

文章编号: 1000-4750(2013)05-0024-12

# 非正态变量情况下基于杂交 SAPSO-SFLA 的多目标稳健协同优化

张干清<sup>1</sup>, 龚宪生<sup>1,2</sup>

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044; 2. 重庆大学机械工程学院, 重庆 400044)

**摘 要:** 为解决非正态变量空间中复杂多变的隐式非线性功能函数的可靠性及灵敏度的问题, 融合鞍点估计与线抽样法的优点, 结合二分法的特点与黄金分割法的求解效率, 提出基于黄金分割二分法的鞍点线抽样法, 即可沿重要线抽样方向利用黄金分割点的二分法快速找到各样本点对应于功能函数的零点, 将结构失效概率转化为一系列线性功能函数失效概率的平均值, 求出相关变量的可靠性灵敏度, 从而导出失效概率对变量均值与方差的可靠性灵敏度及结构轻量化的多目标优化问题, 并阐明了多目标协同优化的思想。同时, 针对可靠性灵敏度作为目标函数因误差导致多目标协同优化难以收敛的问题, 提出了利用误差的思想与方法; 为提高算法的收敛性, 对粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法与混合蛙跳算法(Shuffled Frog-Leaping Algorithm, SFLA)进行改进以后, 再将两者进行杂交, 提出杂交自适应粒子群优化-混合蛙跳算法(Self-Adaptive PSO-SFLA, SAPSO-SFLA), 并用来求解上述多目标优化问题。算例表明: 1) 基于黄金分割二分法的鞍点线抽样法在求解复杂非线性功能函数的可靠性及灵敏度时精度高, 速度快; 2) 与粒子群优化和混合蛙跳算法相比, 所提杂交 SAPSO-SFLA 不仅具有更快的收敛速度, 其鲁棒性还能使盾构行星减速器箱体体积减小 8.42%。

**关键词:** 粒子群优化算法; 混合蛙跳算法; 鞍点估计; 线抽样法; 二分法; 可靠性灵敏度; 协同优化

**中图分类号:** O302      **文献标志码:** A      doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.01.0017

## MULTI-OBJECTIVES ROBUST COLLABORATIVE OPTIMIZATION BASED ON HYBRID SAPSO-SFLA FOR STRUCTURE WITH NON-NORMAL VARIABLES

ZHANG Gan-qing<sup>1</sup>, GONG Xian-sheng<sup>1,2</sup>

(1. The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** To solve the reliability and its sensitivity for structural system whose implicit nonlinear performance function (PF) are complicated, changeable and of non-normal variables, the advantages of the saddlepoint approximation (SA) and line sampling (LS) are merged while the merits of dichotomy and the solution efficiency of the golden section method are combined to propose the saddlepoint approximation-line sampling method (SA-LS) based on the dichotomy of the golden section point. It is quick to find the zeropoint in PF corresponding to each sample along the important line sampling direction by the dichotomy above so that the structural failure probability can be transformed into the mean of a series linear PF failure probability, by which reliability sensitivity can be solved, thus the multi-objectives are inferred about the reliability sensitivity of failure probability with respect to the variables mean and variance and optimal economic indicator, such as volume. The

收稿日期: 2012-01-09; 修改日期: 2012-04-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(51175525); 重庆市科技攻关计划项目(2007AC3015); 重庆大学机械传动国家重点实验室自主研究基金项目(0301002109137)

通讯作者: 龚宪生(1956—), 男, 重庆人, 教授, 博士, 博导, 主要从事机械动力学、机械装备现代化设计与分析研究

(E-mail: xsgong@cma.cqu.edu.cn).

作者简介: 张干清(1974—), 男, 湖南安化人, 讲师, 博士, 主要从事机械传动智能化设计与应用研究(E-mail: hnyzq@163.com).

collaborative optimization idea for multi-objectives is proposed to overcome the problem that it is difficult to converge for multi-objectives to be collaboratively optimized because of the errors when the RS is used as an objective function. To increase the convergence of the algorithm, the particle swarm optimization (PSO) algorithm and shuffled frog-leaping algorithm (SFLA) are hybridized after they are modified, and then the hybrid algorithm is applied to answer the foregoing multi-objectives. Examples show that: 1) the SPLSM based on the dichotomy of the golden section point is of high precision and fast velocity; 2) the convergence velocity of the proposed hybrid SAPSO-SFLA is superior to that of the modified PSO and SFLA, and its robustness can reduce the volume of the planet reducer gearbox in shield turning machine by 8.42%.

**Key words:** particle swarm optimization algorithm; shuffled frog-leaping algorithm; saddlepoint approximation; line sampling; dichotomy; reliability sensitivity; collaborative optimization

对于实际工程中的非正态随机变量的结构可靠性及灵敏度问题,传统 Monte Carlo 法抽样效率低,对于小概率问题,其计算量很难为工程所接受<sup>[1-2]</sup>。传统线抽样法<sup>[3]</sup>,通过  $n-1$  维空间的随机抽样和一维插值,将非线性功能函数的失效概率转化为一组线性功能函数失效概率的算术平均值,实现了高维与小概率情况下可靠性及其灵敏度的高效估计,但线抽样分析的整个过程是在标准正态空间内完成的,其精度不可避免地会受到非正态变量向标准正态变量这种非线性转换的影响,当它使功能函数出现非单调性时,还会使线抽样得出错误的结果。鞍点估计<sup>[4]</sup>采用随机变量的累积生成函数(或矩生成函数)来估计结构响应功能函数的累积分布函数或失效概率,它对基本变量的分布类型没有限制,且也适用于非正态变量的情况,但它要求功能函数是线性的。为了满足这一要求,文献[5-7]分别将非线性功能函数在均值点与设计点处用 Taylor 公式展开成近似的线性表达式,但对于非线性程度很大或非线性程度不大而随机变量的变异系数较大的问题,这种处理方式很难得到满足精度要求的近似解,且它需要求出功能函数的梯度函数,对于隐式函数来说,并非易事。利用鞍点估计对基本变量分布形式无限制和线抽样法适应于非线性功能函数的优点,文献[4]提出了鞍点线抽样法,实现了两者的优势互补,有效解决了一般功能函数的可靠性问题,但对于复杂多变的、特别是线抽样方向为多峰的功能函数,其三点二次插值法<sup>[4,8]</sup>在求线抽样方向功能函数的零点与累计生成函数微分方程的鞍点时均无效,为此,文献[9]采用线性插值的方法,但它仍需得到功能函数的梯度函数,同样不适合分析实际工程中许多采用近似方法得到的隐式功能函数。因二分法无需事先输出功能函

数的梯度函数,不仅适合于求解隐式的功能函数,还能有效解决多峰函数的问题。借鉴黄金分割法的求解效率,本文提出基于黄金分割二分法的鞍点线抽样法,以进一步解决实际工程中复杂多变的隐式非线性功能函数的相关可靠性问题。

若用分析可靠性及灵敏度的方法来对结构进行优化与分析,当满足设计要求时,则称该结构具有良好的稳健性。为此,有必要寻找一种可以用来对结构进行优化的算法。当今,许多启发式进化算法,如遗传算法<sup>[10]</sup>、免疫遗传算法<sup>[11]</sup>、粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)<sup>[12]</sup>及混合蛙跳算法(shuffled frog-leaping algorithm, SFLA)<sup>[13-14]</sup>,均已取得一定的研究成果,但如何获得一组满足稳健性与经济性双重要求的较优参数,使算法在进化过程中自动跳出局部极值的范畴,仍是一大困扰性的难题。针对粒子群算法在寻优过程中多样性不断丧失而导致局部极值的问题,本文拟按照适应值的不同将群体分为 3 个子群体,并对他们分别采用不同的自适应(self-adaptive, SA)操作,使群体始终保持惯性权重的多样性,以避免“早熟”。为使混合蛙跳算法表现出更强的学习能力,提出让青蛙在借鉴中学习思想,以进一步提高其自我寻优机制。在此基础上,再融合两者的优点,提出一种能扬其所长、避其所短的杂交 SAPSO-SFLA 新算法,并用来对土压平衡盾构行星减速器的箱体进行优化,以验证所提可靠性及灵敏度分析方法的可行性与杂交算法的效果。

## 1 基于鞍点估计的可靠性及灵敏度分析

### 1.1 基于鞍点估计的可靠性分析

鞍点概率估计的基本思想是:利用随机变量的线

性功能函数及累积生成函数(Cumulative Generating Function, CGF)的性质和傅里叶反变换来求得功能函数的概率密度函数基于鞍点的指数幂级数表达式。

设基本随机变量  $x$  的密度函数为  $f(x)$ , 则其矩生成函数(Moment Generating Function, MGF)为:

$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{tx} f(x) dx \quad (1)$$

其累积生成函数为:

$$K_x(t) = \ln[M_x(t)] \quad (2)$$

常用分布的 CGF 见文献[6], 其 CGF 具有如下性质:

1) 如果  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为  $n$  维相互独立的基本随机变量, 且其 CGF 分别为  $k_{x_i}(t) (i=1, 2, \dots, n)$ , 则

响应功能函数  $y = \sum_{i=1}^n x_i$  的 CGF 为:

$$K_y(t) = \sum_{i=1}^n k_{x_i}(t) \quad (3)$$

2) 设基本随机变量  $x$  的 CGF 为  $K_x(t)$ , 则线性响应功能函数  $y = ax + b$  的 CGF 为:

$$K_y(t) = K_x(at) + bt \quad (4)$$

对于相互独立的随机变量  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 若其线性功能函数为  $y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i$ , 则  $y$  的 CGF 为:

$$K_y(t) = a_0 t + \sum_{i=1}^n K_{x_i}(a_i t) \quad (5)$$

利用傅里叶反变换, 可得到  $y$  的概率密度函数  $f_Y(y)$  为:

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} M(i\xi) e^{-i\xi y} d\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[K(t) - \xi y] d\xi \quad (6)$$

利用指数幂级数展开式来估计式(6), Daniels<sup>[15]</sup> 得到的  $f_Y(y)$  的鞍点估计式如下:

$$f_Y(y) \approx \left[ \frac{1}{2\pi K_y''(t_s)} \right]^{\frac{1}{2}} e^{[K_y(t_s) - t_s y]} \quad (7)$$

式中,  $K_y''(\cdot)$  为  $K_y(t)$  对  $t$  的二阶导数; 鞍点  $t_s$  为非线性方程  $K_y'(t) = y_0$  的解, 其中  $y_0$  为设定的门限值。

据鞍点估计可得  $y$  的累积分布函数  $F_Y(y_0)$  为:

$$F_Y(y_0) = P\{y \leq y_0\} \approx \Phi \left( w + \frac{1}{w} \ln \left( \frac{w}{v} \right) \right) \quad (8)$$

式中:

$$w = \text{sgn}(t_s) \{2[t_s y_0 - K_y(t_s)]\}^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$v = t_s [K_y''(t_s)]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

式中, 符号函数  $\text{sgn}(t_s)$  的取值为 1、0 与 -1, 分别对应于  $t_s > 0$ 、 $t_s = 0$  与  $t_s < 0$ 。

利用式(8)给出的响应功能函数  $y$  的 CDF 表达式, 可由  $F_Y(0)$  求得  $y < 0$  对应的失效概率  $P_f$ , 即式(8)中的  $w + \frac{1}{w} \ln \left( \frac{w}{v} \right)$  可看作是等价正态变量空间的可靠性指标  $\beta$  的相反数, 故有:

$$P_f = \Phi(-\beta) = \Phi \left( w + \frac{1}{w} \ln \left( \frac{w}{v} \right) \right) \quad (11)$$

## 1.2 基于鞍点估计的可靠性灵敏度分析

从 1.1 节可知, 鞍点估计可将含非正态变量的功能函数的失效概率表示为标准正态累积分布函数的形式, 故基于鞍点估计的可靠性灵敏度可采用如下的方式来分析。

对式(11)求分布参数  $\theta$  的偏导数, 有:

$$\frac{\partial P_f}{\partial \theta} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{\beta^2}{2} \right) \cdot \frac{\partial \beta}{\partial \theta} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{\beta^2}{2} \right) \cdot \left( \frac{\partial \beta}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial \beta}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \quad (12)$$

式中:

$$\frac{\partial \beta}{\partial w} = -\left[ 1 + \frac{1}{w^2} \left( 1 - \ln \left( \frac{w}{v} \right) \right) \right] \quad (13)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial v} = \frac{1}{vw} \quad (14)$$

利用累计生成函数 CGF 及其二阶导数与分布参数  $\theta$  之间的函数关系, 据式(9)~式(10)可求出  $\partial w / \partial \theta$  与  $\partial v / \partial \theta$  的表达式, 从而导出  $\partial P_f / \partial \theta$ 。

值得注意的是, 在推导式(8)的功能函数  $y$  的 CDF 时, 因无需事先设定变量  $x_i$  的分布形式, 故它适用于任何变量的情况, 然而它要求  $y$  是  $x_i$  的线性函数, 而实际功能函数  $y = g(x)$  往往是非线性的, 为此特提出如下方法。

## 2 基于黄金分割二分法鞍点线抽样的可靠性及灵敏度分析

为避免非线性功能函数线性化过程中的求导, 解答复杂多变、特别是线抽样方向为多峰的功能函数的可靠性及灵敏度的问题, 利用鞍点估计对基本变量分布形式无限制和线抽样法适用于非线性功能函数的优点, 再融合二分法的优点与黄金分割法的效率, 提出基于黄金分割二分法的鞍点线抽样

法。其基本思路是先将非正态变量空间标准化，按照标准空间的概率分布，将非线性功能函数的可靠性及灵敏度转化为一系列线性功能函数的可靠性及灵敏度的平均值，采用黄金分割二分法求线抽样方向功能函数的零点及累计生成函数微分方程的鞍点，最后由鞍点估计求得非正态空间线性功能函数的失效概率及其对分布参数的灵敏度，其具体步骤如下。

### 2.1 变量空间的标准化及重要方向

设基本变量  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ，用  $\mu_{x_i}$ 、 $\sigma_{x_i}$  分别表示  $x_i$  的均值与标准差，对  $x_i$  作如下线性标准化变换，以消除量纲的影响。

$$z_i = \frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (15)$$

在式(15)所定义的标准空间  $Z$  中， $\bar{g}(\mathbf{z}) \leq 0$  定义了失效域  $F$ ，将使其联合概率密度函数值最大的点作为设计点  $\mathbf{z}^*$ 。由坐标原点指向设计点  $\mathbf{z}^*$  的矢量方向为重要方向  $\mathbf{a}$ ，对  $\mathbf{a}$  进行正则化，即可得单位向量  $\mathbf{e}_\alpha = \mathbf{a} / \|\mathbf{a}\|$  [2,16]。

### 2.2 重要方向的黄金分割二分法

对于标准化变量空间的任一向量  $\mathbf{z}$ ，可将其分解为平行于重要方向的向量  $c\mathbf{e}_\alpha$  与垂直于重要方向的向量  $\mathbf{z}^\perp$  之和的形式，即：

$$\mathbf{z} = c\mathbf{e}_\alpha + \mathbf{z}^\perp \quad (16)$$

其中， $c = \langle \mathbf{e}_\alpha, \mathbf{z} \rangle$ ， $\langle \mathbf{e}_\alpha, \mathbf{z} \rangle$  表示  $\mathbf{e}_\alpha$  与  $\mathbf{z}$  的点积。

式(16)可改写为  $\mathbf{z}^\perp = \mathbf{z} - \langle \mathbf{e}_\alpha, \mathbf{z} \rangle \mathbf{e}_\alpha$ ，故可得到对应于向量  $\mathbf{z}$  且垂直于重要方向  $\mathbf{e}_\alpha$  的矢量  $\mathbf{z}^\perp$ 。

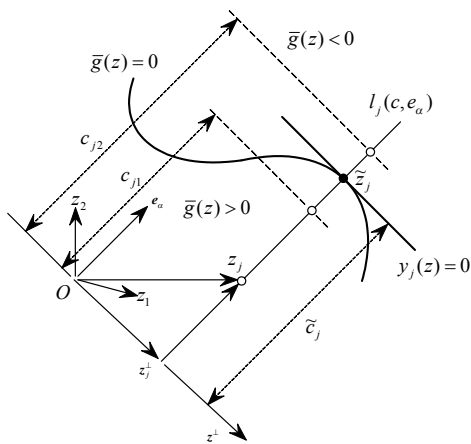


图1 基于鞍点估计的线抽样法

Fig.1 SA-LS method by dichotomy of golden section point

据  $x$  的概率密度函数  $f_x(x)$  产生  $N$  个样本点  $x_j (j=1,2,\dots,N)$ ，按照式(15)将其标准化得  $z_j (j=1,2,\dots,N)$ ，采用上述方法求得垂直于  $\mathbf{e}_\alpha$  的

向量  $\mathbf{z}_j^\perp = \mathbf{z}_j - \langle \mathbf{e}_\alpha, \mathbf{z}_j \rangle \mathbf{e}_\alpha$ ，如图1所示。按照二分法的思想，对任一向量  $\mathbf{z}_j$ ，沿直线  $l_j(c, \mathbf{e}_\alpha)$  方向给定2系数  $c_{j1}$ 、 $c_{j2}$ ，得出对应向量  $c_{ji}\mathbf{e}_\alpha + \mathbf{z}_j^\perp$  及其功能函数值  $\bar{g}(c_{ji}\mathbf{e}_\alpha + \mathbf{z}_j^\perp) (i=1,2)$  (要求给定的2系数所对应的向量使功能函数值异号)，再求出其黄金分割点  $c_{j3} = c_{j1} + (\sqrt{5}-1) \times (c_{j2} - c_{j1}) / 2$  及对应向量  $c_{j3}\mathbf{e}_\alpha + \mathbf{z}_j^\perp$  的功能函数值  $\bar{g}(c_{j3}\mathbf{e}_\alpha + \mathbf{z}_j^\perp)$ ，然后按照二分法的思想进行循环操作，直到满足预先设定的精度要求为止。若最终求得直线  $l_j(c, \mathbf{e}_\alpha)$  与极限状态方程  $\bar{g}(\mathbf{z}) = 0$  的交点为  $\tilde{\mathbf{z}}_j$ 、对应倍数为  $\tilde{c}_j$ ，则有：

$$\tilde{\mathbf{z}}_j = \tilde{c}_j \mathbf{e}_\alpha + \mathbf{z}_j^\perp \quad (17)$$

注意：当采用黄金分割二分法沿线抽样方向求零点  $\tilde{\mathbf{z}}_j$  时，对任一样本点  $\mathbf{z}_j$ ，沿单位向量  $\mathbf{e}_\alpha$  所在直线方向选取的2系数  $c_{j1}$ 、 $c_{j2}$  所对应的点  $\mathbf{z}_{j1}$ 、 $\mathbf{z}_{j2}$  须使功能函数异号，因它们可能是  $\mathbf{e}_\alpha$  的正向，也可能是  $\mathbf{e}_\alpha$  的反向，故与 rand 命令相比，采用 randn 命令更容易找到满足要求的二点，且无需考察方向。

### 2.3 非线性功能函数失效概率及灵敏度的线性化转换

以  $y_j(\mathbf{z}) = 0$  表示过交点  $\tilde{\mathbf{z}}_j$  且垂直于单位重要方向  $\mathbf{e}_\alpha$  的超平面，则  $y_j(\mathbf{z}) = 0$  可由式(18)确定：

$$y_j(\mathbf{z}) = -\mathbf{e}_\alpha(\mathbf{z} - \tilde{\mathbf{z}}_j) = -\sum_{i=1}^n e_{\alpha i}(z_i - \tilde{z}_{ji}) \quad (18)$$

式中， $e_{\alpha i}$  与  $\tilde{z}_{ji}$  分别表示  $\mathbf{e}_\alpha$  与  $\tilde{\mathbf{z}}_j$  的第  $i$  个分量。

据线抽样法的基本原理， $\bar{g}(\mathbf{z}) \leq 0$  所对应的失效概率  $P_f = P\{\bar{g}(\mathbf{z}) \leq 0\}$  可由式(19)来估计：

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N P_{fj} \quad (19)$$

式中， $P_{fj} = P\{y_j(\mathbf{z}) \leq 0\}$  为线性功能函数  $y_j(\mathbf{z})$  定义的失效域的失效概率。

从而，可靠性灵敏度的估计值为：

$$\frac{\partial \hat{P}_f}{\partial \theta} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{\partial P_{fj}}{\partial \theta} \quad (20)$$

这样，对于第1节非线性方程  $K'_y(t) = y_0$  的鞍点  $t_s$ ，当采用2.3节中所提黄金分割二分法的思想求解时，就可确保得到封闭解，从而有效避免了有限差分的问题。值得注意的是，在上述求解过程中，当采用 randn 命令时，对于 Gumbel 分布，必须加绝对值，以满足其 CGF 定义域的要求，对于均匀分布，也要求  $t \neq 0$ ，否则，会出现“卡死”。

### 2.4 线性功能函数失效概率及灵敏度的鞍点估计

据  $x$  到  $\mathbf{z}$  的线性变换，将式(18)变换到原始变量

空间,有:

$$y_j = -\sum_{i=1}^n e_{ai}(z_i - \tilde{z}_{ji}) = -\sum_{i=1}^n e_{ai} \left( \frac{x_i - \tilde{x}_{ji}}{\sigma_{x_i}} \right) = \sum_{i=1}^n e_{ai} \frac{\tilde{x}_{ji}}{\sigma_{x_i}} + \sum_{i=1}^n \left( -e_{ai} \frac{x_i}{\sigma_{x_i}} \right) \quad (21)$$

对上述线性功能函数  $y_j$ , 由 2.1 节的鞍点估计可知, 其 CGF 为:

$$K_{y_j}(t) = \sum_{i=1}^n e_{ai} \frac{\tilde{x}_{ji}}{\sigma_{x_i}} t + \sum_{i=1}^n K_{x_i} \left( -\frac{e_{ai}}{\sigma_{x_i}} t \right) \quad (22)$$

由鞍点估计可得出式(18)的线性功能函数各失效点的失效概率  $P_{f_j} = P\{y_j \leq 0\}$  与其对分布参数的偏导数  $\partial P_{f_j} / \partial \theta$ , 将其代入式(19)~式(20), 即可得出结构的  $P_f$  与  $\partial P_f / \partial \theta$  的估计值。

### 3 优化建模

为使设计的结构具有良好的稳健性, 不因外界噪声作用而出现较大波动, 要求结构对考察参数的灵敏度越小越好。在满足此条件的同时, 再尽量满足结构轻量化要求, 为此, 建立如下 3 个目标函数:

1) 根据第 2 节、第 3 节的建模思想, 以失效概率  $P_f$  对设计变量  $x_i$  的分布参数  $\mu_{x_i}$  处的联合灵敏度最小为第一个目标函数, 有:

$$f_1(\mathbf{x}) = \min \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial P_f}{\partial \mu_{x_i}} \right)^2} \quad \text{s.t.} \begin{cases} R - R_0 \geq 0 \\ q(\mathbf{x}) = 0 \\ h(\mathbf{x}) \geq 0 \end{cases} \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ;  $R_0$  为应满足的可靠度;  $R$  为由上述鞍点线抽样法得到的可靠度;  $q(\mathbf{x})$  为等式约束矩阵;  $h(\mathbf{x})$  为不等式约束矩阵。

2) 根据第 2 节~第 3 节的建模思想, 以失效概率  $P_f$  对设计变量  $x_i$  的分布参数  $\sigma_{x_i}$  处的联合灵敏度最小为第 2 个目标函数, 有:

$$f_2(\mathbf{x}) = \min \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{x_i}} \right)^2} \quad \text{s.t.} \begin{cases} R - R_0 \geq 0 \\ q(\mathbf{x}) = 0 \\ h(\mathbf{x}) \geq 0 \end{cases} \quad (24)$$

3) 对于实际结构, 往往还提出了经济性指标如

体积最小的问题, 为此, 建立第三个目标函数为:

$$f_3(\mathbf{x}) = \min \{V\} \quad \text{s.t.} \begin{cases} q(\mathbf{x}) = 0 \\ h(\mathbf{x}) \geq 0 \end{cases} \quad (25)$$

式中,  $V$  为结构的体积。

## 4 杂交 SAPSO-SFLA 协同优化算法

为了实现结构的稳健设计, 必须提供一种可求解上述多目标问题的工程可靠性稳健设计方法<sup>[11]</sup>。为此, 特提出如下杂交 SAPSO-SFLA 协同优化算法。其基本思想是, 先对基本 PSO 算法与 SFLA 进行改进, 再让两者杂交, 以进一步提高其收敛性, 然后, 再按照协同优化的思想求解多目标问题。

### 4.1 自适应粒子群优化(SAPSO)算法

#### 4.1.1 基本粒子群优化算法

PSO 算法是源于对鸟群觅食行为的模拟而提出的一种基于群体智能的全局优化算法<sup>[12]</sup>。在该算法中, 每个粒子具有位置和速度两个特征, 它是一个  $z_s$  维向量, 代表一个在  $z_r$  维空间中的解。若用  $x_r$ 、 $v_r$  与  $p_r$  分别代表粒子  $r$  的一个解向量、飞行速度与迄今所达到的最好位置, 用  $p_g$  代表整个群体迄今所达到的最好位置, 则 PSO 算法的进化方程可描述为:

$$v_r^{t+1} = w_r v_r^t + \rho_1 r_1^t (p_r^t - x_r^t) + \rho_2 r_2^t (p_g^t - x_r^t) \quad (26)$$

$$x_r^{t+1} = x_r^t + v_r^{t+1} \quad (27)$$

式中:  $r = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为种群规模;  $t$  为进化代数;  $w(t)$  为第  $t$  代的惯性系数; 学习因子  $\rho_1$ 、 $\rho_2$  的取值域为  $[0, 2]$ , 一般取  $\rho_1 = \rho_2 = 2$ 。  $r_1^t \in [0, 1]$ 、 $r_2^t \in [0, 1]$  为均匀分布的随机数。

为使惯性系数体现出一定的自适应性,  $w_r$  可采用如下线性衰减公式为:

$$w_r = w_{\max} - \frac{t \times (w_{\max} - w_{\min})}{T} \quad (28)$$

式中, 加权系数  $w_{\max} = 0.9$ ,  $w_{\min} = 0.2$ ,  $T$  为最大进化代数。

#### 4.1.2 自适应粒子群优化算法

因粒子对全局最优值的不断追踪使粒子群在进化过程中表现出强烈的趋同性, 故上述基本 PSO 算法的求解过程是粒子的多样性逐渐丧失的过程, 从而易出现“早熟”。为克服上述问题, 本文特提出如下策略: 按照适应值的不同将群体分为 3 个子群, 对他们分别采用不同的自适应操作, 以使群体始终保持惯性权重的多样性。因惯性权重较小的粒

子具有较好的局部寻优能力,可加速算法收敛,而惯性权重较大的粒子,其早期可以进行全局寻优,而后期却又可跳出局部最优,避免算法早熟。因此,上述策略可使不同惯性权重的粒子各尽其责,全局寻优和局部寻优同时并进。

设第  $t$  代中粒子  $r$  的适应值为  $f_r$ , 群体中的最优粒子其适应值为  $f_m$ , 所有粒子的平均适应值为

$$f_{\text{avg}} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N f_r, \text{ 对于适应值优于 } f_{\text{avg}} \text{ 的粒子, 若}$$

其均值为  $f'_{\text{avg}}$ , 设  $\Delta = |f_m - f'_{\text{avg}}|$ , 其惯性权重调整为:

1) 对于适应值优于  $f'_{\text{avg}}$  的优秀粒子, 因其适应值较接近全局最优, 应赋予较小的惯性权重, 以加速向全局最优解收敛, 故将其惯性权重调整为

$$w_r = \frac{w_{\text{max}} + w_{\text{min}}}{2} - \frac{w_{\text{max}} - w_{\text{min}}}{2} \cdot \left| \frac{f_r - f'_{\text{avg}}}{f_m - f'_{\text{avg}}} \right| \quad (29)$$

2) 对于适应值优于  $f_{\text{avg}}$  但劣于  $f'_{\text{avg}}$  的一般粒子, 因他们具有良好的全局寻优能力与局部寻优能力, 可保持其惯性权重不变, 如取  $w_r = \frac{w_{\text{max}} + w_{\text{min}}}{2}$ 。

3) 对于适应值劣于  $f_{\text{avg}}$  的较差粒子, 借鉴遗传算法中控制参数的调整方法, 按式(30)自适应地调整其惯性权重。

$$w_r = 1.5 - \frac{1}{1 + k_1 \exp(-k_2 \Delta)} \quad (30)$$

式中,  $k_1$ 、 $k_2$  为设定的常数。

由上可知, 若粒子较为分散, 则  $\Delta$  较大, 式(28)可降低粒子的  $w_r$ , 加强局部寻优, 使群体收敛, 反之, 则  $\Delta$  较小, 式(30)可增大粒子的  $w_r$ , 从而使粒子具有较强的探索能力, 从而有效跳出局部最优。

## 4.2 混合蛙跳算法及其改进

### 4.2.1 混合蛙跳算法

混合蛙跳算法(SFLA)是一种基于群体智能的生物进化算法<sup>[14]</sup>。对于一个  $n$  维优化问题, 群体中的第  $i$  只青蛙可表示为  $x_i$  ( $1 \leq i \leq N$ , 其中  $N$  为群体规模)。当初始群体产生之后, 将群体内的青蛙按适应值进行降序排列, 再将整个群体分成  $F$  个族群, 每个族群含有  $G$  只青蛙, 则  $N = FG$ 。在划分过程中, 第 1 只青蛙进入第 1 个族群, 第 2 只青蛙进入第 2 个族群, 第  $F$  只青蛙进入第  $F$  个族群。然后, 第  $F+1$  只青蛙又进入第 1 个族群, 第  $F+2$  只青蛙进入第 2 个族群, 依此类推, 直到将全部青蛙划分

完毕。

对于每一个族群, 将具有最好与最差适应值的解分别表示为  $x_b$ 、 $x_w$ , 将整个群体内适应值最优的解表示为  $x_g$ 。然后, 对每个族群进行局部深度搜索, 每次均针对  $x_w$  进行, 其更新策略为<sup>[14]</sup>:

$$d_j = \text{rand}() \times (x_{bj} - x_{wj}) \quad (31)$$

$$x'_{wj} = x_{wj} + d_j, \quad -d_{\text{max}} \leq d_j \leq d_{\text{max}} \quad (32)$$

式中,  $x'_{wj}$  表示解更新后的第  $j$  维,  $d_j$  表示分量  $j$  上的移动距离,  $\text{rand}()$  为  $[0,1]$  内服从均匀分布的随机数,  $d_{\text{max}}$  表示青蛙所允许改变的最大位置。

经过上述更新后, 如果得到的解  $x'_{wj}$  优于原来的解  $x_{wj}$ , 则将它替换之, 否则, 就用  $x_g$  取代  $x_b$  重新按式(31)~式(32)进行更新, 若仍无改进, 则随机产生一个新的解取代原  $x_{wj}$ , 并重复这一更新操作, 直到设定的迭代次数为止。当所有族群的局部深度搜索完成之后, 将全部族群的青蛙重新混合、排序与划分族群, 然后再进行局部深度搜索, 如此反复, 直到达到预先设定的混合次数。

### 4.2.2 混合蛙跳算法的改进

在移动过程中, 青蛙往往根据上次移动距离来确定本次移动距离, 为此, 在每个族群进行局部深度搜索时, 在分量  $j$  上引入上次移动距离, 表示对过去经验的记忆, 故式(31)可改写为:

$$d'_j = d_j + \text{rand}() \cdot (x_{bj} - x_{wj}) \quad (33)$$

式中,  $d_j$  表示上次更新时在分量  $j$  上的移动距离,  $d'_j$  表示本次更新时在分量  $j$  上的移动距离。从式(33)可知,  $d'_j$  包含了对过去经验的记忆, 从而具备初步的学习功能, 故具有更强的寻优能力。

经过更新后, 若所得解  $x'_{wj}$  优于原来的解  $x_{wj}$ , 则用  $x'_{wj}$  取代之, 否则, 按式(34)计算移动距离:

$$d'_j = \text{rand}() \cdot (x_{gj} - x_{wj}) \quad (34)$$

将式(34)代入式(32), 即可得新的解  $x'_{wj}$ 。由于按式(33)更新后的解比原来的解更差, 说明上次移动的距离不够理想, 为了消除历史的不良影响, 式(34)不包含上次移动距离, 从而使青蛙能快速移到全局最优解附近, 加快收敛。若与  $x_{wj}$  相比,  $x'_{wj}$  的性能仍无改进, 则仍随机产生一个新的解取代原来的解  $x_{wj}$ , 并执行上述操作。

从上述可知, SFLA 算法操作简单、应用方便, 但与其他算法一样, 仍有可能存在早熟、收敛速度慢及收敛精度还有待改善的问题。然而, 因 SAPSO 与 SFLA 都从解的初始群体开始, 随机搜索与系统评价都以适应值为准则, 故可将两种全局优化算法

的搜索能力合理地结合起来，提出一种融合两者优点的新算法，称为杂交 SAPSO-SFLA 算法。

### 4.3 杂交 SAPSO-SFLA 算法

对于所提杂交 SAPSO-SFLA，现用图 2 作如下概述。当解答一个  $n$  维问题时，杂交 SAPSO-SFLA 选用群体规模  $N=3n$  的个体。将初始的  $3n$  个粒子按适应值排序后，对顶部的  $n$  个粒子，让其按照 SFLA 参与进化，而其余的  $2n$  个粒子则按照 SAPSO 算法加以调整。其调整程序是先选择全局极值，再选择邻域极值，最后更新速度。全局最优粒子根据适应值的排序即可确定。邻域极值的确定方法是先将  $2n$  个粒子均等分成  $n$  个邻域，再将每个邻域内适应值较优的粒子作为该邻域的邻域极值。然后据式(26)~式(29)更新每个粒子的速度与位置。最后，再将  $3n$  个粒子重新排序，以重复上述整个运行过程。

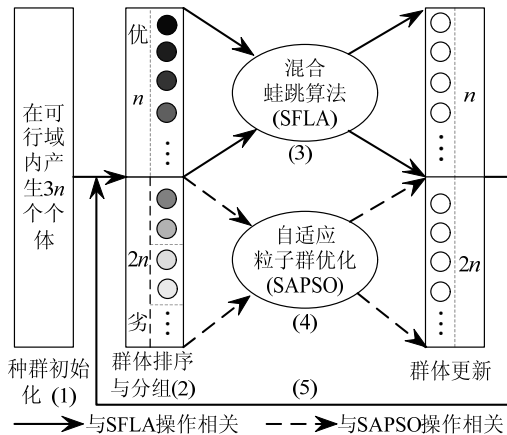


图2 杂交 SAPSO-SFLA 概述

Fig.2 Summary of hybrid SAPSO-SFLA

### 4.4 杂交 SAPSO-SFLA 协同算法

基于协同进化<sup>[17]</sup>的思想，杂交 SAPSO-SFLA 协同算法是将整个群体分解(或克隆)为若干个子群体，各个子群体单独根据杂交 SAPSO-SFLA 算法进化，当达到更新周期时，更新全局最好位置。这样，各个子群体既能在本子群体内不断地进行全面搜索，不会迷失自己的寻优方向，又能周期性地共享全局最好位置，促使粒子找到最优值，同时，将整个群体分解为多个子群体可维持群体的多样性，对抑制“早熟”起着积极作用。

种群初始化后，根据子目标函数的个数，将它分解或克隆为  $M$  个子群体，每个子群体分别对应一个子目标函数，共享初始最好位置及对应的最好值。然后，各个子群体分别单独根据杂交 SAPSO-SFLA 算法开始进化，不断更新子群体内各个粒子

的速度和位置，当进化到第  $t_R$  代时，比较该  $M$  个子群体的当前最好值  $p_{gi}(i=1,2,\dots,M)$ ，将其最好值作为当前全局最优值  $p_G$ ，并在各个子群体内共享该信息。然后，各个子群体又继续进化，每隔  $t_R$  代更新共享信息，不断循环，直到满足收敛准则或终止进化代数。杂交 SAPSO-SFLA 协同算法框架如图 3 所示。

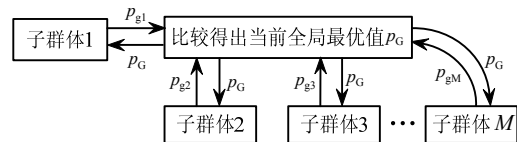


图3 杂交 SAPSO-SFLA 协同算法框图

Fig.3 Block diagram of hybrid SAPSO-SFLA collaborative algorithm

一般而言，多目标协同优化比较的方法是：任一目标函数值均不劣于其对应目标函数历史最优值时，则用当代解去替换历史最优解，否则不予替换。但因可靠性灵敏度的分析是依据抽样统计的方式进行的，故其分析过程不可避免地存在一定的误差，从而，当目标函数中含有可靠性灵敏度函数时，往往会导致其多目标协同优化难以收敛，为此特提出如下利用误差的思想：若第  $t$  代任一可靠性灵敏度函数值  $f(t)$  大于其前  $t-1$  代的历史最优值  $f^*$ ，且其相对误差的绝对值小于某一值  $\varepsilon^*$ ，即：

$$\left| \frac{f^* - f(t)}{f^*} \right| < \varepsilon^* \quad (35)$$

则认为两函数值无明显差别，可以采用如下两种方式计算第  $t$  代的可靠性灵敏度函数值  $f(t)$ ：① 令  $f(t) = f^*$ ；②  $f(t) = f^* - r(f(t) - f^*)$ 。

对于  $\varepsilon^*$ ，可以预先设定，如  $\varepsilon^* = 5\%$ ，也可以根据进化进程，采用如下方式自适应地进行调整：

$$\varepsilon^* = \begin{cases} \frac{k_1(\varepsilon_{\max} - \varepsilon)}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\text{avg}}} & \varepsilon \geq \varepsilon_{\text{avg}} \\ k_2 & \varepsilon < \varepsilon_{\text{avg}} \end{cases} \quad (36)$$

式中： $\varepsilon_{\max}$  为迄今相对误差绝对值的最大值； $\varepsilon$  为当代目标函数值与历史最优函数值相对误差的绝对值； $\varepsilon_{\text{avg}}$  为迄今相对误差绝对值的平均值； $k_1$ 、 $k_2$  为设定常数。

## 5 优化试验

为检验上述所建数力模型与所提算法的效果，以某土压平衡盾构 3 级行星减速器(型号为 NGW)的箱体为例进行优化。已知其输入转矩为  $T_s =$

1489N·m, 箱体所用材料为 17CrNi2MoAl, 其屈服强度  $\sigma_s=785\text{MPa}$ , 假设各基本变量均相互独立, 设计过程中所涉基本参数见表 1~表 3。

表1 减速器各级基本参数及取值

Table 1 Basic parameter values of each-stage planet reducer

名 称	第一级	第二级	第三级
太阳轮齿数 $z_s$	21	25	24
内齿圈齿数 $z_r$	55	63	76
行星轮个数 $n_p$	4	4	5
箱体长 $b/\text{mm}$	57	92	114
齿根圆直径 $d_f/\text{mm}$	229.8328	262.3712	395.9510

(1) 确定设计变量。

因盾构行星减速器箱体每一级的长度与内径均已由相关结构参数确定, 箱体螺栓孔内径也可依据设定的预紧力大小预先确定, 故结构参数中只需对箱体厚度  $h$  进行设计即可。为了确保箱体的安全

性, 需设置一定的安全系数  $S$ , 也将其作为设计变量来处理, 故设计变量为  $\mathbf{x}=[h, S]^T$ 。

(2) 建立力学模型。

当忽略箱体自重产生的弯矩时, 箱体应力来源于: ① 轮系扭矩作用于内齿轮轮齿后在箱体上产生的弯矩而造成的弯曲应力; ② 紧固螺栓在预紧力作用下产生的压应力。据有限元分析结果, 与前者相比, 后者应力要小得多, 为此, 在建立力学模型时, 本文不考虑紧固螺栓的作用, 故作用于单个轮齿上的扭矩可表示为:

$$T = \frac{T_r}{\varepsilon n_p}, \quad T_r = p T_s, \quad p = \frac{z_r}{z_s} \quad (37)$$

式中:  $T$  为作用于单个轮齿上的扭矩;  $T_r$  与  $T_s$  分别为内齿圈与太阳轮上的转矩;  $n_p$  为行星轮的个数;  $p$  为行星排的特性参数;  $\varepsilon$  为重合度系数。

表2 基本随机变量的分布类型及参数取值

Table 2 Distribution type and parameters values of the basic random variables

基本随机变量 $x$	分布参数 1	分布参数 2	特征参数 1( $u_x$ )	特征参数 2( $\sigma_x$ )	变异系数 $C_v$	分布类型
材料屈服强度 $\sigma_s/\text{MPa}$	513.0680	1056.9320	785	157	0.2	均匀
安全系数 $S$	第一级	—	—	—	0.1	均匀
	第二级	—	—	—	0.1	
	第三级	—	—	—	0.1	
输入扭矩 $T_s/(\text{N} \cdot \text{m})$	第一级	1354.9742	232.1937	1489	297.8	极大值 I 型
	第二级	4903.9327	840.3572	5389	1077.8	
	第三级	17261.5881	2958.0137	18969	3793.8	
综合修正系数 $k_s$	第一级	1.8335	0.1760	6.3536	1.2707	对数 正态
	第二级	1.1854	0.2402	3.3677	0.6735	
	第三级	0.6138	0.3132	1.9404	0.3881	
重合度系数 $\varepsilon$	第一级	1.5723	0.0314	1.5723	0.0314	正态
	第二级	1.5077	0.0302	1.5077	0.0302	
	第三级	1.4855	0.0297	1.4855	0.0297	
箱体长 $b/\text{mm}$	第一级	57	1.14	57	1.14	正态
	第二级	92	1.84	92	1.84	
	第三级	114	2.28	114	2.28	
螺栓孔直径 $d/\text{mm}$	第一级	18	0.36	18	0.36	正态
	第二级	18	0.36	18	0.36	
	第三级	22	0.44	22	0.44	
箱体厚 $h/\text{mm}$	第一级	—	—	—	—	正态
	第二级	—	—	—	—	
	第三级	—	—	—	—	

注: 对于均匀分布, 分布参数 1 与 2 分别指下限与上限; 对于极大值 I 型分布、对数正态分布、正态分布, 分布参数 1 与 2 均分别指其均值与方差, 除正态分布外, 他们与数据的特征参数不同。“—”所对应的变量为设计变量。

表3 设计变量的定义域

Table 3 Regions of the design variables

设计变量 $x$	厚度 $h$		安全系数 $S$	
	下限/mm	上限/mm	下限	上限
第一级	18	47	2	4
第二级	18	50	2	4
第三级	22	62	2	4

在型号为 NGW 的行星减速器中, 各级输入扭矩  $T_{s_i}$  ( $i=1,2,3$ ) 存在如下关系<sup>[11]</sup>:

$$T_{s_i} = (1 + p_{i-1})T_{s_{i-1}}, \quad i = 2,3 \quad (38)$$

显然, 扭矩  $T$  在箱体上主要以弯矩  $M$  的形式作用于单个轮齿邻域, 令  $M = T$ , 若该邻域有一螺栓孔, 如图 4 所示, 因该截面的抗弯截面系数最小,



故  $aa$  面即为最危险面。当螺栓孔中心位于箱体壁厚正中央时, 其抗弯截面系数为:

$$W = \left( \frac{1}{12}bh^3 - \frac{1}{12}bd^3 \right) / \frac{h}{2} = \frac{b}{6h}(h^3 - d^3) \quad (39)$$

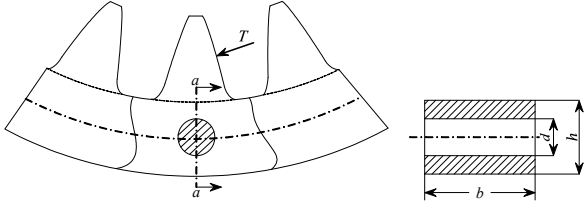


图4 箱体受力分析

Fig.4 Force figure of the gearbox

为此, 该截面的弯曲应力为:

$$\sigma' = \frac{M}{W} = \frac{6hT_s}{\varepsilon b(h^3 - d^3)} \cdot \frac{z_r}{z_s n_p} \quad (40)$$

参照计算齿根弯曲应力的思想<sup>[18]</sup>, 引入重合度系数  $Y_{\varepsilon p}$ 、应力修正系数  $Y_{Sa}$ 、齿形系数  $Y_{Fa}$  及载荷系数  $K$  来修正箱体在实际啮合过程中  $aa$  面齿根部分受到的应力, 故有:

$$\sigma = Y_{\varepsilon p} Y_{Sa} Y_{Fa} K \sigma'_{\max} = K_s \sigma' \quad (41)$$

式中,  $K_s = Y_{\varepsilon p} Y_{Sa} Y_{Fa} K$ , 其各级系数取值见表 3。

对于最危险截面  $aa$ , 根据应力-强度干涉理论, 在考虑一定安全裕度的条件下, 以应力极限状态表示的状态方程为:

$$g(\mathbf{x}) = \frac{\sigma_s}{S} - \sigma = \frac{\sigma_s}{S} - \frac{6hT_s k_s}{\varepsilon b(h^3 - d^3)} \cdot \frac{z_r}{z_s n_p} \quad (42)$$

式中,  $\mathbf{x} = (\sigma_s, S, T_s, k_s, \varepsilon, b, d, h)^T$ ,  $\sigma_s$  为材料屈服强度,  $S$  为安全系数。

因  $z_r$ 、 $z_s$  及  $n_p$  均为整数值, 且其在啮合过程中受到严格的约束, 在此作常数看待, 故其式(42)中的基本随机变量  $x$  不包含  $z_r$ 、 $z_s$ 、 $n_p$ 。由式(42)可知, 功能函数  $g(\mathbf{x})$  是非线性的, 其各基本参数的分布类型及其特征值见表 2。同时, 根据表 2 中变量的基本类型及其特征参数值, 计算其分布参数值, 并将其计算结果也填入表 2。

(3) 建立数学模型。

a) 确定目标函数

① 参照第 4 节的优化模型, 以失效概率  $P_f$  对设计变量  $x_i$  的分布参数  $\mu_{x_i}$  的联合灵敏度最小为第一个目标函数, 故第一个目标函数可表示为:

$$f_1(x) = \min \sqrt{\sum_{i=1}^8 \left( \frac{\partial P_f}{\partial \mu_{x_i}} \right)^2} \quad (43)$$

② 同样, 以失效概率  $P_f$  对设计变量  $x_i$  的分布参数  $\sigma_{x_i}$  的联合灵敏度最小为第 2 个目标函数, 有:

$$f_2(x) = \min \sqrt{\sum_{j=1}^8 \left( \frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{x_j}} \right)^2} \quad (44)$$

③ 对于箱体体积最小的问题, 由于每一级的长度已经确定, 故只需求箱体横截面面积最小即可, 当忽略螺栓孔尺寸时, 第 3 个目标函数可建立为:

$$f_3(x) = \frac{1}{4} \pi [(d_f + h)^2 - d_f^2] \quad (45)$$

b) 确定约束条件

① 1~3 级箱体设计变量  $x$  的定义域见表 3;

② 功能函数  $g(\mathbf{x}) \geq 0$ ; ③ 失效概率  $P_f < 0.1$ ; ④ 因盾构机行星减速器时常受到冲击载荷的作用, 故要求在一般载荷作用下, 失效概率对设计变量均值与方差的灵敏度其数量级分别达到  $10^{-2}$  与  $10^{-1}$ 。

4) 优化求解

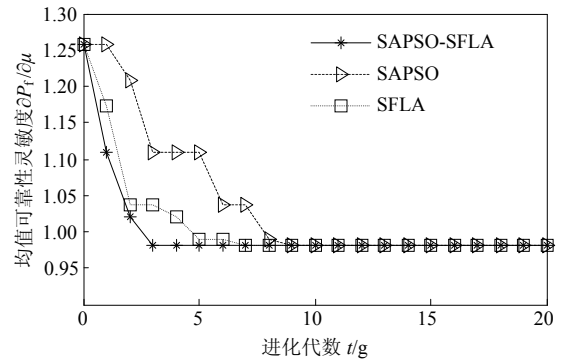
运用上述所提杂交 SAPSO-SFLA 协同优化算法, 就建立的土压平衡盾构行星减速器箱体的三目标函数式(43)~式(45)在上述 4 个约束条件下进行求解, 其优化效果如图 5~图 7 所示, 同时, 利用改进后的 SAPSO 与 SFLA 也对算例进行了优化, 以显示所提杂交算法的优越性。

从图 5~图 7 可知, 与 SAPSO 和 SFLA 相比, 杂交 SAPSO-SFLA 的收敛速度更快。由上述算法求得的设计变量  $x$  的最优解如表 4 所示, 同时, 将优化前的箱体厚度也列于此表中, 以便比较。

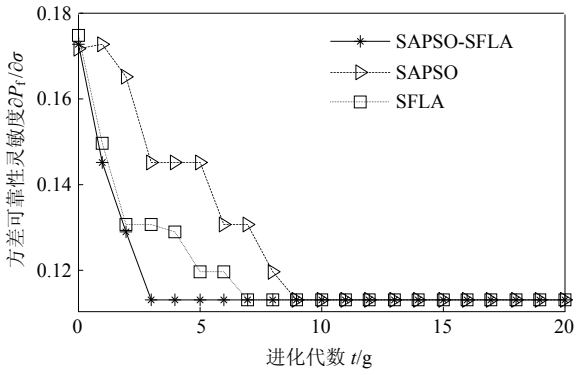
表4 箱体壁厚与安全系数优化前后分级对照

Table 4 Thickness and safety coefficient of each-stage gearbox before & after optimization

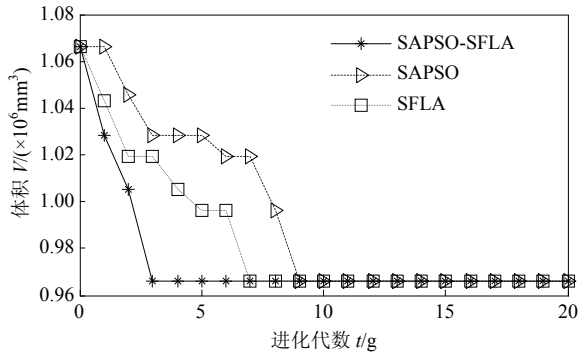
设计变量 $x$	厚度 $h$ /mm		安全系数 $S$	
	优化前	优化后	优化前	优化后
第一级	47	43	3	2.3
第二级	50	46.5	2.8	2.25
第三级	62	57	2.55	2



(a) 均值可靠性灵敏度

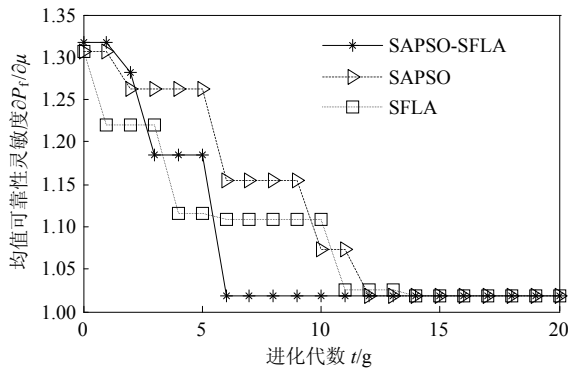


(b) 方差可靠性灵敏度

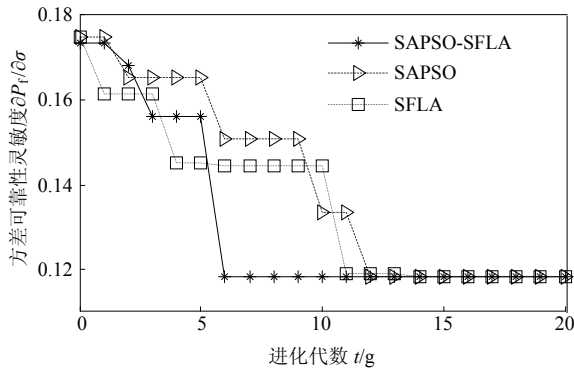


(c) 体积

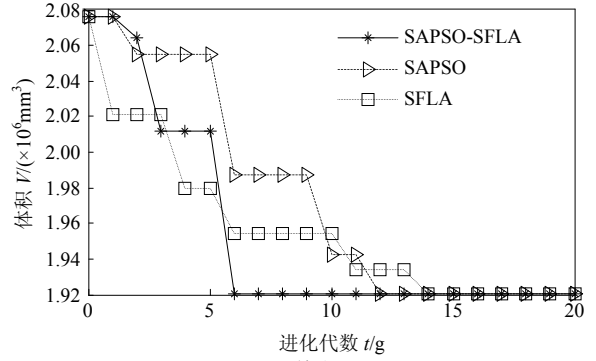
图5 三种算法分别优化第一级箱体的收敛性比较  
Fig.5 Convergence comparison of optimizing the 1st gearbox with 3 algorithms respectively



(a) 均值可靠性灵敏度

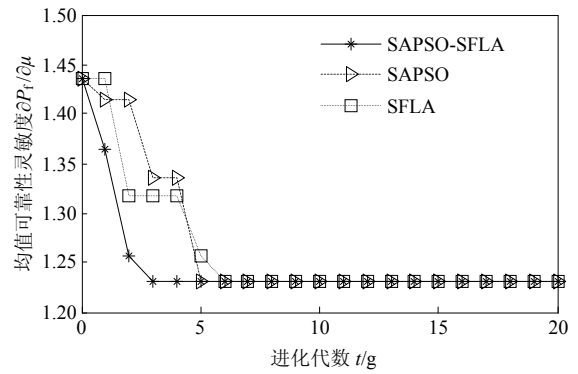


(b) 方差可靠性灵敏度

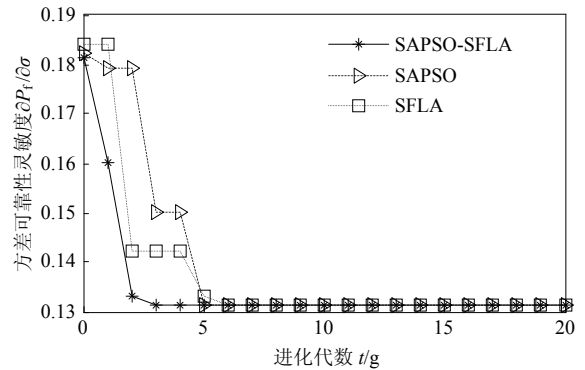


(c) 体积

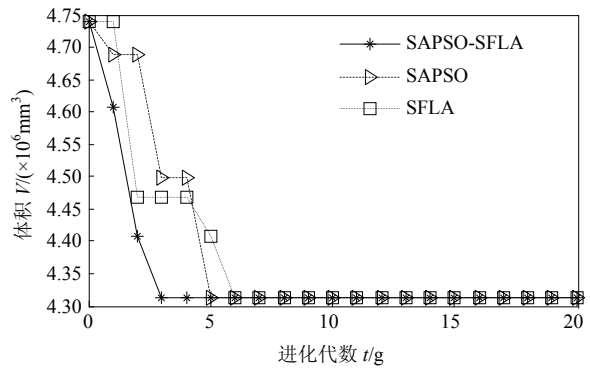
图6 三种算法分别优化第二级箱体的收敛性比较  
Fig.6 Convergence comparison of optimizing the 2nd gearbox with 3 algorithms respectively



(a) 均值可靠性灵敏度



(b) 方差可靠性灵敏度



(c) 体积

图7 三种算法分别优化第三级箱体的收敛性比较  
Fig.7 Convergence comparison of optimizing the 3rd gearbox with 3 algorithms respectively

表5 优化前后箱体体积及减小率对照

Table 5 Contrast of gearbox volume and its reduction ratio before &amp; after optimization

	第一级	第二级	第三级	总体积
优化前 $V_1 \times 10^6 / \text{mm}^3$	1.0661	2.0764	4.7402	7.8827
优化后 $V_2 \times 10^6 / \text{mm}^3$	0.9676	1.9193	4.3324	7.2194
减少率 $(V_2 - V_1) / V_1 / (\%)$	9.23	7.57	8.60	8.42

从表 5 可以看出, 本文所提 SAPSO-SFLA 算法

可使盾构行星减速器箱体的体积减少 8.42%。

为了验证本文所提基于黄金分割二分法的鞍点线抽样法在估计非正态变量空间中复杂多变的隐式非线性结构的可靠性及其灵敏度的有效性, 对优化后的行星减速器箱体进行上述分析, 并将其分析结果与 Monte Carlo 法(MCS)的分析结果均汇总于表 6, 以便对照。

表6 本文方法与 MCS 分析各级箱体最优结构的失效概率及灵敏度结果对照

Table 6 Results contrast of failure probability and its sensitivity by analyzing the optimal structure of each-stage gearbox with present method and MCS, respectively

名 称	第一级			第二级			第三级		
	MCS	本文方法	误差/(%)	MCS	本文方法	误差/(%)	MCS	本文方法	误差/(%)
失效概率 $P_f$	0.0654	0.0663	-1.32	0.0719	0.0715	0.56%	0.0842	0.0833	1.07
抽样点数	$10^6$	2000	—	$10^6$	2000	—	$10^6$	2000	—
强度 $\sigma_s$ 的均值可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \mu_{\sigma_s} \times 10^{-5}$	-2.9483	-2.9221	0.89	-2.9682	-3.0000	-1.07	-3.2391	-3.2083	0.95
强度 $\sigma_s$ 的方差可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \sigma_{\sigma_s} \times 10^{-5}$	-4.2556	-4.1892	1.56	-4.2842	-4.1921	2.15	-4.6752	-4.7748	-2.20
系数 $S$ 的均值可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \mu_S \times 10^{-2}$	-0.9768	-0.9792	-0.25	-1.0181	-1.0108	0.72	-1.2313	-1.2233	0.65
系数 $S$ 的方差可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \sigma_S \times 10^{-2}$	-2.9049	-2.8515	1.84	-2.9894	-2.9443	1.51	-3.6701	-3.6143	1.52
扭矩 $T_s$ 的均值可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \mu_{T_s} \times 10^{-6}$	-5.9517	-5.8106	2.37	-1.5979	-1.6385	-2.54	-0.4892	-0.4806	1.76
扭矩 $T_s$ 的方差可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \sigma_{T_s} \times 10^{-5}$	-1.3042	-1.3440	-3.05	-0.3557	-0.3667	-3.08	-0.1071	-0.1051	1.83
系数 $k_s$ 的均值可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \mu_{k_s} \times 10^{-5}$	-9.9452	-9.7483	1.98	-6.8935	-6.7480	2.11	-3.7696	-3.8729	-2.74
系数 $k_s$ 的方差可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \sigma_{k_s} \times 10^{-2}$	-2.4491	-2.3871	2.53	-2.0308	2.0028	1.38	-1.8132	-1.8341	-1.15
系数 $\varepsilon$ 的均值可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \mu_\varepsilon \times 10^{-3}$	-1.0144	-1.0062	0.81	-0.7244	-0.7087	2.17	-0.2332	-0.2321	0.46
系数 $\varepsilon$ 的方差可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \sigma_\varepsilon$	-0.1057	-0.1080	-2.14	-0.1120	0.1110	0.93	-0.1247	-0.1236	0.92
箱长 $b$ 的均值可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \mu_b \times 10^{-5}$	3.3986	3.3310	1.99	-0.6953	-0.6801	2.19	0.3767	0.3858	-2.35
箱长 $b$ 的方差可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \sigma_b \times 10^{-3}$	-2.9537	-2.8943	2.01	-1.8358	-1.8591	-1.27	-1.6005	-1.5783	1.39
直径 $d$ 的均值可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \mu_d \times 10^{-5}$	3.6385	3.5865	1.43	7.7353	7.4947	3.11	-6.0084	-0.5906	2.70
直径 $d$ 的方差可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \sigma_d \times 10^{-3}$	-9.4087	-9.5790	-1.80	-9.2537	-9.1251	1.39	-8.2639	-8.1656	1.19
箱厚 $h$ 的均值可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \mu_h \times 10^{-5}$	7.2527	7.1265	1.74	2.4707	2.4324	1.55	-3.1821	-3.2492	-2.11
箱厚 $h$ 的方差可靠性灵敏度 $\partial P_f / \partial \sigma_h \times 10^{-3}$	-3.9674	-3.8758	2.31	-3.6272	-3.5858	1.14	-3.2517	-3.2917	-1.23

从表 6 可以看出, 本文所提基于黄金分割二分法的鞍点线抽样法能很好地估计非正态变量空间中复杂多变的隐式非线性结构的可靠性及其灵敏度, 其精度可以与 MCS 相媲美, 而其速度快于 MCS。

## 6 结论

(1) 本文在鞍点线抽样的基础上, 针对非正态变量空间中复杂多变的隐式非线性功能函数的可靠性及灵敏度的问题, 提出了基于黄金分割二分法的鞍点线抽样法。该方法不仅充分继承了标准正态空间中线抽样法的优点, 还有效发挥了鞍点估计在非正态变量空间中分析线性功能函数结构的相关可靠性时精度高的特点, 且无需求功能函数的导数或偏导数, 从而很适合于隐式功能函数的求解。算

例表明, 它能精确估计非正态变量空间中非线性功能函数的失效概率及其灵敏度。

(2) 由于随机变量的矩生成函数或累积生成函数有限, 在一定程度上限制了黄金分割二分法鞍点线抽样法的应用, 为此, 对于不存在 CGF 的随机变量, 需首先将其转换为现有 CGF 分布类型的变量后, 方可进行后续操作。如对于算例中的对数正态分布变量  $x$ , 可利用  $y = \ln x$  将其转变成正态分布变量  $y$ , 再利用正态分布的 CGF 进行可靠性分析。

(3) 本文针对粒子群算法在寻优过程中多样性不断丧失而导致局部极值的问题, 按照适应值的不同将群体分成 3 个子群体, 对他们分别采用不同的自适应操作, 使群体始终保持了惯性权重的多样性, 从而避免了早熟现象。同时, 提出的让青蛙在借鉴中学习的思想, 也进一步增强了混合蛙跳算法

的自我寻优机制。因此,融合两者优点提出的杂交 SAPSO-SFLA 新算法,无疑有很好的收敛性。算例表明,与自适应粒子群优化和混合蛙跳算法相比,所提杂交自适应粒子群-混合蛙跳算法不仅具有更快的收敛速度,其鲁棒性还能使盾构机行星减速器箱体体积减小 8.42%。

#### 参考文献:

- [1] Melchers R E, Ahammed M. A fast approximate method for parameter sensitivity estimation in Monte Carlo structural reliability [J]. *Computers and Structures*, 2004, 82(1): 55—61.
- [2] Schueller G I, Pradlwarter H J, Koutsourelakis P S. A critical appraisal of reliability estimation procedures for high dimensions [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2004, 19(4): 463—474.
- [3] Pradlwarter H J, Pellissetti M F. Realistic and efficient reliability methods estimation for aerospace structures [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, 194(16): 1597—1617.
- [4] 宋述芳, 吕震宙. 基于鞍点估计及其改进法的可靠性灵敏度分析[J]. *力学学报*, 2011, 43(1): 162—168.  
Song Shufang, Lü Zhenzhou. The reliability sensitivity analysis based on saddlepoint approximation and its improved method [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(1): 162—168. (in Chinese)
- [5] 金雅娟, 张义民, 张艳林. 基于鞍点逼近的机械零部件可靠性及其灵敏度分析[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(12): 102—107.  
Jin Yajuan, Zhang Yimin, Zhang Yanlin. Analysis of reliability and reliability sensitivity for machine components by mean-value first order saddlepoint approximation [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(12): 102—107. (in Chinese)
- [6] Huang Beiqing, Du Xiaoping. Probabilistic uncertainty analysis by mean-value first order saddlepoint approximation [J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2008, 93(2): 325—336.
- [7] Du Xiaoping, Sudjianto A. First order saddle point approximation for reliability analysis [J]. *AIAA Journal*, 2004, 42(6): 1199—1207.
- [8] 傅英定, 成孝予, 唐应辉. 最优化理论与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 129—132.  
Fu Yingding, Cheng Xiaoyu, Tang Yinghui. *Optimization theory and method* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 129—132. (in Chinese)
- [9] 王宏伟, 吕震宙, 赵洁. 含模糊随机变量的多模式系统广义失效概率计算的内插迭代线抽样方法[J]. *应用力学学报*, 2009, 26(2): 365—370.  
Wang Hongwei, Lü Zhenzhou, Zhao Jie. General failure probability assessment for multi-mode system with fuzzy random variables by improved line sampling [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2009, 26(2): 365—370. (in Chinese)
- [10] 薛晓敏, 孙清, 张陵, 等. 基于遗传算法策略的含时滞结构振动主动控制研究[J]. *工程力学*, 2011, 28(3): 143—149.  
Xue Xiaomin, Sun Qing, Zhang Ling, et al. Research on active control for time delayed structure using modified genetic algorithm [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(3): 143—149. (in Chinese)
- [11] 张干清, 龚宪生. 基于改进免疫遗传算法的机械零件的结构优化[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2011, 42(11): 3359—3369.  
Zhang Ganqing, Gong Xiansheng. Structural optimization for mechanical elements by modified immune genetic algorithm [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2011, 42(11): 3359—3369. (in Chinese)
- [12] 张干清, 龚宪生, 王欢欢, 等. 基于可靠灰色粒子群算法的盾构机行星减速器轮系的多目标优化设计[J]. *机械工程学报*, 2010, 46(23): 135—145.  
Zhang Ganqing, Gong Xiansheng, Wang Huanhuan, et al. Multi-objective optimization design on gear train of planetary reducer in shield tunneling machine based on reliably grey particle swarm optimization [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(23): 135—145. (in Chinese)
- [13] Elbeltagi E, Hegazy T, Grierson D. Comparison among five evolutionary-based optimization algorithms [J]. *Advanced Engineering Informatics*, 2005, 19(1): 43—53.
- [14] 郑仕链, 楼才义, 杨小牛. 基于改进混合蛙跳算法的认知无线电协作频谱感知[J]. *物理学报*, 2010, 59(5): 3611—3617.  
Zheng Shilian, Lou Caiyi, Yang Xiaoniu. Cooperative spectrum sensing for cognitive radios based on a modified shuffled frog leaping algorithm [J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(5): 3611—3617. (in Chinese)
- [15] Daniels H E. Saddlepoint approximations in statistics [J]. *Ann Math Statist*, 1954, 25(4): 631—650.
- [16] Song Shufang, Lü Zhenzhou. Saddlepoint approximation based structural reliability analysis with non-normal random variables [J]. *Science China Technological Science*, 2010, 53: 566—576.
- [17] 陈乃仕, 王海宁, 周海明, 等. 协同粒子群算法在电力市场 ACE 仿真中的应用[J]. *电网技术*, 2010, 34(2): 138—142.  
Chen Naishi, Wang Haining, Zhou Haiming, et al. Application of cooperative particle swarm algorithm in agent-based computational economics simulation of electricity market [J]. *Power System Technology*, 2010, 34(2): 138—142. (in Chinese)
- [18] 龙振宇. 机械设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002: 188—200.  
Long Zhenyu. *Mechanic design* [M]. Beijing: China Machine Press, 2002: 188—200. (in Chinese)