

文章编号: 1001-0920(2012)08-1127-06

一种基于粒子群算法的改进多目标文化算法

吴亚丽, 徐丽青

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048)

摘要: 提出一种基于粒子群算法的改进多目标文化算法并用于求解多目标优化问题。算法中群体空间采用多目标粒子群优化算法进行演化; 信念空间通过对形势知识、规范化知识和历史知识的重新定义使之符合多目标优化问题; 信念空间和群体空间的交互通过自适应的接受操作和影响操作来实现。若干多目标标准测试函数的仿真结果表明, 改进多目标文化算法能够在保持 Pareto 解集多样性的同时具有较好的均匀性和收敛性。

关键词: 多目标优化; 文化算法; 粒子群算法; Pareto 最优前沿

中图分类号: TP18

文献标识码: A

An improved multi-objective cultural algorithm based on particle swarm optimization

WU Ya-li, XU Li-qing

(College of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China.
Correspondent: WU Ya-li, E-mail: yiliwu@xaut.edu.cn)

Abstract: An improved multi-objective cultural algorithm based on particle swarm optimization(PSO-IMOCA) is proposed to solve multi-objective optimization problem. Population space evolves with the improved multi-objective particle swarm optimization strategy. Three kinds of knowledge, situational knowledge, normative knowledge and history knowledge, are redefined to accordance with the solution of multi-objective problem in belief space. The interaction between belief space and population space is implemented by the adaptive accept function and influence function. Simulation results of the benchmark test functions show that the improved multi-objective cultural algorithm can possess good uniformity and convergence as well as maintain the diversity of Pareto optimal solution.

Key words: multi-objective optimization; cultural algorithm; particle swarm optimization; Pareto optimal front

1 引言

多目标优化问题的各目标之间相互制约, 对其中一个目标优化必须以其他目标作为代价, 因此多目标优化问题的解是一组非劣解, 即 Pareto 最优解集^[1]。基于种群的进化算法具有隐含的并行特征, 可在单次迭代过程中得到多个解, 适合求解多目标优化问题。众多研究者对基于种群的进化算法如遗传算法、粒子群算法进行改进, 提出了多种多目标遗传算法^[2]和多目标粒子群优化算法^[3-5]。但目前针对各种基于种群的智能优化算法的研究均集中在生物自然选择这一层面上, 对于演化过程中形成的知识没有有效利用。

Reynolds^[6]提出的文化算法从微观和宏观角度模拟生物层面和文化层面的进化, 提供了一种显性的机制来获取、保存和整合问题求解的知识, 使种群进

化速度超越单纯依靠生物基因遗传的进化速度。目前, 将文化算法与已有的智能优化算法相结合来解决多目标优化问题已引起研究者的关注。文献[7]将文化算法的信念空间定义为网格结构, 首次提出采用文化算法求解多目标优化问题; [8]对文化算法的知识空间进行扩展, 提出一种分阶段多目标协作进化; [9]对信念空间中的知识进行定义, 提出求解函数优化的多目标文化算法; [10]采用文化算法来调整多目标粒子群算法的加速度系数、认知系数和社会系数; [11]提出了一种多目标文化算法, 并应用于水资源优化问题; [12]提出一种基于文化的多目标粒子群优化算法。

与上述文献思路不同, 本文拟在文化算法的框架下求解多目标优化问题。为了保持 Pareto 最优前沿的收敛性、多样性和均匀性, 本文重点对文化算法中信

收稿日期: 2010-12-24; 修回日期: 2011-04-12.

基金项目: 陕西省自然科学基础研究计划项目(2010JQ8006); 陕西省教育厅科学研究专项基金项目(2010JK711).

作者简介: 吴亚丽(1975-), 女, 副教授, 从事复杂系统建模、优化与仿真等研究; 徐丽青(1983-), 男, 硕士生, 从事复杂系统建模、控制与优化的研究。

念空间中形势知识、规范化知识和历史知识进行重新定义,使之适应于多目标优化问题的求解;采用循环拥挤距离排序法对外部归档集进行维护,提高对种群空间的均匀采样;采用多目标适应值轮盘赌法选择粒子全局最优位置,以避免 Pareto 最优解的丢失,使算法获得了更逼近整个均衡面的非劣解。仿真结果表明,基于粒子群算法的改进多目标文化算法具有良好的均匀性和收敛性。

2 改进多目标文化算法

2.1 文化算法描述

文化算法^[6]是一种基于知识的双层进化系统,计算框架如图 1 所示。算法包含两类进化空间:群体空间和信念空间。群体空间通过演化操作和性能评价进行自身的迭代求解,是算法进行问题求解的主空间。信念空间将接收到的个体经验不断地进行自身的性能评价与演化,形成群体经验,并通过影响函数对群体空间的个体行为规则进行修改,以使群体空间中得到更高的进化效率。

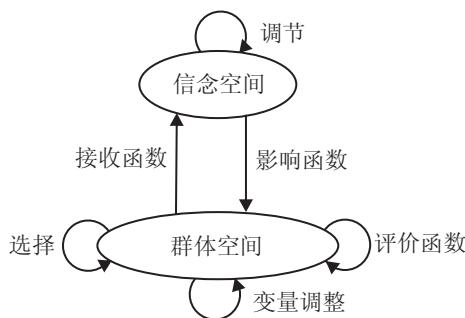


图 1 文化算法的基本框架

2.2 改进多目标文化算法

采用文化算法求解多目标优化问题,关键要解决的问题有:1) 信念空间中的知识如何定义和更新才能更适合多目标问题的求解;2) 群体空间的演化过程中如何产生非支配解并构成 Pareto 最优解集;3) 如何保持 Pareto 最优前沿上优化解的多样性和均匀性。为此提出一种基于粒子群算法的改进多目标文化算法。

2.2.1 群体空间的演化策略

群体空间的演化策略分 3 个部分:个体演化策略、参数调整和非劣解集的构造。

1) 群体中个体的演化策略。

改进多目标文化算法的群体空间采用多目标粒子群算法的编码和演化机制。算法中各粒子的速度和位置的演化公式为^[13]

$$V_i(t+1) = w \times V_i(t) + c_1 \times r_1(P_i(t) - X_i(t)) + c_2 \times r_2(G_i(t) - X_i(t)), \quad (1)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1). \quad (2)$$

其中: $V_i(t)$ 为第 i 个粒子在 t 代的速度; $X_i(t)$ 为第 i 个粒子在 t 代的位置; $P_i(t)$ 为第 i 个粒子在 t 代的局部最优个体; $G_i(t)$ 为第 i 个粒子在 t 代的全局最优个体; $i = 1, 2, \dots, N$, N 为群体规模; ω 为惯性权重; c_1 和 c_2 分别为认知系数和社会系数; r_1 和 r_2 为 $[0,1]$ 区间的随机数; t 为当前迭代次数。

由于多目标优化问题优化解的特性,需要对式(1)中全局最优个体和局部最优个体的定义进行修正。全局最优个体的选择策略采用多目标适应值轮盘赌法在非劣解集中产生,具体过程为:设多目标优化问题含有 K ($K \geq 2$) 个目标,产生 $(0, K)$ 区间的随机数 l ,对 l 取整,令 $l = \text{interger}[l] + 1$,选则第 l 个目标函数适应值,采用轮盘赌策略确定的最好粒子即为该粒子的全局最好粒子。当代局部最优个体 $p_i(t)$ 的选择规则为:将种群中根据粒子飞行过程中获得的新解 $X_i(t)$ 与上一代的局部最优位置 $P_i(t-1)$ 进行比较,即

$$P_i(t) = \begin{cases} X_i(t), & X_i(t) \prec P_i(t-1); \\ P_i(t-1), & P_i(t-1) \prec X_i(t); \\ X_i(t)/P_i(t-1), & \text{否则.} \end{cases}$$

2) 算法的参数调整策略。

为了加快群体空间中多目标 PSO 算法的收敛速度,对加速度系数的调整策略为

$$\omega = \omega_{\max} - (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \times t/T_{\max}. \quad (3)$$

其中: ω_{\min} 和 ω_{\max} 分别为惯性权重的最小值和最大值; T_{\max} 为最大迭代次数。随着种群的演化,加速度在当前粒子中的比重越来越小,更适于局部的搜索。

认知系数 c_1 和社会系数 c_2 调整策略为^[14]

$$c_{1t} = (c_{1f} - c_{1i}) \times t/T_{\max} + c_{1i}, \quad (4)$$

$$c_{2t} = (c_{2f} - c_{2i}) \times t/T_{\max} + c_{2i}. \quad (5)$$

其中: $c_{1i} = 2.5, c_{1f} = 0.5, c_{2i} = 0.5, c_{2f} = 2.5$ 。从式(4)和(5)可以看出,认知系数随着迭代次数的增大而减小,而社会系数随着迭代次数的增大而增大。这表明,在种群演化过程中,社会行为的作用越来越明显,而自身历史知识的影响则越来越削弱。

3) 非劣解集的构造。

为了保证多目标文化算法得到的 Pareto 最优前沿的收敛性、多样性和均匀性,需要为群体空间构造合理的非劣解集。传统的多目标进化算法非劣解集的构造通常采用 NSGA-II^[2] 中的非支配排序策略,但该策略容易丢失互不支配的个体。本文采用一种新的非劣解集构造策略,具体步骤如下:

Step 1: 将所有粒子序号初始化为 $\text{rank}(a) = 1$ 。

Step 2: \forall 粒子 $a, b, a = 1, 2, \dots, N, b = 1, 2, \dots, N$. 若 $X_a \prec X_b$, 则 $\text{rank}[b] = \text{rank}[b] + 1$; 若 $X_b \prec X_a$, 则 $\text{rank}[a] = \text{rank}[a] + 1$; 否则, 粒子 a, b 序号不变。

Step 3: 将序号为 1 的粒子放入非支配解集中.

2.2.2 信念空间的知识描述和更新策略

为了适应多目标优化问题的求解,本文对文化算法信念空间中最常用的形势知识、规范化知识和历史知识的描述及更新策略进行如下修正.

1) 形势知识. 形势知识的初始解在群体空间非支配解集中根据多样性和均匀性指标选择产生, 更新规则采用差分演化中的变异操作^[1]实现, 即: 随机选择非劣解集中的两个粒子, 将两个成员间的差向量增加到形势知识中选定的非支配解成员上的方法来产生新个体. 设 $X_i(t)$ 是形势知识中第 i 个粒子, $X_{r1}(t)$ 和 $X_{r2}(t)$ 是群体空间非支配解集中的两个不相同的个体, 新解为

$$X'_i(t) = X_i(t) + F \times (X_{r1}(t) + X_{r2}(t)), \quad (6)$$

其中 F 是 $[0,1]$ 区间内的比例系数.

形势知识用来更新信念空间中第 i 个粒子在 t 代寻优的最优解. 产生的新解 X'_i 与原来的解 X_i 进行比较, 有

$$X_i(t) = \begin{cases} X'_i(t), & X'_i(t) \prec X_i(t); \\ X_i(t), & X_i(t) \prec X'_i(t); \\ X_i(t)/X'_i(t), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

2) 规范化知识. 在多目标文化算法中, 最优解为一组非劣解集, 因此, 选择当前的非劣前沿作为最优解集, 将 Pareto 前沿中所有解针对每一维数分别进行分析, 将每一维的最大值和最小值分别记录下来. 由各维的最大值和最小值组成的区域构成了当前决策空间中较有搜索潜力的有界区域.

规范化知识的更新采用以下 2 种策略: 1) 对于非劣解集中的任意非劣解的第 j 维, 若第 j 维的值在给定的规范知识范围之内, 则在其附近产生一个新的子代; 否则, 在该范围内按照均匀分布随机产生一个子代. 2) 针对非劣解 $X_{i,j}(t)$, 随机选择维数 j , 将第 j 维的值分别用规范知识中的最大值 $X_{i,\max}(t)$ 和最小值 $X_{i,\min}(t)$ 替换, 产生两个新的解, 比较结果如下:

$$X_{i,j}(t) =$$

$$\begin{cases} X_{i,\max}(t), & X_{i,\max}(t) \prec X_{i,j}(t) \text{ 或} \\ & X_{i,\max}(t) \prec X_{i,j}(t) \text{ 且 } X_{i,\max}(t) \prec X_{l,s}(t); \\ X_{i,\min}(t), & X_{i,\min}(t) \prec X_{i,j}(t) \text{ 或} \\ & X_{i,\min}(t) \prec X_{i,j}(t) \text{ 且 } X_{i,\min}(t) \prec X_{l,s}(t); \\ X_{i,\max}(t)/X_{i,\min}(t), & X_{i,\min}(t) \prec X_{i,j}(t) \text{ 或} \\ & X_{i,\max}(t) \prec X_{i,j}(t) \text{ 且 } X_{i,\min}(t) \not\prec X_{i,\max}(t), \\ & X_{i,\max}(t) \not\prec X_{i,\min}(t); \\ X_{i,j}(t), & X_{i,j}(t) \prec X_{i,\max}(t) \text{ 且 } X_{i,j}(t) \prec X_{i,\min}(t). \end{cases}$$

其中: $l = 1, 2, \dots, N (l \neq i)$, $j = 1, 2, \dots, D$, $s =$

$1, 2, \dots, D$, D 为粒子的最大维数.

随着新非劣解的不断产生和规范化知识不断更新, 搜索空间将越来越集中在真正非劣前沿的有效区域, 使得非劣前沿中的非劣解逐渐收敛到局部最优解.

3) 历史知识. 在多目标文化算法中, 历史知识产生的多数个体很快会被别的知识产生的解所支配, 历史知识的主要作用在于找到 Pareto 前沿后对解的分布进行调整. 因此, 对每个目标的寻优轨迹分别进行记录, 其对个体的影响通过随机选择目标函数 f_i 及其存储在历史知识 H_i 中的 k 个解, 随机产生其附近的解作为子代解. 经过充分迭代, 当算法找到真正非劣前沿时, 几乎所有单个目标的最优值都在非劣前沿上. 此时, 历史知识将会继续在其附近产生可行解, 阻止搜索过程偏离该区域.

2.3 空间之间的交互操作设计

群体空间和信念空间的交互通过接受操作和影响操作来实现.

1) 接受操作的设计

在群体空间的粒子群演化过程中, 每运行 Acc 代时, 采用群体空间归档集中的当前全局“最好值”替换信念空间中的“最差值”粒子, 形成新的非劣解集, 即

$$Acc = B_{\text{num}} + t/T_{\text{max}} \times D_{\text{num}}, \quad (7)$$

其中 B_{num} 和 D_{num} 为文化算法中的两个常数, 用于调节接受操作和影响操作的完成次数.

群体空间中当前全局“最好值”定义为求非支配解时, 粒子序号最小的个体; 信念空间中“最差值”定义为当前非劣前沿解集中拥挤距离最小的个体.

2) 影响操作的设计

在群体空间粒子群演化过程中, 将每运行 Inf 代时的“最好值”替换群体空间中的“最差值”粒子, 即

$$Inf = B_{\text{num}} + (T_{\text{max}} - t)/T_{\text{max}} \times D_{\text{num}}. \quad (8)$$

其中: 信念空间中全局“最好值”定义为当前非劣前沿解集中拥挤距离最大的个体, 群体空间中当前“最差值”定义为群体空间中非支配解集中粒子序号最大的个体.

2.4 外部归档集维护策略

合理的外部归档集的更新和维护策略不但能保证粒子在整个 Pareto 最优前沿上的均匀分布, 而且可提供尽可能多的全局最优个体. 在多目标文化算法中, 归档集中非劣解的来源有 2 个: 一是种群空间中非劣解集中的新的非劣解; 二是信念空间中产生的新的非劣解.

目前, 外部归档集的维护策略大多采用 NSGA-II 的维护策略. 但 NSGA-II 中拥挤距离的计算及个体删除方法不能真实地反映个体之间真实的密度关

系, 当一个拥挤距离较小的个体被淘汰之后, 会造成其他个体的拥挤距离变化.

为了克服上述缺陷, 本文采用循环拥挤排序算法^[15]改善 Pareto 最优前沿的均匀性. 实现步骤如下:

Step 1: 初始化每个个体的拥挤距离为 0.

Step 2: 计算每个个体的拥挤距离.

Step 3: 将边界点赋予最大值以确保每次均能入选下一代, 删除外部归档集中拥挤距离最小的个体.

Step 4: 重新对每个目标的函数值进行排序, 更新每个个体的拥挤距离.

Step 5: 判断外部归档集是否达到规定值, 若是, 结束; 否则, 转至 Step 2.

由于采用了动态方式更新拥挤距离, 每淘汰一个个体需重新计算相邻个体的拥挤距离, 因而拥挤距离能够真实地反映出个体之间的密度关系.

3 算法性能测试与分析

3.1 测试函数与性能指标选择

为了验证 PSO-IMOCA 算法的性能, 本文对文献[2]中的测试函数 SCH, FON, ZDT1, ZDT2, ZDT3, ZDT6 进行仿真, 并采用收敛性指标(γ)和多样性指标(Δ)对各种算法得到的 Pareto 前沿的性能进行评价和分析. 收敛性指标(γ)的计算公式如下:

$$\gamma = \frac{1}{|N|} \sum_{y \in Y} \min\{|y - \bar{y}|, \bar{y} \in \bar{Y}\}. \quad (9)$$

其中: Y 为算法所得的非劣解集, N 为非劣解的个数, \bar{Y} 为真实的非劣解集.

表 1 收敛度 γ 的比较

Algorithm	指标	SCH	FON	ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT6
PSO-IMOCA	M	0.0031	0.0017	0.0011	7.9475e-4	0.0013	0.0039
	VAR	4.7671e-8	1.1403e-8	4.0319e-8	5.5903e-8	1.3016e-7	3.8756e-8
TV-MOPSO	M	0.0033	0.0024	0.0012	8.3038e-4	0.0067	0.0040
	VAR	4.6017e-8	3.8888e-8	5.2505e-8	1.3056e-8	9.5291e-8	6.44161e-8
NSGA-II ^[2]	M	0.003391	0.001931	0.033482	0.072391	0.114500	0.2965564
	VAR	0.000000	0.000000	0.004750	0.031689	0.007940	0.013135
MOPSO ^[5]	M	0.01148	—	0.00133	0.00089	0.00418	—
	VAR	0.000000	—	0.00000	0.000000	0.00000	—
AEPSO ^[16]	M	—	—	0.00100	0.00078	0.00462	—
	VAR	—	—	0.00000	0.00000	0.00000	—

表 2 多样性 Δ 的比较

Algorithm	指标	SCH	FON	ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT6
PSO-IMOCA	M	0.0249	0.0196	0.0235	0.0233	0.0160	0.0285
	VAR	9.7855e-6	1.0531e-6	1.3061e-5	8.6872e-6	5.9842e-6	6.3128e-6
TV-MOPSO	M	0.0231	0.0166	0.0210	0.0210	0.0154	0.02067
	VAR	4.2790e-5	1.4567e-5	3.9233e-5	6.7637e-5	1.3904e-5	8.5272e-5
NSGA-II ^[2]	M	0.0477899	0.378065	0.39037	0.430776	0.738540	0.668025
	VAR	0.003471	0.000639	0.001876	0.004721	0.019706	0.009923
MOPSO ^[5]	M	0.76097	—	0.68132	0.63922	0.83195	—
	VAR	0.01643	—	0.01335	0.00114	0.00892	—
AEPSO ^[16]	M	—	—	0.55743	0.51901	0.55182	—
	VAR	—	—	0.00142	0.00095	0.00087	—

算法的多样性评价公式为

$$\Delta = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=1}^{N-1} |d_i - \bar{d}|}{d_f + d_l + (N-1)\bar{d}}. \quad (10)$$

其中: d_i 为连续两个非劣解间的欧氏距离, \bar{d} 为所有 d_i 的均值, d_f 和 d_l 分别为算法获得的边界解与相应极端解间的距离.

3.2 参数设置及仿真结果分析

首先将改进多目标文化算法与文献中若干多目标优化算法(NSGA-II^[2], MOPSO^[3], AEPSO^[16])以及时变多目标粒子群算法(TV-MOPSO)的性能进行比较分析.

各算法的参数设置如下: NSGA-II 和 AEPSO 种群规模为 100, 迭代次数为 250 次; MOPSO 种群规模为 50, 迭代次数为 500, 函数评价次数为 25 000 次; 归档集大小均为 100. NSGA-II 中 $p_c = 0.9$, $p_m = 1/n$. TV-MOPSO 算法种群规模为 50, 归档集大小为 100, ω 从 0.9~0.4 线性变换, 迭代次数为 500, 函数评价次数均为 25 000 次. PSO-IMOCA 算法群体空间规模为 50, 信念空间规模为 20, 归档集大小为 100, ω 从 0.9~0.4 线性变换, F 为 0.5, 迭代次数为 500, 函数评价次数均为 25 000 次.

在上述参数设置下, 对每个测试函数、每种算法独立重复运行 30 次, 计算收敛度 γ 和多样度 Δ 的平均值和方差. 统计结果见表 1 和表 2. 其中: M 为均值, VAR 为方差, — 为参考文献中无该项统计结果.

从表1中可以看出, PSO-IMOCA 算法在求解这6个测试函数时所得到的收敛度 γ 值的均值和方差均明显优于其他4种算法, Pareto 最优解集更接近真实 Pareto 前沿, 具有良好的收敛性。从表2可以看出, 对于大多数测试函数, PSO-IMOCA 算法得到的 Δ 度量的均值和方差比 NSGA-II, MOPSO 和 AEPSO 算法至少高1个数量级, 这表明该算法的分布均匀性优于其他算法。

为了验证 PSO-IMOCA 算法的快速收敛速度及其均匀性, 特将 Pareto 最优解集个数设为 20, 在参数设置一致的情况下进行仿真, 仿真结果如图2所示。

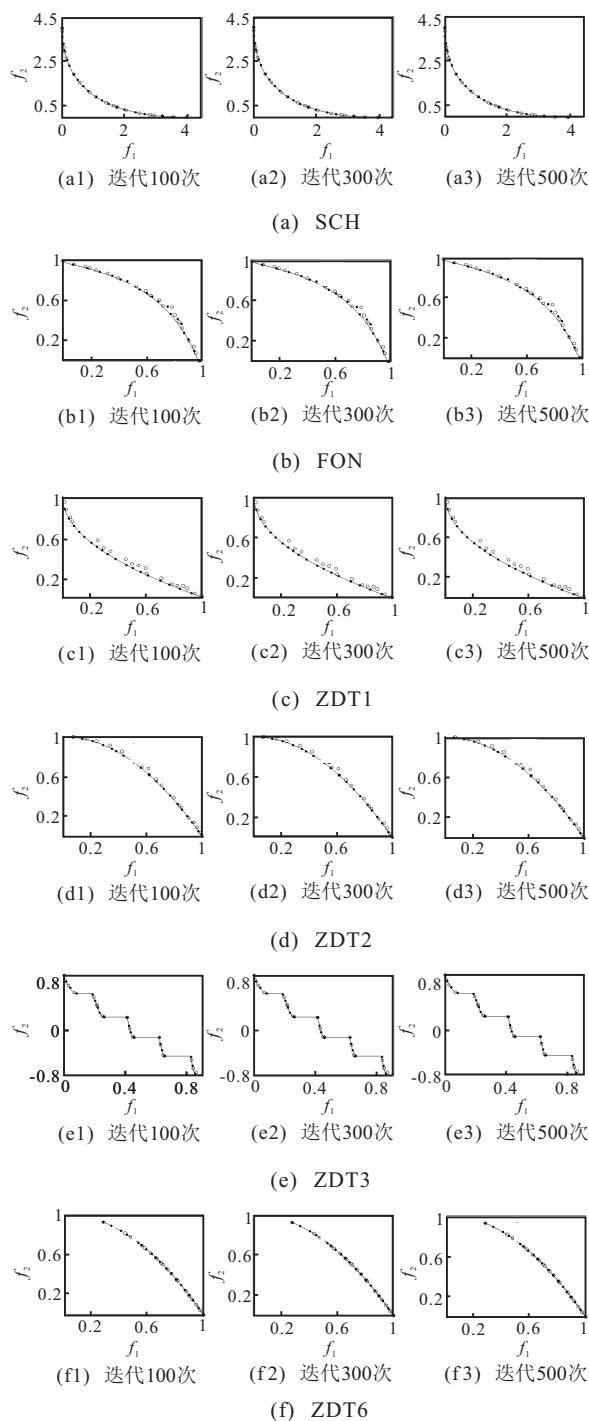


图2 PSO-IMOCA, TV-MOPSO 的 Pareto 曲线

图2中, 实线代表真实 Pareto 最优前沿, 圆圈代表 TV-MOPSO 算法仿真得到的 Pareto 最优解集, 实点代表 PSO-IMOCA 算法仿真得到的 Pareto 最优解集。可以看出, 针对各函数, TV-MOPSO 算法所得的 Pareto 最优解集分布不均匀, 且部分偏离了 Pareto 最优前沿; 而 PSO-IMOCA 算法由于采用了信念空间的3类知识和循环拥挤距离删除策略, 所得解的均匀分布性较好, Pareto 最优解的分布接近于真实 Pareto 最优前沿。PSO-IMOCA 算法在相同的迭代次数得到的 Pareto 非劣解比 TV-MOPSO 得到的 Pareto 非劣解更精确、更均匀, 这表明 PSO-IMOCA 算法收敛速度比 TV-MOPSO 算法快。

4 结 论

本文提出一种改进多目标文化算法。在文化算法的框架下, 通过信念空间中的3类知识进行重新定义使之适应于求解多目标优化问题。该算法采用多目标适应值轮盘赌法选择粒子全局最优位置, 避免了 Pareto 最优解的丢失。采用循环拥挤距离来控制外部归档集的大小, 使算法获得更多均匀分布在目标空间上的非劣解, 提高了所得 Pareto 最优前沿的均匀性。两类空间之间的相互交互使得搜索过程在经验和知识的指导下向真正 Pareto 最优前沿逼近, 多个测试函数的仿真结果表明了 PSO-IMOCA 算法能够在保证多样性的同时具有较好的均匀性和收敛性。本文在求解多目标优化问题时采用改进多目标文化算法, 虽然 PSO-IMOCA 算法所得的 Pareto 最优解在多样性、均匀分布性和收敛性等方面具有一定优势, 但算法的时间复杂度较高。如何对信念空间中其他两类知识进行定义以及如何降低算法的时间复杂度是进一步研究的问题。

参考文献(References)

- [1] Robie T, Filipie B. DEMO: differential evolution for multi-objective optimization[C]. The 3rd Int Conf on Evolutionary Multi-criterion Optimization. Guanajuato, 2005: 520-533.
- [2] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [3] Coello C A C, Pulido G T, Lechuga M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256-279.
- [4] Tripathi P K, Bandyopadhyay S, Pal S K. Multi-objective particle swarm optimization with time variant inertia and acceleration coefficients[J]. Information Sciences, 2007, 177(22): 5033-5049.

- [5] Yen G G, Leong W F. Dynamic multiple swarms in multiobjective particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, 2009, 39(4): 890-911.
- [6] Reynolds R G. An introduction to cultural algorithms[C]. Proc of the 3rd Annual Conf on Evolutionary Programming. River Edge: World Scientific, 1994: 131-139.
- [7] Coello C A C, Becerra R L. Evolutionary multiobjective optimization using a cultural algorithm[C]. IEEE Swarm Intelligence Symposium. Indianapolis, 2003: 6-13.
- [8] Miao J F, Wang H G, Shao Z Z, et al. A staged multi-objective co-evolutionary algorithm[C]. The 2nd Int Conf on Information Engineering and Computer Science(ICIECS). Wuhan, 2010: 1-4.
- [9] Best C, Che X D, Reynolds R G, et al. Multi-objective cultural algorithms[C]. 2010 IEEE Congress on Evolutionary Computation(CEC). Barcelona, 2010: 1-9.
- [10] Daneshyari M, Yen G G. Cultural MOPSO: A cultural framework to adapt parameters of multiobjective particle swarm optimization[C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation. Hongkong, 2009: 1325-1332.
- [11] Gu W, Wu Y G. Application of multi-objective cultural algorithm in water resources optimization[C]. 2010 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conf(APPEEC). Chengdu, 2010: 1-4.
- [12] Daneshyari M, Yen G G. Cultural-based multiobjective particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2011, 41(2): 553-567.
- [13] Shi Y H, Eberhart R C. Parameter selection in particle swarm optimization[C]. Proc of the 7th Annual Conf on Evolutionary Programming. New York: 1998: 591-600.
- [14] Ratnaweera A, Halgamuge S K, Watson H C. Self-organizing hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(9): 240-255.
- [15] 罗辞勇, 陈民铀, 张聪誉. 采用循环拥挤排序策略的改进 NSGA-II 算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(2): 227-231.
(Luo C Y, Chen M Y, Zhang C Y. Improved NSGA-II algorithm with circular sorting[J]. Control and Decision, 2010, 25(2): 227-231.)
- [16] 陈民铀, 张聪誉, 罗辞勇. 自适应进化多目标粒子群算法[J]. 控制与决策, 2009, 24(12): 1851-05.
(Chen M Y, Zhang C Y, Luo C Y. Adaptive evolutionary multi-objective particle swarm optimization algorithm[J]. Control and Decision, 2009, 24(12): 1851-05.)

(上接第1126页)

- [4] Li Deng-feng, Nan Jiang-xia. A nonlinear programming approach to matrix games with payoffs of Atanassov's intuitionistic fuzzy sets[J]. Int J of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based Systems, 2009, 17(4): 585-607.
- [5] Vijay V, Chandra S, Bector C E. Matrix games with fuzzy goals and fuzzy payoffs[J]. Omega, 2005, 33(5): 425-429.
- [6] 南江霞, 李登峰, 张茂军. 支付值为区间直觉模糊集的矩阵对策的线性规划求解方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(9): 1318-1323.
(Nan J X, Li D F, Zhang M J. Linear programming approach to matrix games with payoffs of interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Control and Decision, 2010, 25(9): 1318-1323.)
- [7] Nan Jiang-xia, Li Deng-feng, Zhang Mao-jun. A lexicographic method for matrix games with payoffs of triangular intuitionistic fuzzy[J]. Int J of Computational Intelligence Systems, 2010, 3(9): 280-289.
- [8] Wang J Q, Zhang Z. Aggregation operators on intuitionistic trapezoidal fuzzy number and its application to multi-criteria decision making problems[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2009, 20(2): 321-326.
- [9] Wei G W. Some arithmetic aggregation operators with intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers and their application to group decision making[J]. J of Computer, 2010, 5(3): 345-351.
- [10] 万树平, 董九英. 多属性群决策的直觉梯形模糊数法[J]. 控制与决策, 2010, 25(5): 773-776.
(Wan S P, Dong J Y. Method of intuitionistic trapezoidal fuzzy number for multi-attribute group decision[J]. Control and Decision, 2010, 25(5): 773-776.)
- [11] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [12] Robert Fullera, Peter Majlender. On weighted possibilistic mean and variance of fuzzy numbers[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 136(3): 363-374.
- [13] Zhang Wei-guo, Zhang Xi-li, Xiao Wei-lin, et al. Portfolio selection under possibilistic mean-variance utility and a SMO algorithm[J]. European J of Operational Research, 2009, 197(2): 693-700.