

文章编号:1007-2985(2012)06-0066-04

实值化的4阶累积量切片测向算法*

黄光亚, 邓小飞, 梁平元

(吉首大学信息科学与工程学院, 湖南 吉首 416000)

摘要:4阶累积量切片测向算法由于具有盲高斯特性,提高了算法的测向性能,其4阶累积量的引入增大了算法的运算量.针对算法运算量大的问题,阐述了4阶累积量切片应用酉变换实值化方法简化运算的原理.提出利用实值化方法对4阶累积量切片进行数据重组,利用实数运算来降低算法的运算量,仿真实验验证了算法在保证测向性能的同时降低运算量.

关键词:4阶累积量切片;酉变换;实值算法;方位估计

中图分类号:TN911.7

文献标志码:A

DOI:10.3969/j.issn.1007-2985.2012.06.016

波达方向估计是阵列信号处理领域中的重要研究方向,它可应用于雷达、声纳及智能天线等领域.2阶矩测向算法在低信噪比情况下算法性能下降甚至失效,在这一背景下,文献[1-4]中利用高阶累积量实现的 MUSIC-LIKE 测向算法,该算法利用高阶累积量的盲高斯特性,提高测向算法性能.因为对称信号的3阶累积量为0,所以研究应用最为广泛的是4阶累积量测向算法,但4阶累积量的引入使算法计算量急剧增加,4阶累积量矩阵中存在大量的冗余信息,去除冗余信息以降低矩阵阶数从而达到降低运算量的目的^[5-6].文献[6]中通过把高分辨率信号子空间类方法的正交化原理及旋转子空间不变原理引入累积量域,得到4阶累积量切片算法,该算法在保持累积量域算法盲高斯特性的同时降低了算法的运算量.

在高阶累积量的测向算法中除了4阶累积量计算之外,谱峰搜索也存在相当大的运算量,尤其当搜索精度越小运算量则相应成倍增加.实值算法是在均匀线阵条件下,通过酉变换实值化方法将复数域上的DOA估计映射为实数域上^[7],利用实数运算快于复数运算的特点来实现降低运算量的目的.

基于4阶累积量切片算法将文献[7]中提出的实值算法推广到4阶累积量测向算法中,达到保持4阶累积量类算法盲高斯特性的同时,降低了此类算法运算量的目的.

1 阵列信号模型

笔首先假设接收天线位于信号源的辐射远场,即认为阵元接收到的信号是平面波;其次假设阵元接收到得信号为窄带信号,即认为所有信号到达不同阵元只存在由于传播距离不同造成的相位差且幅度不变^[8].

阵列由 M 个阵元组成的均匀线阵(阵列最右端阵元作为参考阵元),阵元间距为 d ,为避免相位模糊, d 小于入射信号最小波长的50%.信号源的复数表达式为 $s(t) = s_0(t)e^{j\omega_0 t}$,其中 $s_0(t)$ 为复包络, ω_0 为载波频率,其入射方向与接收阵列法线夹角为 θ .在平面波和窄带信号假设前提下,忽略复包络的变化,第 i 个阵元上接收到的信号可表示为

$$x_i(t) = s_0(t)e^{j\omega_0(t+(i-1)d\cos\theta/c)}$$

* 收稿日期:2012-09-16

基金项目:湖南省教育厅优秀青年资助项目(11B102);湖南省自然科学基金资助项目(11JJ6061)

作者简介:黄光亚(1981-),女,湖南吉首人,吉首大学信息科学与工程学院助教,硕士,主要从事阵列信号处理和无线传感器网络研究.

忽略载频则可得阵列接收信号的基带形式为 $x_i(t) = s_0(t)e^{j\omega_0(i-1)d\cos\theta/c}$, 阵列接收到的信号用矩阵的形式表示为

$$\mathbf{X}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T = \mathbf{a}(\theta, \omega_0)s_0(t),$$

其中 $\mathbf{a}(\theta, \omega_0) = (1, e^{j\omega_0 d\cos\theta/c}, e^{j\omega_0 2d\cos\theta/c}, \dots, e^{j\omega_0 (M-1)d\cos\theta/c})^T$.

假设空间中有 P 个不相关且载频相同的远场平面波, 入射方向分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P$, 则任意时刻 t 阵列接收到得信号为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{n}(t).$$

其中 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \beta), \mathbf{a}(\theta_2, \beta), \dots, \mathbf{a}(\theta_P, \beta)]$ 称作阵列的导向矢量^[5]; 信号矢量 $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]^T$; $\mathbf{n}(t)$ 为加性噪声矢量. 以下将 $\mathbf{X}(t), \mathbf{S}(t)$ 和 $\mathbf{n}(t)$ 分别简写为 \mathbf{X}, \mathbf{S} 和 \mathbf{n} . 假设信号与噪声、噪声与噪声之间相互独立, 在零均值方差为 σ_n^2 的加性高斯白噪声影响下, 则阵列输出的协方差矩阵表示为

$$\mathbf{R}_X = E\{\mathbf{X}\mathbf{X}^H\} = E\{(\mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{n})(\mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{n})^H\} = \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_n,$$

其中 $\mathbf{R}_S = E\{\mathbf{S}\mathbf{S}^H\}, \mathbf{R}_n = E\{\mathbf{n}\mathbf{n}^H\} = \sigma_n^2\mathbf{I}$.

2 阵列信号的 4 阶累积量切片

假设信号为非高斯分布的, 并且信号源之间、信号与噪声之间统计独立, 由于高斯白噪声的 4 阶累积量为 0, 则阵列信号的 4 阶累积量定义为^[9]

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_x &= E((\mathbf{X} \otimes \mathbf{X})(\mathbf{X} \otimes \mathbf{X})^H) - E(\mathbf{X} \otimes \mathbf{X})E((\mathbf{X} \otimes \mathbf{X})^H) - E(\mathbf{X}\mathbf{X}^H) \otimes E(\mathbf{X}\mathbf{X}^H) = E((\mathbf{A}\mathbf{S} \otimes \mathbf{A}\mathbf{S})(\mathbf{A}\mathbf{S} \otimes \mathbf{A}\mathbf{S})^H) - \\ &E(\mathbf{A}\mathbf{S} \otimes \mathbf{A}\mathbf{S})E((\mathbf{A}\mathbf{S} \otimes \mathbf{A}\mathbf{S})^H) - E(\mathbf{A}\mathbf{S} \cdot (\mathbf{A}\mathbf{S})^H) \otimes E(\mathbf{A}\mathbf{S} \cdot (\mathbf{A}\mathbf{S})^H) = \\ &\left(\begin{array}{cccc} \text{cum}_X(x_1, x_1, x_1, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_1, x_1, x_M) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_1, x_M, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_1, x_M, x_M) \\ \text{cum}_X(x_1, x_2, x_1, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_2, x_1, x_M) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_2, x_M, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_2, x_M, x_M) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \text{cum}_X(x_1, x_M, x_1, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_M, x_1, x_M) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_M, x_M, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_M, x_M, x_M) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \text{cum}_X(x_M, x_1, x_1, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_1, x_1, x_M) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_1, x_M, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_1, x_M, x_M) \\ \text{cum}_X(x_M, x_2, x_1, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_2, x_1, x_M) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_2, x_M, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_2, x_M, x_M) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \text{cum}_X(x_M, x_M, x_1, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_M, x_1, x_M) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_M, x_M, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_M, x_M, x_M) \end{array} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

假设 \mathbf{X} 具有足够的对称性, 使得 $E(x_{m_1}x_{m_2})$ 恒为 0, 则 \mathbf{C}_x 的第 $(m_1 - 1) \times M + m_2$ 行, $(m_3 - 1) \times M + m_4$ 列元素 (m_1, m_2, m_3, m_4) , 其中 $m_1, m_2, m_3, m_4 \in \{1, 2, 3, \dots, M - 1\}$, 则元素可表示为

$$\text{cum}_X(x_{m_1}, x_{m_2}, x_{m_3}, x_{m_4}) = E(x_{m_1}x_{m_2}x_{m_3}^*x_{m_4}^*) - E(x_{m_1}x_{m_3}^*)E(x_{m_2}x_{m_4}^*) - E(x_{m_1}x_{m_4}^*)E(x_{m_2}x_{m_3}^*).$$

在 4 阶累积量定义(1)式的基础上, 定义 4 阶累积量切片矩阵为

$$\mathbf{C}'_x = \text{cum} \left\{ \begin{array}{ccc} (x_1 & x_1 & x_1) \\ x_2 & x_2 & x_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (x_M & x_M & x_M) \end{array} \begin{array}{c} (x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_M) \\ \\ \\ \end{array} \right\} = \begin{array}{ccc} \left(\begin{array}{ccc} \text{cum}_X(x_1, x_1, x_1, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_1, x_1, x_1, x_M) \\ \text{cum}_X(x_2, x_2, x_2, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_2, x_2, x_2, x_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{ccc} \text{cum}_X(x_M, x_M, x_M, x_1) & \cdots & \text{cum}_X(x_M, x_M, x_M, x_M) \end{array} \right) \end{array},$$

则 4 阶累积量切片 \mathbf{C}'_x 中的元素可表示为

$$c_{m,n} = - \sum_{i=1}^P |s_i(t)|^4 \exp(-j \frac{(m-n)2\pi d \sin \theta_i}{\lambda}),$$

也可以将 4 阶累积量切片矩阵表示为

$$\mathbf{C}'_x = -\mathbf{A}\mathbf{R}'_s\mathbf{A}^H, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{R}'_s = \text{diag}(|s_1(t)|^4, |s_2(t)|^4, \dots, |s_P(t)|^4)$.

3 4 阶累积量切片的实值 MUSIC 算法

假设阵元数 M 为偶数, 可定义 M 维列向量 \mathbf{a}_0 为

$$[\mathbf{a}_0]_i = \frac{[\mathbf{a}(\theta)]_i + [\mathbf{a}(\theta)]_{M-i+1}}{2}, [\mathbf{a}_0]_{M-i+1} = j \frac{[\mathbf{a}(\theta)]_i - [\mathbf{a}(\theta)]_{M-i+1}}{2}, \quad (3)$$

其中 $i = 1, 2, 3, \dots, \frac{M}{2}$, $[\mathbf{a}_0]_i$ 和 $[\mathbf{a}(\theta)]_i$ 分别表示 \mathbf{a}_0 和 $\mathbf{a}(\theta)$ 的第 i 个元素.

因为阵列模型为均匀线阵, 所以(3)式可以表示为

$$[\mathbf{a}_0]_i = \exp(j \frac{(M-1)\varphi}{2}) \cos \frac{(M-2i+1)\varphi}{2},$$

$$[\mathbf{a}_0]_{M-i+1} = \exp(j \frac{(M-1)\varphi}{2}) \sin \frac{(M-2i+1)\varphi}{2},$$

其中 $i = 1, 2, 3, \dots, \frac{M}{2}$, $\varphi = \omega_0 d \sin \theta / c$. 将(2)式写成矩阵的形式为

$$\mathbf{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{Q} \mathbf{a}(\theta). \quad (4)$$

其中: $\mathbf{Q} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & \mathbf{J}_{M/2} \\ \mathbf{jJ}_{M/2} & -\mathbf{jI}_{M/2} \end{pmatrix}$; $\mathbf{J}_{M/2}$ 为反对角线元素为 1, 其余元素为 0 的 $M/2$ 阶交换矩阵^[5]; \mathbf{Q} 具有 $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}^H\mathbf{Q} = \mathbf{I}$ 的特性. 由(4)式可得

$$\mathbf{a}(\theta) = \sqrt{2} \mathbf{Q}^H \mathbf{a}_0 = \sqrt{2} \exp(j \frac{(M-1)\varphi}{2}) \mathbf{Q}^H \left(\cos \frac{(M-1)\varphi}{2}, \dots, \cos \frac{\varphi}{2}, \sin \frac{\varphi}{2}, \dots, \sin \frac{(M-1)\varphi}{2} \right)^T.$$

令 $\mathbf{a}_v = \left(\cos \frac{(M-1)\varphi}{2}, \dots, \cos \frac{\varphi}{2}, \sin \frac{\varphi}{2}, \dots, \sin \frac{(M-1)\varphi}{2} \right)^T$, 则方向矩阵 \mathbf{A} 可表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}^H \mathbf{A}_v \mathbf{D},$$

其中

$$\mathbf{A}_v = (\mathbf{a}_v(\theta_1), \dots, \mathbf{a}_v(\theta_P)),$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\exp(j \frac{(M-1)\varphi_1}{2}), \exp(j \frac{(M-1)\varphi_2}{2}), \dots, \exp(j \frac{(M-1)\varphi_P}{2})),$$

则 4 阶累积量切片(2)式可表示为

$$\mathbf{C}'_x = -\mathbf{A} \mathbf{R}'_x \mathbf{A}^H = -\mathbf{Q}^H \mathbf{A}_v \mathbf{D} \mathbf{R}'_x (\mathbf{Q}^H \mathbf{A}_v \mathbf{D})^H = -\mathbf{Q}^H \mathbf{A}_v \mathbf{D} \mathbf{R}'_x \mathbf{D}^H \mathbf{A}_v^H \mathbf{Q}. \quad (5)$$

根据(5)式可定义

$$\mathbf{C}_v = \mathbf{Q} \mathbf{C}'_x \mathbf{Q}^H = \mathbf{Q} (-\mathbf{Q}^H \mathbf{A}_v \mathbf{D} \mathbf{R}'_x \mathbf{D}^H \mathbf{A}_v^H \mathbf{Q}_x) \mathbf{Q}^H = -\mathbf{A}_v \mathbf{D} \mathbf{R}'_x \mathbf{D}^H \mathbf{A}_v^H,$$

将 \mathbf{C}_v 进行特征分解得到 $(M-P)$ 个小特征值所对应的特征向量构成噪声子空间 \mathbf{U}_{Nv} , 从而可构造谱估计的计算式为

$$P(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}_v(\theta)^H \mathbf{U}_{Nv} \mathbf{U}_{Nv}^H \mathbf{a}_v(\theta)|}, \quad (6)$$

对(6)式进行谱峰搜索得到 P 个较大值对应的 θ 即为信号源所在方位角.

4 仿真及其分析

设信号源载波频率为 2 000 MHz, 方位为 50° 和 55° , 阵列阵元数为 36, 接收信号信噪比为 20 dB, 采样频率为 $20 \times 2\,000$ MHz, 快拍数为 1 000, 谱峰搜索扫描间隔为 0.1, 4 阶累积量切片测向算法(cumpic)与实值化的 4 阶累积量切片算法(real cumpic)测向结果如图 1 所示.

上述参数不变情况, 改变接收阵元数比较 4 阶累积量切片算法与实值化的 4 阶累积量算法的耗时, 通过 1 000 次测试数据平均后得到的比较结果如图 2 和表 1 所示. 从图 2 的结果可以看出实质化 4 阶累积量切片算法比 4 阶累积量切片算法耗时少, 且阵元数越大两者的耗时差距越明显, 详细的耗时结果如表 1 所示.

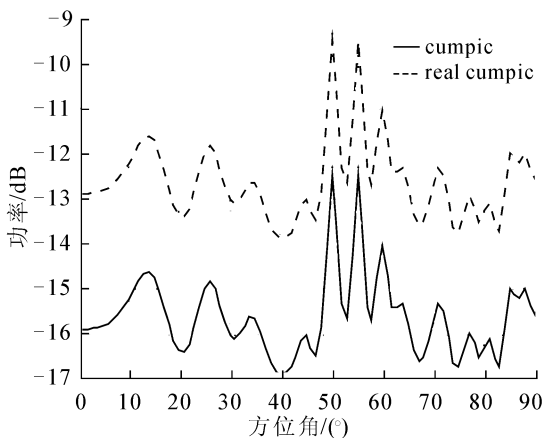


图 1 20 dB 情况下的测向结果比较

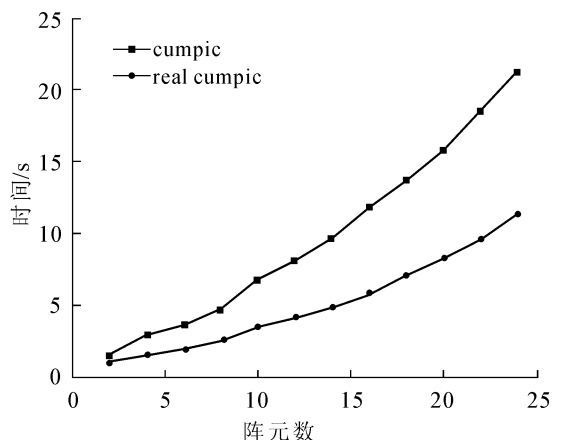


图 2 不同阵元数情况下 2 种算法的耗时比较

表 1 不同阵元数情况下 2 种算法的耗时比较

阵元数	Cumpic 算法耗时/s	Real Cumpic 算法耗时/s	阵元数	Cumpic 算法耗时/s	Real Cumpic 算法耗时/s
2	1.575 8	1.085 8	14	9.746 5	4.970 1
4	2.861 9	1.488 1	16	11.865 0	5.915 7
6	3.602 9	1.976 7	18	13.631 2	6.978 5
8	4.689 8	2.573 2	20	15.845 0	8.241 2
10	6.656 8	3.519 4	22	18.468 7	9.614 5
12	8.050 4	4.191 1	24	21.214 7	11.422 5

由图 1 可知:对于小于瑞利限的 2 个方位角度 50° 和 55° , 2 种算法在相同条件下得到相同的测向结果, 由于实值化过程的加权处理使得 Real Cumpic 算法的输出功率更高一些, 实值化的 4 阶累积量切片算法与 4 阶累积量切片算法保持了一致的测向准确性。

参数设置不变, 改变谱峰搜索扫描间隔, 比较 4 阶累积量切片算法与实值化的 4 阶累积量算法的耗时, 通过 1 000 次测试数据平均后得到的比较结果如表 2 所示。

表 2 不同扫描间隔情况下 2 种算法的耗时比较

扫描精度/ $^\circ$	Cumpic 算法耗时/s	Real Cumpic 算法耗时/s
1.00	0.458 4	0.120 1
0.10	0.617 2	0.128 2
0.01	5.850 6	0.473 7

从表 2 结果可以看出:在不同扫描精度情况下 2 种算法的耗时比较, 实值化 4 阶累积量切片算法比 4 阶累积量切片算法耗时少, 扫描精度越高差距越明显。

参考文献:

- [1] PORAL B, FRIEDLANDER B. Direction Finding Algorithms Based on Higher-Order Statistics [J]. IEEE Trans. on SP, 1991, 39(9): 2 016 - 2 023.
- [2] CHEVALIER P, ALBERA L, FERREOL A, et al. On the Virtual Array Concept for Higher Order Array Processing [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2005, 53(4): 1 254 - 1 260.
- [3] SUWANDI L, LEYMAN A R, YONG H C. Fourth-Order and Weighted Mixed Order Direction-of-Arrival Estimators [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2006, 13(11): 691 - 697.
- [4] 朱 敏, 何培宇. 一种新的基于 4 阶累积量的 DOA 估计算法 [J]. 四川大学学报, 2011, 48(2): 333 - 348.
- [5] 陈 建, 王树勋. 基于高阶累积量虚拟阵列扩展的 DOA 估计 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29(5): 1 041 - 1 045.
- [6] 冯西安, 黄建国. 基于四阶累积量切片的高分辨率方位估计方法研究 [J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(8): 1 - 3.
- [7] HUANG K C, YE H C. A Unitary Transformation Method for Angle-of-Arrival Estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 39(5): 975 - 977.
- [8] 赵春晖, 黄光亚, 李 刚. 基于 FFT 变换的空间重采样宽带 Root-MUSIC 算法 [J]. 应用科技, 2007, 34(3): 39 - 44.
- [9] 赵春晖, 黄光亚, 李 刚. 基于四阶累积量切片的传播算子测向算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(12): 2 022 - 2 026.

Real-Valued Forth-Order Cumulant Slice DOA Algorithm

HUANG Guang-ya, DENG Xiao-fei, LIANG Ping-yuan

(College of Information Science and Engineering, Jishou University, Hunan, Jishou 416000, Hunan China)

Abstract: The forth-order cumulant slice has the property of blindness to Gaussian noise which improves the performances of DOA estimation, but increases the computation at the same time. This paper studies the principle of using unitary transformation to rearrange the cumulant slice matrix, so as to reduce computation cost by real-valued computation. The simulation results confirm that the developed algorithm can remain the precision of estimation and achieve lower computation cost.

Key words: forth-order cumulant slice; unitary transform; real-valued algorithm; DOA

(责任编辑 陈炳权)