

文章编号:1007-2985(2012)06-0041-06

基于计算经典辐射功率的量子 偶极-偶极相互作用求解*

黄勇刚, 孙晶, 王小云

(吉首大学物理与机电工程学院, 湖南 吉首 416000)

摘要:提出了一种通用的严格求解任意微纳结构中2个二能级“原子”间量子偶极-偶极相互作用的方法. 量子偶极-偶极相互作用传输率用2个经典电偶极子同时存在时的辐射功率减去它们单独存在时的辐射功率来表达, 辐射功率通过经典的时域有限差分方法获得. 将该方法应用到偶极子处于真空和平板金属腔中的情况, 其数值结果与解析结果符合得很好, 验证了该方法的可行性.

关键词:量子偶极-偶极相互作用; 时域有限差分; 辐射功率

中图分类号: O411

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1007-2985.2012.06.011

Purcell^[1]预言了电磁环境能够改变自发辐射率, 电磁场对辐射特性的影响被广泛地研究并且形成了一门新的学科——腔量子电动力学. 腔量子电动力学的特性被广泛地研究, 形成了大量新的物理现象和器件, 如增强或者抑制自发辐射^[2-3]、可反转的自发辐射^[4]、光子阻塞^[5]、单原子激光器^[6]、低阈值激光器^[7]等. 通过光子交换所产生的量子偶极-偶极相互作用也能够被电磁环境所调制, 2个二能级“原子”, 一个处于激发态, 一个处于基态, 激发态“原子”发出光子能够被处于基态的“原子”吸收. 量子偶极-偶极相互作用的势能和传输率由光子的辐射率、传输率以及吸收率所决定.

偶极-偶极相互作用被广泛地应用于实现量子纠缠态的制备和量子信息处理^[8-10]、合作辐射、Förster能量传输^[11]、偶极纳米激光器^[12]等, 大量的新奇量子现象被发现^[13-14], 所有的这些应用和现象都是由量子偶极-偶极相互作用的传输率和势能所决定.

在以前的理论研究中, 通常采用本征模展开方法或者是格林函数方法获得传输率和量子偶极-偶极相互作用势能^[15-17]. 对于简单的电磁环境如真空和平板金属腔, 这2种方法能获得较好的结果. 对于复杂电磁环境, 如光子晶体微腔等, 就不能求解出完整的本征模集合, 同时解析的格林函数也很难获得, 往往采用近似求解. 因此, 需要一种能精确求解任意复杂微纳结构中偶极-偶极相互作用的数值方法. 2012年, 黄勇刚等^[18]提出了一种严格求解量子偶极-偶极相互作用的新方法, 即基于本征模展开的方法, 推导出量子偶极-偶极相互作用传输率的表达式以及经典电偶极子的合作辐射功率的表达式, 发现它们之间存在一定的联系, 应用该方法, 研究了平板光子晶体微腔中的量子偶极-偶极相互作用. 文中选择偶极-偶极相互作用有解析解的真空和完美平板金属腔情况为例, 验证该算法的合法性.

1 两原子间偶极-偶极相互作用的量子模型

考虑2个二能级“原子”A和B与电磁场相互作用, 通过交换光子产生偶极-偶极相互作用. 偶极-偶极

* 收稿日期: 2012-09-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11104113); 湖南省自然科学基金资助项目(11JJ6007); 湖南省高等学校科学研究资助项目(11C1057)

作者简介: 黄勇刚(1982-)男, 湖北武汉人, 吉首大学物理与机电工程学院讲师, 博士, 主要从事量子光学相关研究.

相互作用原理如图 1 所示.

2 个二能级“原子”分别处于 \mathbf{r}_A 和 \mathbf{r}_B , 具有激发态 $|e\rangle_A$ 和 $|e\rangle_B$ 、基态 $|g\rangle_A$ 和 $|g\rangle_B$ 及跃迁频率 ω_A 和 ω_B , 它们与具有本征频率为 ω_n 的电磁场相互作用, 旋波近似下系统的哈密顿量为

$$H = H_0 + V,$$

$$H_0 = \hbar \sum_{i=A,B} \omega_i |e_i\rangle\langle e_i| + \hbar \sum_n \omega_n a_n^\dagger a_n,$$

$$V = \hbar \sum_{i=A,B} \sum_n [g_n(\mathbf{r}_i) a_n^\dagger |g_i\rangle\langle e_i| + c.c.].$$

其中: a_n^\dagger (a_n) 是光子的产生(湮灭)算符; $g_n(\mathbf{r}_i) = i\omega_i (2\epsilon_0 \hbar \omega_n)^{-1/2} \mathbf{E}_n(\mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{u}_i$ ($i=A, B$) 是耦合常数; \mathbf{u}_i 是第 i 个原子的跃迁偶极矩; $\mathbf{E}_n(\mathbf{r})$ 是电场本征模且满足 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) = \epsilon(\mathbf{r}) \omega_n^2 \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) / c^2$; H_0 和 V 分别表示非相互作用哈密顿量和相互作用哈密顿量. 系统具备 3 类状态: (1) 原子 A 在激发态, 原子 B 在基态, 没有光子, $|a\rangle = |e_A, g_B, 0\rangle$; (2) 原子 A 在基态, 原子 B 在激发态, 没有光子, $|b\rangle = |g_A, e_B, 0\rangle$; (3) 原子 A 和 B 都在基态, 具有一个频率为 ω_n 的光子, $|c_n\rangle = |g_A, g_B, 1_n\rangle$.

初态制备在 $|a\rangle$, 则系统状态矢量演化为

$$|\psi(t)\rangle \equiv U(t) |a\rangle = a(t) |a\rangle + b(t) |b\rangle + \sum_n c_n(t) |c_n\rangle, \quad (2)$$

则

$$a(t) = \langle a | U(t) | a \rangle, b(t) = \langle b | U(t) | a \rangle, c_n(t) = \langle c_n | U(t) | a \rangle,$$

其中 $U(t)$ 为系统的时间演化算子, 通过格林函数方法^[19] 表示为

$$U(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega (G^-(\omega) - G^+(\omega)) \exp(-i\omega t), \quad (3)$$

其中 $G^\pm(\omega)$ 可以通过格林函数预解算子 $G(z) = 1/(z - H/\hbar)$ 取极限得到, 即 $G^\pm(\omega) = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} G(z = \omega \pm i\eta)$. 预解算子的矩阵元为

$$\begin{aligned} (z - \omega_A) G_{aa}(z) &= 1 + \sum_n V_{ac} G_{ca}(z), \\ (z - \omega_B) G_{ba}(z) &= \sum_n V_{bc} G_{ca}(z), \\ (z - \omega_n) G_{ca}(z) &= V_{ca} G_{aa}(z) + V_{cb} G_{ba}(z). \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $G_{aa}(z) = \langle a | G(z) | a \rangle$; $G_{ba}(z) = \langle b | G(z) | a \rangle$; $G_{ca}(z) = \langle c_n | G(z) | a \rangle$; $V_{ac} = V_{ca}^* = \langle a | V | c_n \rangle / \hbar$; $V_{bc} = V_{cb}^* = \langle b | V | c_n \rangle / \hbar$.

解方程组(4), 消去 $G_{ca}(z)$ 可得

$$\begin{aligned} G_{aa}(z) &= (z - \omega_B - W_{BB}) / \hbar \mathcal{E}, \\ G_{ba}(z) &= W_{BA} / \mathcal{E}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\mathcal{E} = (z - \omega_A - W_{AA})(z - \omega_B - W_{BB}) - W_{AB} W_{BA}$. 原子与电磁场间的局域耦合强度(W_{AA}, W_{BB}) 以及原子与原子之间的偶极-偶极耦合强度(W_{AB}, W_{BA}) 为

$$W_{ij} = W_{ij}(z, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \sum_n \frac{g_n^*(\mathbf{r}_i) g_n(\mathbf{r}_j)}{z - \omega_n}. \quad (6)$$

(6) 式的这些耦合强度可以更清晰地写为

$$\begin{aligned} W_{ij}^\pm(\omega, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) &\equiv \Delta_{ij}(\omega, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \mp i \frac{\Gamma_{ij}(\omega, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)}{2}, \\ \Gamma_{ij}(\omega, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) &= 2\pi \sum_n g_n^*(\mathbf{r}_i) g_n(\mathbf{r}_j) \delta(\omega - \omega_n), \\ \Delta_{ij}(\omega, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) &= \frac{1}{2\pi} P \int_0^{+\infty} d\omega' \frac{\Gamma_{ij}(\omega', \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)}{\omega - \omega'}, \end{aligned} \quad (7)$$

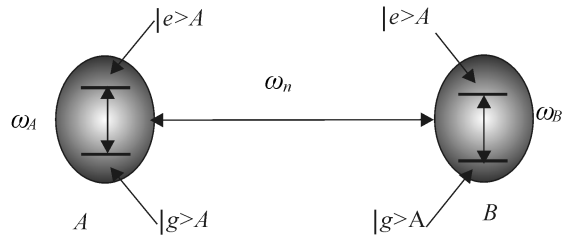


图 1 偶极-偶极相互作用原理示意图

其中 P 表示积分为主值积分. 为简单起见, 在文中其他部分用 $\Gamma_{ij}(\omega)$ 和 $\Delta_{ij}(\omega)$ 表示 $\Gamma_{ij}(\omega, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$ 和 $\Delta_{ij}(\omega, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$. 代入 $g_n(\mathbf{r}_i) = i\omega_i(2\epsilon_0\hbar\omega_n)^{-1/2} \mathbf{E}_n(\mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{u}_i$, 则

$$\Gamma_{ij}(\omega, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = s_{ij}(\omega) \sum_n \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}_i) \cdot \hat{\mathbf{u}}_i \mathbf{E}_n(\mathbf{r}_j) \cdot \hat{\mathbf{u}}_j \delta(\omega - \omega_n), \quad (8)$$

其中 $s_{ij}(\omega) = \pi\omega_i\omega_j u_i u_j / (\epsilon_0\hbar\omega)$, \mathbf{u}_i 和 $\hat{\mathbf{u}}_i$ 分别为偶极矩 \mathbf{u}_i 的大小和单位方向矢量. 由于 $\{\mathbf{E}_n^*(\mathbf{r})\}$ 也构成系统的本征模完备集, 因此(8)式可写为

$$\Gamma_{ij}(\omega, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \frac{1}{2} s_{ij}(\omega) \sum_n (\mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}_i) \cdot \hat{\mathbf{u}}_i \mathbf{E}_n(\mathbf{r}_j) \cdot \hat{\mathbf{u}}_j + H.c.) \delta(\omega - \omega_n). \quad (9)$$

2 获得量子偶极-偶极相互作用的方法

对于任意的微纳结构, 不可能得到本征模的完全集, 下文证明(9)式所表示的量子偶极-偶极相互作用传输率可以用经典电偶极子辐射功率表示, 辐射功率可以通过时域有限差分方法直接将 Maxwell 方程在空间和时间域上离散化求解^[19], 非磁性介质中 Maxwell 方程为

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \epsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \\ \nabla \cdot (\epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) = \rho(\mathbf{r}, t), \\ \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

用正交归一本征模 $\mathbf{E}_n(\mathbf{r})$ 展开 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \beta_n(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r})$, 若 $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = e^{-i\omega t} \mathbf{u}(\mathbf{r})$, 则 $\beta_n(t)$ 满足

$$\dot{\beta}_n(t) + \omega_n^2 \beta_n(t) = \omega_0^2 e^{-i\omega t} \int d\mathbf{r} \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}). \quad (11)$$

其稳态解为

$$\beta_n(t) = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{\omega_0^2 e^{-i\omega t} \int d\mathbf{r} \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r})}{\omega_n^2 - (\omega_0 + i\eta)^2}. \quad (12)$$

若 $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \sum_i \hat{\mathbf{u}}_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$, 则辐射功率为

$$P(\omega_0) = -\frac{1}{2} \text{Re} \left[\int d\mathbf{r} \frac{\partial \mathbf{P}^*(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \right] = \frac{\pi}{4} \omega_0^2 \sum_n \left| \sum_i \hat{\mathbf{u}}_i \cdot \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}_i) \right|^2 \delta(\omega_0 - \omega_n). \quad (13)$$

当空间中存在 2 个偶极子时, 即 $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \sum_i \hat{\mathbf{u}}_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ 中 $i = A, B$ 时, 辐射功率为

$$P_{AB}(\omega_0) = \frac{\pi}{4} \omega_0^2 \sum_n \left| \sum_{i=A,B} \hat{\mathbf{u}}_i \cdot \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}_i) \right|^2 \delta(\omega_0 - \omega_n). \quad (14)$$

当空间只存在 1 个偶极子时, 即 $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \sum_i \hat{\mathbf{u}}_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ 中 $i = A$ 或者 $i = B$ 时, 辐射功率为

$$\begin{cases} P_A(\omega_0) = \frac{\pi}{4} \omega_0^2 \sum_n \left| \hat{\mathbf{u}}_A \cdot \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}_A) \right|^2 \delta(\omega_0 - \omega_n), \\ P_B(\omega_0) = \frac{\pi}{4} \omega_0^2 \sum_n \left| \hat{\mathbf{u}}_B \cdot \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}_B) \right|^2 \delta(\omega_0 - \omega_n). \end{cases} \quad (15)$$

联立(14)和(15)式, 并定义合作辐射功率为

$$P_{co}(\omega_0) \equiv P_{AB}(\omega_0) - P_A(\omega_0) - P_B(\omega_0) = \frac{\pi}{4} \omega_0^2 \sum_n (\hat{\mathbf{u}}_A \cdot \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}_A) \hat{\mathbf{u}}_B \cdot \mathbf{E}_n(\mathbf{r}_B) + H.c.) \delta(\omega_0 - \omega_n). \quad (16)$$

联立(9)和(16)式可得

$$\frac{\Gamma_{ij}(\omega)}{\Gamma_{ii}^0(\omega)} = \frac{u_i u_j \omega_i \omega_j}{u_i^2 \omega_i^2} \frac{P_{co}(\omega)}{2P_0(\omega)}. \quad (17)$$

其中:当 $i \neq j$ 时, $\Gamma_{ij}(\omega)$ 是偶极-偶极相互作用传输率;当 $i = j$ 时, $\Gamma_{ij}(\omega)$ 是局域耦合强度; $P_{\omega}(\omega)$ 是 2 个经典电偶极子的合作辐射功率; $P_0(\omega)$ 是单位电偶极子的真空辐射功率; $\Gamma_{ii}^0(\omega) = \omega u_i^2 \omega_i^2 / (3\pi\epsilon_0 \hbar c^3)$ 是真空中电偶极矩为 u_i 、跃迁频率为 ω_i 的二能级原子的局域耦合强度. 为了使得传输率更清晰, 定义 $\eta(\omega) \equiv P_{\omega}(\omega) / (2P_0(\omega))$, $\alpha_i \equiv u_i^2 \omega_i^2 / (3\pi\epsilon_0 \hbar c^3)$, 则(17) 式变为

$$\Gamma_{ij}(\omega) = \sqrt{\alpha_i \alpha_j} \eta(\omega) \omega, \quad (18)$$

(18) 式是文中理论的主要结果. 所有的局域模, 传导模和扩展模都包含在辐射功率里. 尽管采用本征模的概念来推导出了传输率与辐射功率谱的关系, 不需要计算本征模集, 辐射功率可以通过时域有限差分的方法计算电流密度源做功的方式获得. 一旦求得了量子偶极-偶极相互作用传输率, 就能够通过(7) 式计算出偶极-偶极相互作用势能.

3 计算结果

应用(18) 式计算了偶极子处于真空中和平板金属腔中时的传输率. 在这 2 种情况下, 传输率有解析解. 为了简化, 设 $\omega_A = \omega_B = \omega_0$, $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_0 = \omega_0^2 u_i^2 / (3\pi\epsilon_0 \hbar c^3)$. 真空情况下, 如果让 2 个偶极子的极化方向平行且垂直于它们之间的连线时, 其解析的传输率为

$$\Gamma_{ij}(\omega) = \frac{3\omega\Gamma_0(\omega_0)}{2\omega_0} \left[\frac{\sin(\omega R/c)}{(\omega R/c)} + \frac{\cos(\omega R/c)}{(\omega R/c)^2} - \frac{\sin(\omega R/c)}{(\omega R/c)^3} \right], \quad (19)$$

其中 R 为 2 个偶极子连线之间的距离. 在计算的过程中, 设 $\omega = \omega_0$. $\Gamma_{ij}(\omega_0) / \Gamma_0(\omega_0)$ 随着偶极子间距离的变化的结果见图 2, 不难发现计算结果与解析结果是非常吻合.

对于完美的平板金属腔结构(图 3), 平板间为真空, 在 2 个平板的中间平面上沿 x 轴放置 2 个极化方向都沿着 z 轴的偶极子(图 4 为计算俯视图), 其解析的传输率为

$$\Gamma_{ij}(\omega) = \Gamma_0(\omega_0) \frac{3\lambda_0}{8\pi L} \left\{ \int_0^{2\pi} d\theta \cos\left(\frac{2\pi R}{\lambda} \cos\theta\right) + \sum_{n=1}^{[2L/\lambda]} 2 \left[1 - \left(\frac{n\lambda}{2L}\right)^2 \right] \cos\frac{n\pi z_1}{L} \cos\frac{n\pi z_2}{L} \times \int_0^{2\pi} d\theta \cos\left(2\pi R \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{n}{2L}\right)^2} \cos\theta\right) \right\}, \quad (20)$$

其中求和的上限 $[2L/\lambda]$ 表示小于 $2L/\lambda$ 的最大整数. 数值计算过程中, 在 x 和 y 方向用 CPML 吸收边界层^[20], 且设定 $L/\lambda = L/\lambda_0 = 0.7$. $\Gamma_{ij}(\omega_0) / \Gamma_0(\omega_0)$ 随着偶极子间距离的变化的结果见图 5, 不难发现计算结果与解析结果也是非常吻合.

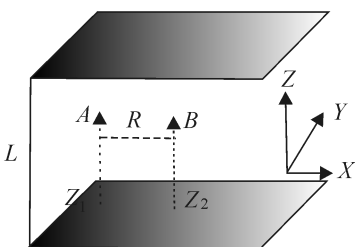


图3 平板金属腔结构

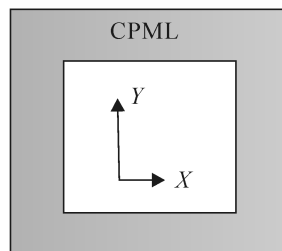


图4 计算俯视图

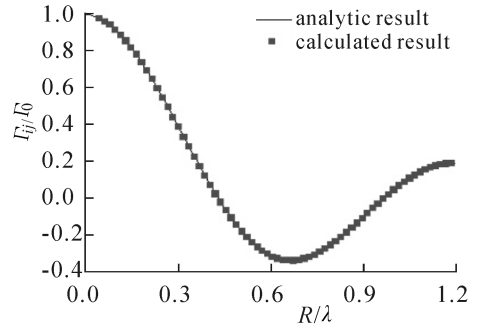


图2 真空情况下解析解与文中方法计算结果

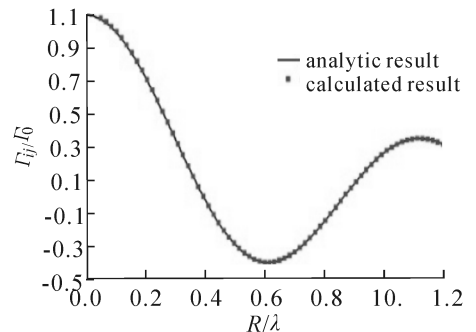


图5 解析解与文中方法比较结果

4 结语

提出了一种新的严格计算任意微纳结构中偶极-偶极相互作用的该方法,推导出了偶极-偶极相互作用传输率可以用 2 个经典电偶极子同时存在的辐射功率减去它们单独存在时的辐射功率的差来表达.应用该方法,计算了真空和完美平板金属腔中的偶极-偶极相互作用传输率,数值结果与解析结果符合得很好.该方法适用于跃迁频率相同和不同的偶极子,可以应用于非马尔科夫近似下的含偶极-偶极相互作用的 2 个二能级系统的动力学问题研究.

参考文献:

- [1] PURCELL E M, TORREY H C, POUND R V. Resonance Absorption by Nuclear Magnetic Moments in a Solid [J]. *Phys. Rev.*, 1946, 69(1-2): 37-38.
- [2] HULET R G, HILFER E S, KLEPPNER D. Inhibited Spontaneous Emission by a Rydberg Atom [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, 55(20): 2 137-2 140.
- [3] JOHN S. Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58(23): 2 486-2 489.
- [4] WANG X H, GU B Y, WANG R, et al. Decay Kinetic Properties of Atoms in Photonic Crystals with Absolute Gaps [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, 91(11): 113904.
- [5] BIRNBAUM K M, BOCA A, MILLER R, et al. Photon Blockade in an Optical Cavity with One Trapped Atom [J]. *Nature*, 2005, 436(7 047): 87-90.
- [6] MESCHEDE D, WALTHER H, MILLER G. One-Atom Maser [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, 54(6): 551-554.
- [7] PAINTER O, LEE R K, SCHERER A, et al. Two-Dimensional Photonic Band-Gap Defect Mode Laser [J]. *Science*, 1999, 2 841: 1 819-1 821.
- [8] LUKIN M D, HEMMER P R. Quantum Entanglement Via Optical Control of Atom-Atom Interactions [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 84(13): 2 818-2 821.
- [9] LUKIN M D, FLEISCHHAUER M, COTE R, et al. Dipole Blockade and Quantum Information Processing in Mesoscopic Atomic Ensembles [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 87(3): 037 901.
- [10] ZHENG S B, GUO G C. Efficient Scheme for Two-Atom Entanglement and Quantum Information Processing in Cavity QED [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85(11): 2 392-2 395.
- [11] XIE H Y, CHUNG H Y, LEUNG P T, et al. Plasmonic Enhancement of Förster Energy Transfer Between Two Molecules in the Vicinity of a Metallic Nanoparticle: Nonlocal Optical Effects [J]. *Phys. Rev. B*, 2009, 80(15): 155 448.
- [12] PROTSSENKO I E, USKOV A V, ZAIMIDOROGA O A, et al. Dipole Nanolaser [J]. *Phys. Rev. A*, 2005, 71(6): 063 812.
- [13] JOHNSON T A, URBAN E, HENAGE T, et al. Rabi Oscillations Between Ground and Rydberg States with Dipole-Dipole Atomic Interactions [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 100(11): 113 003.
- [14] SAQUET N, CURNOL A, BEUGNON J, et al. Landau-Zener Transitions in Frozen Pairs of Rydberg Atoms [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 104(13): 133 003.
- [15] AGARWAL G S, PATNAIK A K. Vacuum-Induced Coherences in Radiatively Coupled Multilevel Systems [J]. *Phys. Rev. A*, 2001, 63(4): 043 805.
- [16] GONZALEZ-TUDELA A, MARTIN-CANO D, MORENO E, et al. Entanglement of Two Qubits Mediated by One-Dimensional Plasmonic Waveguides [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 106(2): 020 501.
- [17] WUBS M, SUTTORP L G, LAGENDIJK A. Multiple-Scattering Approach to Interatomic Interactions and Superradiance in Inhomogeneous Dielectrics [J]. *Phys. Rev. A*, 2004, 70(5): 053 823.
- [18] HUANG Y G, CHEN G Y, JIN C J, et al. Dipole-Dipole Interaction in a Photonic Crystal Nanocavity [J]. *Phys. Rev. A*, 2012, 85(5): 053 827.
- [19] TANNOUDI C C, POC J D, GRYNBERG G. *Atom-Photon Interactions: Basic Processes and Application* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1992.
- [20] TAFLOVE A, HAGNESS S C. *Computational Electrodynamics-The Finite-Difference Time-Domain Method* [M]. Boston: Artech House, 2000.

Method to Obtain Quantum Dipole-Dipole Interaction by Calculating the Classical Radiation Power

HUANG Yong-gang, SUN Jing, WANG Xiao-yun

(College of Physics and Mechanical & Electrical Engineering, Jishou University, Jishou 416000, Hunan China)

Abstract: This paper puts forward a general exact approach to obtain the quantum dipole-dipole interaction (DDI) between two two-level “atoms” in arbitrary nanostructures, in which the transferring rate of the DDI is analytically expressed as the difference between the two classical dipoles’ total radiation power and the sum of the two individual dipole’s radiation powers. The radiation power can be calculated by the finite-difference time-domain method. The validity of the method is tested for dipoles placed in vacuum and in an ideal planar microcavity and the calculated results agree well with the analytic solutions

Key words: quantum dipole-dipole interaction; finite difference time domain method; radiation power

(责任编辑 陈炳权)

(上接第 25 页)

参考文献:

- [1] EISENBUD D. Commutative Algebra with a View Toward Algebraic Geometry [M]//Graduate Texts in Mathematics, 150. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [2] CUONG N T, NAM T T. The I -Adic Completion and Local Homology for Artinian Modules [J]. Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 2001, 131: 61 - 72.
- [3] ENOCHS E E, JENDA O M G. Relative Homological Algebra (de Gruyter Expositions in Mathematics 30) [M]. Berlin: Walter de Gruyter, 2000.
- [4] BROWN K S, DROR E. The Artin-Rees Property and Homology [J]. Israel J. Math., 1975, 22: 93 - 109.
- [5] GREENLEES J P C, MAY J P. Derived Functors of I -Adic Completion and Local Homology [J]. J. Algebra, 1992, 149: 438 - 453.
- [6] LAMBEK J. Bicommutators of Nice Infectives [J]. J. Algebra, 1972, 21: 60 - 73.
- [7] MCCONNELL J C. On Completions of Non-Commutative Noetherian Rings [J]. Comm. in Algebra, 1978, 6: 1 485 - 1 488.
- [8] FREYD P. Abelian Categories [M]. New York: Harper and Row, 1964.
- [9] LANE S M. Categories for the Working Mathematician [M]. Second Edition. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1998.

I -Adic Topology and Two Lemmas of Hilbert Basis Theorem

REN Fang

(Basic Courses Department, Fujian Communications Technology College, Fuzhou 350007, Fujian China)

Abstract: This paper first shows that the completion of a commutative ring induced by I -adic topology is the finite projective limit of its quotient rings. And then the relationship between noetherian objects and exact sequences is given; moreover, a new proof for the lemma of Hilbert basis theorem is presented, which states that: the completion of a noetherian ring induced by I -adic topology is again a noetherian ring. Also, the equivalence of the above lemma and the other lemma of Hilbert basis theorem is investigated.

Key words: I -adic topology; completion; formal power series ring; noetherian ring

(责任编辑 向阳洁)