatrix} 60.9664 & 15.6930 \\ 15.6930 & 57.1643 \end{bmatrix}, & P_{14} &= \begin{bmatrix} 61.9241 & 15.9751 \\ 15.9751 & 57.1478 \end{bmatrix}, \\
 P_{15} &= \begin{bmatrix} 62.9269 & 16.4073 \\ 16.4073 & 56.3541 \end{bmatrix}, & P_{16} &= \begin{bmatrix} 64.4975 & 18.0987 \\ 18.0987 & 55.4714 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

判定式 (13) 的稳定性, 应用引理 4 需求解 100 个不等式, 应用文献 [10] 的方法需求解 196 个不等式, 而应用定理 1 只需求解 64 个不等式, 较为简便。

为了验证定理 1 的有效性, 对此模糊系统进行仿真分析, 图 2 为初始条件 $x_0(k) = [-1 \ 2]^T$ 时系统的相平面图。

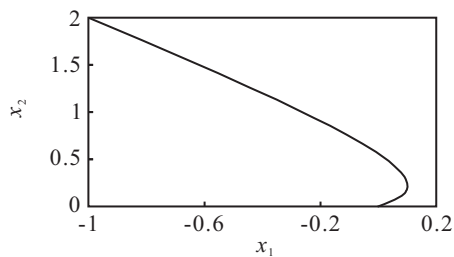


图 2 初始条件为 $x_0(k) = [-1 \ 2]^T$ 时系统的相平面图

5 结 论

本文针对输入采用双交叠模糊分划的离散 T-S 模糊系统, 通过定义有效最大交叠规则组, 构造了离散型分段模糊 Lyapunov 函数, 得到了一个新的判定 T-S 模糊系统稳定性的充分条件. 该条件仅需在每个有效最大交叠规则组中分别寻找正定矩阵, 减少了以往稳定性判定方法的保守性和难度. 仿真实例表明, 本文所提出的方法比文献 [2-3] 的条件更宽松, 需求解的 Lyapunov 不等式数量比文献 [4-6,8,10] 更少。

参考文献(References)

- [1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132.
- [2] Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control system[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 45(2): 135-156.
- [3] Wang H O, Tanaka K, Griffin M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1996, 4(1): 14-23.
- [4] Daafouz J, Riedinger P, Lung C. Stability analysis and control synthesis for switched systems: A switched Lyapunov function approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1883-1887.
- [5] 王岩, 张庆灵, 孙增圻, 等. 离散模糊系统分析与设计的模糊 Lyapunov 方法[J]. 自动化学报, 2004, 30(2): 255-260.
(Wang Y, Zhang Q L, Sun Z Q, et al. Analysis and design of discrete fuzzy system with fuzzy Lyapunov approach[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(2): 255-260.)
- [6] Mozelli L A, Palhares R M, Avellar G S C. A systematic approach to improve multiple Lyapunov function stability and stabilization conditions for fuzzy systems[J]. Information Sciences, 2009, 179(8): 1149-1162.
- [7] Wang W J, Sun C H. A relaxed stability criterion for T-S fuzzy discrete systems[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2004, 34(5): 2155-2158.
- [8] 张松涛, 任光. 基于分段模糊 Lyapunov 方法的离散模糊系统分析与设计[J]. 自动化学报, 2006, 32(5): 813-818.
(Zhang S T, Ren G. Analysis and design of discrete fuzzy system based on piecewise fuzzy Lyapunov approach[J]. Acta Automatica Sinica, 2006, 32(5): 813-818.)
- [9] 修智宏, 任光. T-S 模糊控制系统的稳定性分析及系统化设计[J]. 自动化学报, 2004, 30(5): 731-741.
(Xiu Z H, Ren G. Stability analysis and systematic design of T-S fuzzy control systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(5): 731-741.)
- [10] Wang W J, Sun C H. A relaxed stability criterion for T-S fuzzy discrete system[C]. Proc of IEEE Int Conf on Networking, Sensing and Control. Piscataway: IEEE, 2004: 937-942.