文章编号: 1000-4750(2013)01-0261-10

# 地震荷载作用下 FRP 加固钢筋混凝土 圆柱变形能力计算方法研究

顾冬生<sup>1,2</sup>, 吴 刚<sup>2</sup>

(1. 江南大学环境与土木工程学院, 江苏, 无锡 214122; 2. 东南大学城市工程科学国际研究中心, 江苏, 南京 210096)

**摘 要:**基于性能的抗震设计要求对结构的变形能力能够进行计算,以确保不同的性能目标要求得以满足。该文研究地震荷载作用下纤维增强复合材料(FRP)加固钢筋混凝土(RC)圆柱截面曲率延性和柱顶侧向位移角计算方法。根据数值计算结果,得到了截面屈服曲率计算方法,由试验结果得到了 FRP 加固 RC 圆柱截面极限曲率计算方法。试验结果表明加固柱塑性铰长度和 FRP 用量密切相关,通过对 29 个大比例柱试验结果进行回归,得到了加固柱塑性铰长度计算方法,并分析了高 FRP 用量导致加固柱塑性铰长度减小的原因。经参数分析,探讨了 FRP 用量、轴压比与加固柱顶侧向变形能力的关系,提出了具有理想加固效率的 FRP 用量上限范围。 关键词: FRP 约束;加固;曲率延性系数;侧向位移角;塑性铰长度 中图分类号: TU375.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.06.0359

## DEFORMATION CAPACITY OF FRP RETROFITTED CIRCULAR CONCRETE COLUMNS UNDER SIMULATED SEISMIC LOADING

GU Dong-sheng<sup>1,2</sup>, WU Gang<sup>2</sup>

College of Environmental and Civil Engineering, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China;
 International Institute for Urban Systems Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract:** Performance based design necessitates the accurate calculation of deformation capacity of structures to satisfy the explicit deformation demands. The procedures to evaluate the sectional curvature ductility and drift capacity of fiber reinforced polymer (FRP) retrofitted circular concrete columns under simulated seismic loading were studied in this paper. The sectional yield curvature was proposed based on numerical analysis results. The computing formula of an ultimate curvature was established from test results. It was found from test results that the plastic hinge length of FRP-confined circular concrete columns is closely related to the amount of FRP. Data regressions were employed to formulate the plastic hinge length from test results of 29 large-scale columns. The reason why larger amount of FRP beyond a certain value can decrease the plastic hinge length was discussed. The relationship between the amount of FRP and axial load ratio to drift capacity of FRP-confined circular concrete columns was investigated from a parameter analysis. Then the upper bound of the amount of confining FRP for an efficient retrofit was suggested.

Key words: FRP confinement; retrofitting; curvature ductility ratio; drift ratio; plastic hinge length

近年来基于性能的抗震设计越来越得到重视, 基于性能的抗震设计要求对于结构变形能力能够 进行定量分析,以满足具体量化的多重性能目标要 求<sup>[1]</sup>。FRP 加固 RC 柱提高其地震荷载作用下变形 能力已经得到广泛应用,也进行过较多的试验研 究。目前针对 FRP 加固 RC 柱变形能力的研究,多

收稿日期: 2011-06-12; 修改日期: 2011-09-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(50908102, 51078077); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(JUSRP 21114); 无锡市建设系统科技项目 (WX2012010)

通讯作者:顾冬生(1978一),男,江苏射阳人,副教授,博士,主要从事混凝土结构抗震性能研究(E-mail:gussds@yahoo.com.cn).

作者简介:吴 刚(1976-),男,浙江东阳人,教授,博士,主要从事 FRP 在土木工程应用研究(E-mail: g.wu@seu.edu.cn).

集中于轴压下的应力-应变关系研究和抗震性能的 试验研究,而对于地震荷载作用下加固柱变形能力 在截面层次上的曲率延性和构件层次上顶点侧向 位移的定量计算方法都比较缺乏,有待深入研究<sup>[2]</sup>。

在计算截面曲率延性时需要分别计算截面屈 服曲率和极限曲率。对于屈服曲率的计算目前还没 有完善的方法,文献[3]提出了桥墩柱屈服曲率的计 算方法,但对于轴压较大的框架柱是否适用还没有 相关研究。在计算极限曲率时一般认为截面混凝土 极限应变等于同等约束条件下轴心受压状态下混 凝土极限应变,由此确定截面的极限曲率<sup>[4-5]</sup>。试 验结果显示按此计算的极限曲率与实测结果存在 较大的差异。文献[6-7]中 FRP 加固柱试验结果显 示极限曲率实测值可以达到计算值的 1.5 倍;文 献[8]对 8 个箍筋约束混凝土柱的试验结果也表明, 实测极限曲率要显著大于计算值。这些试验结果和 计算结果的差异显示地震荷载作用下截面极限曲 率的计算还需要进一步研究,特别是 FRP 加固 RC 柱这方面的研究尤其缺乏。

对于地震荷载作用下 FRP 加固 RC 柱侧向位移 能力的计算已经有了一定的研究。文献[9-10]讨论 了 FRP 加固方柱变形能力计算方法, 但研究结果是 从研究者本身较少的试验结果得到的,没有和大量 试验结果进行比较验证其适用性,并且研究只限于 方柱。由于 FRP 约束圆柱和方柱具有不同的约束效 果,所以对约束圆柱的变形能力需深入研究。试验 结果显示当加固 RC 圆柱 FRP 用量较大时,用量的 进一步增加对加固柱变形能力基本没有影响, 甚至 还会引起加固柱变形能力的减小[11-12]。这一现象和 一般认为的 FRP 用量越多加固柱变形能力越好的 结论矛盾,对这一现象的机理需深入研究。另外试 验结果还显示 FRP 加固用量对加固柱塑性铰长度 有明显影响,塑性铰长度并不是定值[13]。由于塑性 较长度对结构计算和设计是一个重要和基础的参 数,其研究结果将和本构关系一样具有普遍的重要 性和广泛的应用性,所以对 FRP 加固 RC 柱塑性铰 长度需要深入研究。

本文对地震荷载作用下 FRP 加固 RC 圆柱变形 能力进行计算。首先根据数值计算结果提出了截面 屈服曲率和极限曲率计算方法,并和试验结果进行 比较。通过集中塑性铰法对柱顶侧向位移进行计 算,根据 29 个大比例试件试验结果进行回归分析, 得到了加固柱塑性铰长度计算方法。最后进行了参 数分析,得到加固柱变形能力的一般性规律。

## 1 变形计算相关定义

 曲率延性的合理定义 截面屈服曲率φ<sub>v</sub>可按下式计算<sup>[3]</sup>:

$$\phi_{\rm y} = \frac{M_i}{M_{\rm y}} \phi_{\rm y}' \tag{1}$$

其中,  $M_y$ 、  $\phi'_y$  分别为最外侧受拉钢筋达到屈服应 变  $\varepsilon_y$  或最外边缘混凝土受压应变  $\varepsilon_c$  达到 0.002 时截 面的弯矩和曲率。由于在较高轴压下, 混凝土可能 会先于钢筋屈服, 所以混凝土屈服也作为了首次屈 服点的标志。 $M_i$  为截面理论抗弯承载力, 根据 Priestley 等人的建议<sup>[3]</sup>,  $M_i$ 取对应最外边缘受压混 凝土纤维应变  $\varepsilon_c = 0.004$  时的截面弯矩。式(1)表明 截面屈服曲率并不是钢筋或者混凝土达到屈服状 态时截面的曲率  $\phi'_y$ , 也不是达到理论抗弯承载力  $M_i$ 时的截面曲率, 而是对首次屈服点截面曲率进 行线性延伸计算得到。

极限曲率  $\phi_u$  为截面破坏时的曲率,截面曲率可 以表达为混凝土应变和受压区高度的比值:

$$\phi_{\rm u} = \frac{\varepsilon_{\rm cm}}{2} \tag{2}$$

式中:  $\varepsilon_{cm}$  为截面破坏时最外边缘受压混凝土的应变; c 为受压区高度。曲率延性  $\mu_{\phi}$  反映了截面屈服后的塑性转动能力,定义为:

$$\mu_{\phi} = \frac{\phi_{\rm u}}{\phi_{\rm v}} \tag{3}$$

#### 1.2 顶点侧向位移计算

根据图 1 表示的集中塑性铰法<sup>[3]</sup>,悬臂柱顶侧 向位移 Δ<sub>0</sub>可以表示为:

$$\Delta_{\rm u} = \frac{1}{3}\phi_{\rm y}L^2 + (\phi_{\rm u} - \phi_{\rm y})l_{\rm p}(L - 0.5l_{\rm p})$$
(4)

式中: l<sub>n</sub>为塑性铰长度; L 为悬臂柱高度。相应的



侧向位移角 $\theta_u$ 可表示为:

$$\theta_{\rm u} = \frac{\Delta_{\rm u}}{L} = \frac{\phi_{\rm y}L}{3} + \frac{(\phi_{\rm u} - \phi_{\rm y})l_{\rm p}(L - 0.5l_{\rm p})}{L}$$
(5)

## 2 截面曲率延性计算

### 2.1 屈服曲率的数值计算

Priestley 教授在文献[3]提出了一个被广泛接受的桥墩柱 $\phi_v$ 的计算方法:

$$\phi_{\rm y, Priestley} = \frac{\lambda \varepsilon_{\rm y}}{D} \tag{6}$$

对于 RC 圆柱,  $\lambda = 2.45$ ,  $\varepsilon_v$  为纵筋的屈服应变, D为圆柱的直径。式(6)适合轴压比较小的桥墩柱 $\phi_{v}$ 的计算。对于轴压较大的框架柱,式(6)是否适用还 没有经过验证,对纵筋用量和强度对 $\phi_v$ 的影响也缺 乏系统研究。目前数值计算方法已经成为研究 RC 构件截面特性的主要方法之一,对各种参数在工程 常用范围内的影响进行系统研究,可以得到反映截 面特性的一般性规律<sup>[4]</sup>。这里通过数值计算方法对 RC 圆形截面 $\phi_{x}$ 进行计算。截面性能数值计算方法 一般用纤维截面模型方法。纤维截面模型首先将截 面离散为许多较小面积的纤维,每一微小面积的纤 维根据不同材料取相应的应力-应变关系模型,如钢 筋混凝土截面由2部分组成,纵向钢筋和混凝土。 对混凝土根据是否有约束分为保护层混凝土和约 束区混凝土,可以取不同的应力-应变模型。对于屈 服曲率计算来说,横向约束的影响很小,可以不用 考虑<sup>[3,13]</sup>。数值计算时截面情况见图 2(a),在计算 时把截面分成一定数量的条带,每一条带纤维应变 相同,不同条带应变符合平截面假定<sup>[4-5]</sup>,见图2(b)。



钢筋的应力-应变关系采用理想弹性-全塑性曲线,在钢筋屈服以前钢筋应力和应变成正比,在钢筋屈服以后钢筋应力保持不变。混凝土应力-应变关系曲线由一条二次抛物线和直线组成,混凝土应变从0到0.002之间曲线为抛物线,应变0.002时应

力达到最大值,应变为 0.005 时应力为零,应变从 0.002 到 0.005 之间为一条直线<sup>[4]</sup>。

本文借助纤维截面模型,对 RC 圆形截面进行 弯矩-曲率分析,计算时做如下假定:1)截面变形 符合平截面假定;2)钢筋和混凝土之间无相对滑 移;3)忽略混凝土受拉强度。这些假定在计算截面 曲率时通常都会被采用<sup>[4-5]</sup>。

计算模型截面参数如下:截面直径 D 取 1000mm,混凝土圆柱体强度  $f'_{c} = 28$ MPa,纵筋直 径 36mm,纵筋中心至圆心  $r_{s} = 432$ mm,纵筋配筋 率 ( $\rho_{l} = A_{s} / A$ )为 1%、2%、3%和 4%,分别为 8 根、16 根、24 根和 32 根纵筋沿圆周均匀分布。轴 压力 2198kN、4398kN、6594kN、8792kN、10990kN 和 13188kN,分别对应轴压比  $n = N / Af'_{c} = 0.1 < 0.2 <$ 0.3、0.4、0.5、0.6。纵筋屈服强度  $f_{y}$ 取 300MPa、 450MPa 和 600MPa 三个等级,则一共有 72 个截面 用于数值计算。在进行数值计算时混凝土强度的影 响没有直接考虑,这是由于纵筋强度的影响已经考 虑,而混凝土和纵筋强度对 $\phi_{y}$ 的影响是受强度的相 对值控制的。

#### 2.2 屈服曲率计算模型

在数值计算时发现轴压比为 0.1 和 0.2 时,截 面首次屈服点由纵向钢筋受拉屈服控制。这是由于 此时轴压较低,截面受压区高度较小,受拉纵筋先 于混凝土屈服,随着轴压比的增加,首次屈服点由 混凝土受压屈服控制。根据数值分析结果由式(1) 确定 $\phi_v$ ,计算结果与式(6)计算的 $\phi_{v,Priestlev}$ 比值和轴 压比 n 的关系见图 3(a)。在图 3(a)中不同纵筋强度 的截面用不同符号标记。数值计算结果显示对于 n < 0.2的截面,轴压比的变化对 $\phi_{u}$ 影响很小,体现 式(6)用于轴压比较小(小于 0.2)的桥墩柱不考虑轴 压比的影响是合理的。在轴压比 n≥0.4 时式(6)计算 的 $\phi_{v.Priestlev}$ 比数值计算结果偏大较多,体现了式(6) 用于高轴压柱不考虑轴压的影响是不合理的。所以 式(6)应该进行修正,以考虑轴压比的影响。根据72 个截面的计算结果的回归,  $\phi_v$  数值计算结果与式(6) 计算结果的比值 $\xi$ 与轴压比n的关系可以表示为:

$$\xi = -1.27n^2 + 0.54n + 0.90 \tag{7}$$

试验时 $\phi_y$ 测量结果可以从试验得到的弯矩-曲率实测曲线中得到。在确定 $\phi_y$ 时,首先通过数值计算确定 $M_y$ 和 $M_i$ ,并根据 $M_y$ 在实测的弯矩-曲率曲线上确定 $\phi'_y$ ,由式(1)得到 $\phi_y$ 。图 3(b)显示出了四批 18 个 RC 圆柱 $\phi_v$ 的测量结果。其中包括 Sheikh

教授试验的 5 个 FRP 加固柱的结果<sup>[15]</sup>和 13 个箍筋 约束柱的结果<sup>[16-18]</sup>。因为 RC 圆柱屈服曲率的试验 数据较少,并且横向约束对屈服曲率影响较少,所 以 FRP 加固柱屈服曲率的试验结果也参与比较。从 图 3(b)中可以看到随着轴压比的增加,式(6)计算结 果偏大较多,进一步验证了图 3(a)中数值计算得到 的结论。在图 3(b)中式(7)以实线表示,可以看出 式(7)对于轴压比影响的考虑和试验结果的规律吻 合很好。





从图 3(a)可以看出,式(6)计算结果与数值计算 结果相比,在纵筋强度较小时偏小,在纵筋强度较 大时偏大。说明式(6)中纵筋强度对φ<sub>y</sub>影响的处理需 要调整。数值计算结果还显示随着纵筋用量的增 加,φ<sub>y</sub>有所增加,而这一影响在式(6)中也没有考虑, 也需要进行调整。根据对数值计算结果的分析,纵 筋强度和用量的影响可以用线性函数的形式表达, 结合式(7)对于轴压比影响的考虑,φ<sub>y</sub>可以用下式 表示:

$$\phi_{y} = (-1.27n^{2} + 0.54n + 0.90) \times (p_{1} + p_{2}\rho_{l}) \times \frac{p_{3} + p_{4}\varepsilon_{y}}{p_{3}}$$
(8)

式中,  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$ 和 $p_4$ 为未知参数,可以通过数

值计算的结果回归得到。根据 72 个截面屈服曲率 的数值计算结果,通过最小二乘法回归,得到*φ*,的 表达式为:

$$\phi_{y} = (-1.27n^{2} + 0.54n + 0.9) \times$$

$$(0.86 + 6.83\rho_{l}) \times \frac{0.002 + 1.4\varepsilon_{y}}{D}$$
(9)

图4显示出式(9)计算结果与数值计算结果比较 情况,对比图3可以看到轴压比、纵筋用量和强度 对计算精度已经没有明显影响,特别是高轴压下计 算精度有明显提高,说明这3个参数的影响在式(9) 中都得到合理的考虑。根据统计,两者比值的平均 值为1.0,离散系数(COV)为7.5%,可以看出式(9) 的计算精度非常高。用式(9)可以对图3(b)中18个 试件¢,进行计算,计算值与测试值比值的平均值为 1.06,离散系数为24.2%。计算精度基本和文献[19] 中对于 RC 柱变形能力计算精度相当,表明式(9)用 于计算屈服曲率有较高的精度。



图 4 *ϕy* 数值计算结果与式(9)计算结果的关系

Fig.4 Comparison of numerical simulated and analytical yield curvature with Eq. (9)

#### 2.3 截面极限曲率 $\phi_u$ 计算

截面破坏时,截面的曲率达到极限曲率 $\phi_u$ 。在 用式(2)计算 $\phi_u$ 时,约束混凝土极限应变 $\varepsilon_{cm}$ 一般认 为等于相同约束条件轴压下混凝土极限应变 $\varepsilon_{cu}$ <sup>[5]</sup>。 文献[20]建议了轴压下 FRP 约束混凝土圆柱极限应 变计算方法:

$$\frac{\varepsilon_{\rm cu}}{\varepsilon_{\rm co}} = 1.75 + 5.53\lambda_{\rm f} \left(\frac{\varepsilon_{\rm f}}{\varepsilon_{\rm co}}\right)^{0.45}$$
(10)

式中:  $\varepsilon_{co}$ 取 0.002;  $\lambda_{f}$ 为约束强度比,表示为 $\lambda_{f} = f_{l} / f_{c}' = 2E_{f}t_{f}\varepsilon_{f} / (Df_{c}'), f_{l}$ 为约束强度, $E_{f} \cdot t_{f}$ 和  $\varepsilon_{f}$ 分别为 FRP 弹性模量、厚度和极限应变,这里的极限应变  $\varepsilon_{f}$ 是单向拉伸情况下的 FRP 断裂应变。

对于地震荷载作用下 FRP 加固 RC 圆柱破坏时 截面受压区高度的计算, 文献[21]进行了详细地研 究,发现受压区高度受n、 $\lambda_f$ 和纵筋配筋特征值 $\lambda_l$ 控制,并建议了受压区对应圆心角 $\theta$ (见图 2(a))的 计算方法:

$$\theta = \frac{n + 1.56\lambda_l + 0.11\lambda_f + 0.20}{1.08\lambda_l + 0.34\lambda_f + 0.34\lambda_f + 0.38}$$
(11)

式中:  $\theta$  以弧度表示;  $\lambda_l = \rho_l f_y / f_c'$ 。根据文献[21] 的研究,式(11)计算结果和大量数值计算结果对比 显示其有很高的计算精度。根据简单的几何关系, 受压区高度 *c* 可以表示为:

$$c = R(1 - \cos\theta) \tag{12}$$

根据文献检索,详细报道 FRP 加固 RC 圆柱弯 矩-曲率曲线数据的试验很少,只有文献[15]报道了 6个试件的弯矩-曲率曲线,并且由于试件 ST-1NT 和 ST-6NT 破坏是由于 FRP 剥离造成试验提前结 束,所以这两个柱试验结果没有参考意义,只有另 外4个试件的试验结果可信。把式(10)~式(12)代入 式(2)对这4个试件如进行计算,和实测的极限曲率 比较见图 5。从图 5 中可以发现, 计算结果相比实 测结果明显偏小,特别是轴压较低时这一现象更加 显著。根据分析,计算结果偏小是由于截面应变梯 度造成的。由地震荷载引起的轴压和弯矩共同作用 下柱子截面应变分布不均匀,受压区最外侧混凝土 压应变最大,中和轴处应变为零。由于截面受压不 均匀性,当最外侧混凝土压应变达到轴压下混凝土 极限应变 $\varepsilon_{cu}$ 时,截面不会发生破坏,还能够继续 变形。FRP 加固 RC 方柱试验结果显示地震荷载作 用下截面最外侧混凝土压应变可以达到轴压下极 限应变的 1.5 倍左右<sup>[6]</sup>。由于 FRP 约束圆柱效果更 好,这一应变增强效应可能更加明显。从图5中可 以看出随着轴压比的增加, 6, 计算值和实测值的差 异逐渐变小。这一规律是很合理的,因为在高轴压 下,承受偏压的柱子的性能主要由轴压控制,截面



Fig.5 The influence of axial load ratio to the calculation of ultimate curvature

最外侧混凝土极限压应变逐渐接近轴压下混凝土 极限应变。可见对于应变梯度的影响,轴压比是决 定性因素,虽然图5中试验数据较少,也很好地揭 示了这一规律。根据图5的结果,φ<sub>u</sub>实测值和计算 值的比值ζ可用轴压比n的简单线性函数表示为:

$$\xi = \begin{cases} 4.6 - 4.2n, & n > 0.31\\ 3.3, & n \le 0.31 \end{cases}$$
(13)

由于试验数据较少,式(13)是一个初步结论, 随着试验数据的增加可以进一步完善,但式(13)体 现的基本原理是确定的。另外,文献[15]中4个加 固柱最低轴压比是0.31,所以当轴压比低于0.31时 *č*取值还缺乏足够的数据,这里偏于安全地取*n*为 0.31时的值3.3。则 FRP 加固 RC 圆柱截面 *q*<sub>u</sub>可以 表示为:

$$\phi_{\rm u} = \xi \frac{\varepsilon_{\rm cu}}{c} \tag{14}$$

式中,  $\xi$ 、 $\varepsilon_{cu}$ 和 c 分别由式(13)、式(10)和式(12) 得到。

## 3 加固柱顶点侧向位移计算

## 3.1 FRP 用量对加固 RC 圆柱塑性铰长度的影响

用式(4)和式(5)计算 FRP 加固柱顶点侧向位移 时,另一个重要问题就是加固柱塑性铰长度 l<sub>p</sub>的计 算。文献[13]对 FRP 加固 RC 圆柱抗震性能进行了 系统研究,对 FRP 种类和用量对加固效果的影响进 行了对比试验研究。试验结果表明 FRP 用量对加固 柱 l<sub>p</sub>有显著的影响。图 6显示了 3 个 FRP 加固柱最 后的破坏情况照片,其中柱 CH3、柱 CL2 和柱 CL3 的 CFRP(Carbon FRP)用量分别为 1.5 层、2.5 层和 3.5 层。柱 CH3 剪跨比为 3.1,柱 CL2 和柱 CL3 剪 跨比相同,为 2.2。柱 CL2 的 CFRP 用量比柱 CL3 少一层,从图 6 中可以看出柱 CL2 最后发生破坏的区 域长度明显大于柱 CL3,说明 FRP 用量对破坏区域 的长度有影响。柱 CH3 的 CFRP 用量为 1.5 层,比



(a) 柱 CH3 (b) 柱 CL2 (c) 柱 CL3 图 6 试件破坏情况 Fig.6 Failure zone of columns

柱 CL2 少一层,发生破坏区域的长度比柱 CL2 也 更长,进一步说明了 FRP 用量的影响。柱 CH3 破 坏区域较长的另一个原因是柱子本身长度较长。

文献[22]试验结果也显示地震荷载作用下加固 柱发生破坏区域长度和 FRP 加固用量有关。试件 RC-2 约束强度比是 RC-1 的 82%,但破坏区长度却 比 RC-1 增加了 120%。地震荷载作用下柱子发生破 坏的区域长度和 *l*p密切相关,表明 FRP 加固 RC 圆 柱 *l*p和 FRP 加固用量密切相关。

#### 3.2 FRP 加固 RC 圆柱塑性铰长度计算模型

RC 柱塑性铰长度 *l*<sub>p</sub>的计算已经有了较多的研究,文献[3]提出的计算模型得到了广泛的接受,计算公式如下:

$$l_{\rm p} = 0.08L + 0.022f_{\rm y}d_{\rm b} \tag{15}$$

式中, *d*<sub>b</sub> 为纵筋直径。从式(15)可以看出塑性铰长 度受主要两个方面因素影响,第一项是考虑截面弯 矩梯度的影响,第二项是考虑纵筋从基础中滑移造 成拔出的影响<sup>[3]</sup>。式(15)的形式仍然可以用于 FRP 加固柱,但需要考虑 FRP 加固的影响。由于 FRP 加固会使截面破坏时的受弯承载力显著增加,其与 截面屈服受弯承载力的比值增加,因而提高了截面 弯矩梯度,所以式(15)第一项要考虑 FRP 的影响, 而 FRP 加固不会对纵筋在基础中的滑移造成影响, 所以第二项的形式可以保留。根据分析, FRP 加固 RC 圆柱 *l*<sub>b</sub>表达式可以用下式表示:

$$l_{\rm p} = \alpha L + 0.022 f_{\rm y} d_{\rm b} \tag{16}$$

式中,  $\alpha = b_0 + b_1 \lambda_f + b_2 \lambda_f^2$ ,  $b_0$ 、  $b_1$  和  $b_2$  为未知系 数,用 $\alpha$ 综合考虑 FRP 用量的影响, $b_0$ 、 $b_1$ 和 $b_2$ 值 可以通过大量试验数据回归得到。为了确定未知系 数,对现有文献中报道的 FRP 加固圆柱抗震试验结 果进行收集。要求最终破坏时试件柱底 FRP 断裂, 发生弯曲破坏: 柱底钢筋要求直接伸入基础内, 在 根部没有搭接; FRP 只是在环向缠绕加固, 纵向无 加固。结合本文作者 14 个试件试验结果<sup>[13]</sup>,和文 献中收集的 15 个试件, 共有 29 个试件的结果。 表1和表2分别列出了这14个和15个试件的详细 情况。表1和表2中列出的实测侧向位移角 $\theta_{u}$ ,是 试验中能够完成3次往复循环不发生破坏的最大位 移对应的侧向位移角,这里的破坏是指 FRP 断裂使 试件失去承载力或者侧向荷载下降到最大荷载的 85%以下。表1和表2中试件柱底箍筋用量都非常 小, 箍筋的约束效果可以忽略不计。

由式(5)计算这 29 个柱子 θ<sub>u</sub>,其中φ<sub>y</sub>、φ<sub>u</sub>和 l<sub>p</sub> 分别用式(9)、式(14)和式(16)计算。借助非线性最 小二乘法拟合程序,对表 1 和表 2 中实测 θ<sub>u</sub>结果进 行回归分析,以确定式(16)未知系数。通过回归分 析,得到式(16)的函数形式为:

 $l_{\rm p} = (0.48 - 1.68\lambda_{\rm f} + 1.39\lambda_{\rm f}^2)L + 0.022f_{\rm v}d_{\rm b} \quad (17)$ 

纵筋 FRP  $f_{\rm c}'$  /MPa 试件 п D/mm L/mm  $\theta_{\mathrm{u}}$  $f_{\rm f}/{\rm MPa}$ 层数  $\lambda_{\rm f}$ Tp t/mm  $\mathcal{E}_{\mathrm{f}}$  $f_v/MPa$  $\omega \times d_{\rm b}/{\rm mm}$ 0.258 0.031 0.113 0.085 J1 D 1832 1 0.05 28.0 300 850 400 12×19 С 0.018 28.0 400 12×19 0.086 J2 4232 0.111 1 0.111 0.05 300 850 J3<sup>+</sup> С 4232 0.018 28.0 850 400 0.086 0.111 1 0.111 0.05 300 12×19  $J4^+$ D 1832 0.258 2 0.031 0.225 0.05 28.0 300 850 400 12×19 0.126 J5<sup>+</sup> С 4232 0.111 2 0.018 0.222 0.05 28.0 300 850 400 12×19 0.112 С 4232 0 1 1 1 0.018 1 J6\*+ 0.223 0.05 28.0 300 850 400 12×19 0.125 D 1832 0.258 1 0.031 С 0.111 J7\*+ 4232 0.5 0.018 0.168 0.05 28.0 300 850 400 12×19 0.109 D 1832 0.258 1 0.031 С 4232 1 0.018 0.111 J8\*+ 0.336 0.05 28.0 300 850 400 12×19 0.100 D 1832 0.258 2 0.031 С 3945 0.167 0.5 0.015 CH1' 360 382 0.050 0.127 0.36 34.9 1100 12×25 D 1832 0.258 1 0.031 CH2 D 1832 0.258 2.5 0.031 0.188 0.36 34 9 360 1100 382 12×25 0.090 CH3 С 1.5 34.9 360 1100 12×25 0.080 3945 0.167 0.015 0.157 0.36 382 CL1 D 1832 0.258 4 0.031 0.300 0.36 34.9 360 800 382 12×25 0.068 С 12×25 CL2 3945 0.167 2.5 0.015 0.36 34 9 360 800 382 0.060 0.261 CL3 C 3945 0.167 3.5 0.015 0.366 0.36 34.9 360 800 382 12×25 0.060

表 1 作者的试件参数<sup>[13]</sup> Table 1 Details of test specimens<sup>[13]</sup>

注: 1. Tp 代表 FRP 种类, D 代表 DFRP(Dyneema FRP), C 代表 CFRP: ω 代表纵筋的根数; 2. \*代表柱用混杂 FRP 加固; 3. <sup>+</sup>代表柱侧向位移 角达到 0.05 后单向加载直到试件破坏。

表 2 文献中收集的试件参数 Table 2 Test specimens collected from the literature

- <del>`</del> #\	>-> //L	2		FRP			f' /MPa		<b>.</b>	纵筋	
义献	试件	$\theta_{\mathrm{u}}$	Тр	$\varepsilon_{\mathrm{f}}$	$\lambda_{ m f}$	n	$J_{\rm c}$ / with d	<i>D</i> /mm	<i>L</i> /mm	fy/MPa	$d_{\rm b}/{ m mm}$
文献[24]	CSJ-RT	0.053	G	0.015	0.384	0.06	35.9	610	915	303	19
文献[15]	ST-2NT	0.046	G	0.020	0.144	0.64	40.4	356	1470	500	25
	ST-3NT	0.046	С	0.014	0.112	0.64	40.4	356	1470	500	25
	ST-4NT	0.089	С	0.014	0.105	0.31	44.8	356	1470	500	25
	ST-5NT	0.09	G	0.020	0.070	0.31	40.8	356	1470	500	25
文献[25]	FCS-1	0.063	С	0.018	0.244	0.17	18.6	760	1750	426	19
	FCS-2	0.054	С	0.018	0.163	0.17	18.6	760	1750	426	19
	RC-1	0.120	С	0.017	0.206	0.31	90.1	270	2000	500	16
文献[22]	RC-2	0.110	С	0.017	0.124	0.34	75.2	270	2000	500	16
	RC-3	0.090	С	0.017	0.187	0.52	49.7	270	2000	500	16
	C60N1-F	0.059	С	0.025	0.430	0.43	59.2	180	630	353	12
	C60N2-F	0.057	С	0.025	0.430	0.52	59.2	180	630	353	12
文献[12]	C80N1-F	0.068	С	0.025	0.332	0.43	76.7	180	630	353	12
	C80N2-F	0.063	С	0.025	0.332	0.52	76.7	180	630	353	12
	C80N3-F	0.059	С	0.025	0.332	0.62	76.7	180	630	353	12

注: Tp 代表 FRP 种类, G 代表 GFRP, C 代表 CFRP。

根据分析,式(17)仅适用于约束强度比 $\lambda_{f} \ge 0.1$ 的情况,因为表 1 和表 2 中的绝大部分试件的 $\lambda_{f}$ 都是大于 0.1 的,只有文献[15]中试件 ST-5NT 的 $\lambda_{f} < 0.1$ ,所以当 $\lambda_{f} < 0.1$ 时塑性铰长度的变化规律不能从试验数据直接得到。当 $\lambda_{f} = 0$ 时,加固柱塑性铰长度应该等于未加固柱,即式(16)应该与式(15)相等,则 $\alpha = 0.08$ 。当 $0 < \lambda_{f} < 0.1$ 时, $\alpha = \lambda_{f}$ 的关系可以假设为一直线,表示为 $\alpha = 2.5\lambda_{f} + 0.08$ 。所以 $\alpha = \lambda_{f}$ 关系可以用图 7 表示,在 FRP 用量为零时, $\alpha = 0.08$ ;  $\lambda_{f} < 0.1$ 时, $l_{p}$ 随着 $\lambda_{f}$ 增加而增加; 当 $\lambda_{f} \ge 0.1$ 时, $l_{p}$ 随着 $\lambda_{f}$ 增加而减小。



图 7 表示的 FRP 加固 RC 圆柱  $l_p$  变化规律的力 学机理是,当 FRP 加固用量比较少时 ( $\lambda_f < 0.1$ ), FRP 加固使  $l_p$ 增加。这是由于 FRP 约束阻止了保护 层混凝土剥离,增加了约束混凝土的强度,提高了 截面破坏时的受弯承载力,使截面弯矩梯度增加, 柱底有更长区域进入塑性,所以  $l_p$ 增加。随着 FRP 用量增加到  $\lambda_f = 0.1$  左右,截面的受弯承载力基本

不再增加<sup>[21]</sup>,弯矩梯度也基本不再增加,所以塑性 铰长度基本不再增加。但是,由于 FRP 的约束能力 不断增强,提高了纵筋和混凝土的粘结应力。根据 钢筋混凝土基本理论,纵筋和混凝土之间粘结应力 的增加会使纵筋应力减小的速度变快,也就是说柱 子底部纵筋的应力在很短长度内迅速减小,因此进 入塑性的纵筋长度减小。根据塑性铰的基本概念, 这会导致1。变小。所以在这两种机理的共同作用下, L<sub>n</sub>呈现先增加后减小的规律。这就解释了目前学术 界对于 FRP 加固使塑性铰长度增加还是减小的争 议。文献[3]认为 FRP 加固柱 ln 是小于未加固柱的, 这是根据钢套筒加固柱试验结果得到的结论<sup>[23]</sup>,而 钢套筒由于厚度一般较大,约束能力较强,所以一 般会降低 lp。而大量的试验结果显示 FRP 加固柱 lp 通常是大于未加固柱的[15,22],从图7也可以看出在 FRP用量不太大时,加固柱Li通常是大于未加固柱。

## 3.3 FRP 加固 RC 圆柱 $\theta_u$ 计算

在 $\phi_y$ 、 $\phi_u$ 和 $l_p$ 都能进行计算的基础上,可以用 式(5)对柱顶侧向位移进行计算。 $\theta_u$ 计算结果见表 3, 根据统计 $\theta_u$ 计算值和实测值比值的平均值为 1.01, 离散系数(COV)为 18.5%, $\theta_u$ 计算值与实测值比较 见图 8。可以看出两者吻合很好,说明本文提出的 方法对 $\theta_u$ 的计算有很好的精度。在表 3 中文献[22] 的试件 RC-1 计算值比实测值大的比较多,这是因 为试件 RC-1 因为试验机行程有限而导致试验停止, 试件没有破坏,所以如果发生破坏, $\theta_u$ 应该比现有 测试值来得大。



Fig.8 Comparison of experimental and analytical  $\theta_{\mu}$ 

#### 表 3 侧向位移角测试结果与计算结果

Table 3 Measured and calculated results of ultimate drift ratio

文献	试件	$\theta_{\rm u}$ 实测值	$\theta_{u}$ 计算值本文	θu计算值文献[13]		
文献[24]	CSJ-RT	0.053	0.072	0.049		
文献[15]	ST-2NT	0.046	0.040	0.016		
	ST-3NT	0.046	0.033	0.014		
	ST-4NT	0.089	0.086	0.019		
	ST-5NT	0.090	0.067	0.015		
立部[25]	FCS-1	0.063	0.064	0.022		
又瞅[23]	FCS-2	0.054	0.063	0.016		
文献[22]	RC-1	0.120	0.172	0.049		
	RC-2	0.110	0.141	0.032		
	RC-3	0.090	0.088	0.034		
	C60N1-F	0.059	0.077	0.057		
	C60N2-F	0.057	0.056	0.050		
文献[12]	C80N1-F	0.068	0.075	0.043		
	C80N2-F	0.063	0.055	0.037		
	C80N3-F	0.059	0.040	0.033		
	J1	0.085	0.097	0.025		
	J2	0.086	0.085	0.021		
	J3	0.086	0.085	0.021		
	J4	0.126	0.123	0.045		
	J5	0.112	0.104	0.037		
	J6	0.125	0.105	0.042		
☆献[13]	J7	0.109	0.098	0.033		
入[[15]	J8	0.100	0.110	0.063		
	CH1	0.050	0.060	0.020		
	CH2	0.090	0.082	0.028		
	CH3	0.080	0.064	0.019		
	CL1	0.068	0.078	0.038		
	CL2	0.060	0.059	0.025		
	CL3	0.060	0.065	0.036		

文献[13]提出了 $\theta_u$ 的计算方法,根据其提出的 方法计算的 $\theta_u$ 值也列于表 3 中,在图 8 中示出了其 计算结果。根据统计, $\theta_u$ 计算值与测试值比值的平 均值为 0.43,离散系数(COV)为 49.1%,可见计算 结果离散性较大。原因可能是 $\phi_u$ 计算时没有考虑截 面应变梯度的影响,并且加固柱  $l_p$ 计算公式取的是 未加固柱的计算公式。

## 4 参数讨论

本节对影响 FRP 加固 RC 圆柱变形能力的主要 因素进行参数分析,进一步了解 FRP 加固 RC 圆柱 变形能力的特点。参数分析时,模型柱直径 600mm, 保护层厚度 25mm,混凝土圆柱体强度为 36MPa; 20 根直径 20mm 的纵筋沿圆周均匀排布,屈服强度 400MPa。根据计算  $\rho_l$ =2.25%,  $\lambda_l$ =0.25。加固用 FRP 单向受拉极限应变为 0.015。主要变化参数为 轴压比、剪跨比和 FRP 约束强度比。在轴压比为 0.1 和 0.5 时,约束强度比 $\lambda_f$ 与截面曲率延性系数  $\mu_{\phi}$ 的关系见图 9(a),与侧向位移角  $\theta_u$ 的关系见 图 9(b)。



从图 9(a)中可以看出  $\mu_{\phi}$  随  $\lambda_{f}$  增加呈线性增加, 在低轴压下增加的速度更快。而图 9(b)显示  $\theta_{u}$ 并不 随着  $\lambda_{f}$  增加一直增加,在  $\lambda_{f}$  较少时  $\theta_{u}$ 随  $\lambda_{f}$  增加而 增加;当  $\lambda_{f}$  达到一定程度时  $\lambda_{f}$  增加对  $\theta_{u}$ 影响很小; 随着  $\lambda_{f}$  进一步增加, $\theta_{u}$ 会减小。原因是虽然 $\phi_{u}$ 随着  $\lambda_{f}$  增加一直增加,但是  $\lambda_{f} \ge 0.1$ 时, $\lambda_{f}$  增加会导致 加固柱  $l_{p}$ 降低,这对侧向变形能力不利,所以在这 两者共同作用下, $\theta_{u}$ 呈现先增加后减小的现象。这 一现象和试验结果吻合,表 1 中柱 CL3 比柱 CL2 多用了一层 CFRP,其余参数完全相同,只是柱 CL3 的 CFRP 用量比柱 CL2 多用了一层,但 $\theta_u$ 没有得到 任何提高。表 2 中文献[12]的柱 C60N1-F 和柱 C80N1-F,试验参数除了混凝土强度不同外其他都 相同,柱 C60N1-F 相对柱 C80N1-F 混凝土强度低, 所以其 $\lambda_f$ 较大,而实测的 $\theta_u$ 较小,体现了 $\lambda_f$ 较大时,  $\lambda_f$ 增加对柱项侧向变形不利。柱 C60N2-F 和柱 C80N2-F 也同样存在这种现象。这几个柱子 $\lambda_f$ 都比 较大,表明在 $\lambda_f$ 较大时, $\lambda_f$ 的增加会导致 $\theta_u$ 降低。

文献[26]对 FRP 加固柱变形能力评估进行了系 统研究,认为截面曲率延性  $\mu_{a} < 8$  为低延性, 8  $\leq$  $\mu_{\phi} < 13$ 为中等延性,  $\mu_{\phi} \ge 13$ 为高延性。从图 9(a) 看出,在低轴压时 $\lambda_{f} = 0.1$ 就能实现截面的高延性, 而在高轴压时,  $\lambda_{\rm f} = 0.25$ 能达到  $\mu_{\phi} \ge 13$  的高延性 要求。从图 9(b)看出在高轴压时 $\lambda_{\rm f}=0.25$ 时 $\theta_{\rm u}$ 正好 处于最大值附近, $\lambda_r$ 进一步增加会使 $\theta_u$ 下降,所 以为了满足截面具有较高延性的要求,同时考虑 $\theta_u$ 变化特点,对于高轴压柱λ,合理的上限范围在0.2~ 0.25 之间, $\lambda_{f}$ 过大对 $\theta_{u}$ 不利。 $\lambda_{f}$ 取值也不宜过小, λ<sub>f</sub> 过小截面的曲率延性和构件的侧向变形能力都 不得保证。对于低轴压柱,  $\lambda_{\rm f} = 0.1$  就能同时实现 截面延性和侧向位移的变形要求,体现了低轴压时 FRP 加固圆柱具有很高的效率。另外还有一点值得 说明的是这里讨论的轴压比是试验轴压比,在换算 成设计轴压比时要考虑相应的系数<sup>[27]</sup>。

## 5 结论

本文结合数值计算、理论分析和试验数据统计 对 FRP 加固 RC 圆柱在地震荷载作用下的变形能力 进行了研究,得到的主要结论有:

(1)截面屈服曲率主要受轴压比、纵筋的用量 和强度影响,高轴压会使屈服曲率有较大降低,纵 筋的用量和强度的增加都会提高截面屈服曲率。根 据试验结果提出了截面极限曲率的计算方法,考虑 了截面应变梯度的影响。

(2) FRP 用量对加固柱塑性较长度有显著影响, 根据 29 个大比例柱试验结果,通过回归分析,得 到了塑性铰长度计算模型。FRP 加固既可提高截面 弯矩梯度,又会增加混凝土和纵筋的粘结应力;在 这两种机理作用下,加固柱塑性铰长度随 FRP 加固 用量增加表现出先增加后减小的规律。结合运用集 中塑性铰法,对加固柱侧向位移角进行计算的精度 较高。

(3) 加固柱变形能力并不随 FRP 用量增加而一 直增加,当用量增加到一定程度后,侧向位移角会 有所降低。对于承受高轴压柱,约束强度比在 0.2~ 0.25 之间能使柱有较好的截面曲率延性和柱顶侧向 位移角变形能力。对于低轴压柱约束强度比等于 0.1 就能使加固柱达到较好的变形能力。

#### 参考文献:

- 徐培福,戴国莹.超限高层建筑结构基于性能抗震设 计的研究[J]. 土木工程学报,2005,38(1):1-10.
   Xu Peifu, Dai Guoying. Performance-based seismic design of tall building structures beyond the code-specification [J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(1):1-10. (in Chinese)
- [2] Wu Y F, Liu T, Oehlers D J. Fundamental principles that govern retrofitting of reinforced concrete columns by steel and FRP jacketing [J]. Advances in Structural Engineering, 2006, 9(4): 507-533.
- [3] Priestley M J N, Seible F, Calvi M. Seismic design and retrofit of bridges [M]. New York: Wiley, 1996: 686.
- [4] Paultre P, Légeron F. Confinement reinforcement design for reinforced concrete columns [J]. Journal of Structural Engineering ASCE, 2008, 134(5): 738-749.
- [5] 李静, 钱稼茹. 碳纤维布约束混凝土柱的非线性分析
  [J]. 工程力学, 2005, 22(1): 159-163.
  Li Jing, Qian Jiaru. Nonlinear analysis of carbon fiber sheet confined concrete columns [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(1): 159-163. (in Chinese)
- [6] Sause R, Harries K A, Walkup S L. Flexural behaviour of concrete columns retrofitted with carbon fiber-reinforced polymer jackets [J]. ACI Structural Journal, 2004, 101(5): 708-716.
- [7] 魏洋, 吴刚, 吴智深, 等. FRP 约束混凝土矩形短柱的 延性分析[J]. 地震工程与工程振动, 2009, 29(3): 71-76.
   Wei Veng, Wu, Cong, Wu, Thisker, et al. Dustilized

Wei Yang, Wu Gang, Wu Zhishen, et al. Ductility analysis of FRP-confined short rectangular reinforced concrete columns [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2009, 29(3): 71-76. (in Chinese)

- [8] 熊朝晖,潘德恩. 钢筋混凝土框架柱侧向变形能力的 研究[J]. 地震工程与工程振动, 2001, 21(2): 103-108.
   Xiong Zhaohui, Pan Deen. Study on lateral deformability of reinforced concrete frame columns [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2001, 21(2): 103-108. (in Chinese)
- [9] 张柯,岳清瑞,叶列平.碳纤维布加固混凝土柱滞回
   耗能分析及目标延性系数的确定[J].工业建筑,2001,31(6):5-8.
   Zhang Ke, Yue Qingrui, Ye Lieping. Analysis of

hysteresis energy dissipation and acceptable ductility factor for concrete column strengthened with CFS [J]. Industrial Construction, 2001, 31(6): 5-8. (in Chinese)

[10] 谢剑,刘明学,赵彤.碳纤维布提高高强混凝土柱抗 震能力评估方法[J].天津大学学报,2005,38(2):109-113.

Xie Jian, Liu Mingxue, Zhao Tong. Anti-seismic performance evaluating method of high strength concrete columns retrofitted with CFRP fabric [J]. Journal of Tianjin University, 2005, 38(2): 109–113. (in Chinese)

[11] 顾冬生, 吴刚, 吴智深, 等. CFRP 加固高轴压比钢筋 混凝土短圆柱抗震性能试验研究[J]. 工程抗震与加固 改造, 2006, 28(6): 71-77.

Gu Dongsheng, Wu Gang, Wu Zhishen, et al. Experimental study on seismic performance of RC short circular columns strengthened with CFRP composites under high level compression [J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2006, 28(6): 71-77. (in Chinese)

[12] 王震宇, 芦学磊, 李伟, 等. 塑性铰区碳纤维约束高强 混凝土圆柱抗震性能的试验研究[J]. 建筑结构, 2009, 39(2): 21-24.

Wang Zhenyu, Lu Xuelei, Li Wei, et al. Experimental research on seismic performance of high strength concrete circular column confined with carbon fiber sheets at plastic hinge zone [J]. Building Structure, 2009, 39(2): 21-24. (in Chinese)

- [13] Gu Dongsheng, Wu Gang, Wu Zhishen, et al. The confinement effectiveness of FRP in retrofitting circular concrete columns under simulated seismic load [J]. Journal of Composites for Construction ASCE, 2010, 14(5): 531-540.
- [14] Binici B. Design of FRPs in circular bridge column retrofits for ductility enhancement [J]. Engineering Structures, 2008, 30: 766-776.
- [15] Sheikh S A, Yau G. Seismic behavior of concrete columns confined with steel and fiber-reinforced polymers [J]. ACI Structural Journal, 2002, 99(1): 72-81.
- [16] Lehman D E, Moehle J P. Seismic performance of well-confined concrete bridge columns [R]. Berkeley: Pacific Earthquake Engineering Research Center, 2000:

316.

- [17] Paultre P, Eid R, Robles H I, et al. Seismic performance of circular high-strength concrete columns [J]. ACI Structural Journal, 2009, 106(4): 395-404.
- [18] Watson S, Park R. Simulated seismic load tests on reinforced concrete columns [J]. Journal of Structural Engineering ASCE, 1994, 120(6): 1825-1849.
- [19] Berry M P, Eberhard M O. Practical performance model for bar buckling [J]. Journal of Structural Engineering ASCE, 2005, 131(7): 1060-1070.
- [20] Lam L, Teng J G. Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete [J]. Construction and Building Materials, 2003, 17: 471-489.
- [21] Gu Dongsheng, Wu Gang, Wu Zhishen. Ultimate flexural strength of normal section of FRP confined RC circular columns [J]. Journal of Southeast University (English Edition), 2010, 26(1): 107-111.
- [22] Ozbakkaloglu T, Saatcioglu M. Seismic behavior of high-strength concrete columns confined by fiber-reinforced polymer tubes [J]. Journal of Composites for Construction ASCE, 2006, 10(6): 538-549.
- [23] Chai Y H, Priestley M J N, Seible F. Seismic retrofit of circular bridge columns for enhanced flexural performance [J]. ACI Structural Journal, 1991, 88(5): 572-584.
- [24] Xiao Y, Wu H, Martin G R. Prefabricated composite jacketing of RC columns for enhanced shear strength [J]. Journal of Structural Engineering ASCE, 1999, 125(3): 255-264.
- [25] Li Y F, Sung Y Y. A study on the shear-failure of circular sectioned bridge column retrofitted by using CFRP jacketing [J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2004, 23(8): 811-830.
- [26] Sheikh S A, Li Y M. Design of FRP confinement for square concrete columns [J]. Engineering Structures, 2007, 29: 1074-1083.
- [27] 张国军,吕西林,刘伯权. 轴压比超限时框架柱的恢复力模型研究[J]. 建筑结构学报,2006,27(1):90-98.
  Zhang Guojun, Lü Xilin, Liu Boquan. Research on restoring force models of frame columns with ultra-limited axial compression ratio [J]. Journal of Building Structures, 2006, 27(1): 90-98. (in Chinese)