

文章编号: 1000-4750(2013)06-0346-07

# 基于 CFD 技术的螺旋桨风机气流速度场 数值模拟研究

刘振东<sup>1</sup>, 李 源<sup>2</sup>, 喻 磊<sup>1</sup>, 毛树果<sup>1</sup>, 孙艳军<sup>2</sup>

(1. 西安建筑科技大学土木工程学院, 西安 710055; 2. 总后建筑工程研究所, 西安 710032)

**摘 要:** 为了检测帐篷结构的抗风能力, 需建立相应的吹风试验系统。采用标准  $k-\varepsilon$  湍流模型对拟建立吹风试验系统中螺旋桨风机的气流速度场进行了三维实尺度数值模拟。分析了单风机和不同轴心间距时双风机的气流速度分布规律。结果表明单风机气流速度峰值位于风机轴心线上, 风速沿流向逐渐减小。双风机气流速度关于通过风机轴心连线中点的垂面呈对称分布, 气流速度叠加范围沿流向逐渐增大, 距风机出口越远, 风速分布越均匀。在通过风机轴心的垂面之间, 风速沿流向逐渐增大, 至距风机出口 13m~15m 远处开始下降。双风机形成的气流速度在距风机 12.2m 远处的 4m×7m 矩形区域上分布均匀, 风速值均大于 20m/s。风机轴心间距为 4m 时, 4m×7m 矩形区域角点处均风速值较大。

**关键词:** 帐篷结构; 吹风试验; CFD 模拟; 螺旋桨风机; 气流速度场

**中图分类号:** TU312.1    **文献标志码:** A    **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.03.0147

## NUMERICAL SIMULATION OF AIR-VELOCITY FIELD OF PROPELLER FAN BASED ON CFD

LIU Zhen-dong<sup>1</sup>, LI Yuan<sup>2</sup>, YU Lei<sup>1</sup>, MAO Shu-guo<sup>1</sup>, SUN Yan-jun<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China;

2. The Institute of Construction Engineering of General Logistics Department, Xi'an 710032, China)

**Abstract:** In order to detect the wind resistance of the tent structure, it was necessary to establish the corresponding blowing test system. 3-D air-velocity field of propeller fans in the blowing test system was simulated, based on the standard  $k-\varepsilon$  turbulence model. The characteristics of air-velocity field of single fan and double fans under different axis spacing was analyzed. The results showed that the velocity peak of air-velocity field of single fan was located in the fan axis, and the wind velocity decreased gradually along the flow direction. Distribution of the air-velocity field of double fans was symmetrical, and the superimposed area of air-velocity increased gradually along the flow direction. In the areas that were farther away from the fan outlet, the wind velocity distribution was more uniform. In the area encircled with the planes that were through the axis of fans, the wind velocity increased gradually along the flow direction, while it begins to decline at the distance of 13m~15m. The air-velocity distribution of double fans was more evenly in the rectangular region of 4m×7m on the plane located 12.2m from fans, and the average wind velocity was higher than 20m/s. When the axis spacing was 4m, the wind speed at the corner of rectangular region of 4m×7m was larger.

**Key words:** tent structure; blowing test; CFD simulation; propeller fan; air-velocity field

收稿日期: 2012-03-02; 修改日期: 2012-09-17

通讯作者: 喻 磊(1975—), 男, 陕西西安人, 副教授, 博士, 硕导, 主要从事工程结构分析与研究(E-mail: yusanshi2011@163.com).

作者简介: 刘振东(1987—), 男, 山东济宁人, 硕士, 从事帐篷膜结构风荷载研究(E-mail: 3c128@163.com);

李 源(1974—), 男, 陕西西安人, 工程师, 博士, 主要从事军队野营住房装备结构与技术研究(E-mail: li\_fea@163.com);

毛树果(1985—), 男, 山东潍坊人, 硕士, 从事帐篷膜结构等效静力风荷载研究(E-mail: maosg167@126.com);

孙艳军(1979—), 男, 陕西西安人, 工程师, 硕士, 主要从事军队野营住房装备结构与技术研究(E-mail: 99001128@163.com).

帐篷结构是一种轻型的柔性结构,其特点是折叠/展开方便迅速、折叠后体积小、便于运输和存储,已在军事领域和历次抗震救灾中获得广泛应用。帐篷结构质量轻、柔度大,对风的作用十分敏感,风荷载是该类结构的主要控制荷载。对帐篷结构抗风性能的检验,国内近十年来主要采用静力加载试验方法<sup>[1-2]</sup>,而国外一般采用吹风试验方法<sup>[3-4]</sup>。静力加载试验方法不需要大型加载设备,对实验室条件要求低,但加载装置需专门设计、重复利用率低,试验准备时间较长,成本偏高。相对于静力加载试验方法,吹风试验方法的优点在于试验准备时间短,试验荷载模式与相关标准符合好,且试验结果直观,便于评价,因此具有很好的应用前景。

进行帐篷结构吹风试验之前,应建立相应的吹风试验系统。而在该系统中,螺旋桨风机是最关键的设备,需要对风机及其组合情况下的气流速度场分布规律进行深入分析。截止目前,国内外有关螺旋桨风机气流速度场分布规律的研究还很少。Endalew 利用 CFX 商用软件对送风施药用风机外部流场的速度分布情况做了模拟分析,分析结果表明采用 Computational Fluid Dynamic (CFD) 技术能够很好的预测风机气流速度场的分布情况<sup>[5]</sup>。陈发元采用 CFD 方法研究了果树喷雾用风机气流速度场的分布特性,与试验结果对比表明所建的模型能较准确地模拟风扇气流速度的分布,但是作者仅分析了风机出口风速在 12m/s 以下时的气流速度场分布情况<sup>[6]</sup>。本文针对帐篷吹风试验系统的实际需要,采用 CFD 数值模拟技术对螺旋桨风机及其组合情况下的气流速度场进行了数值模拟研究,研究结果可为帐篷结构试验系统的建立提供依据。

## 1 吹风试验方案

根据国内现有风机定型产品的规格、型号和常规试件尺寸,并参考国外帐篷试验方法设计的吹风试验方案如图 1 所示。

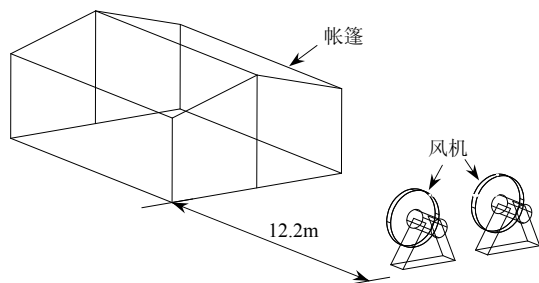


图 1 双风机吹风试验方案

Fig.1 The scheme of wind tunnel testing of double fans

该试验系统置于地面平整、四周空旷的场地上,风机采用直径为 2m 的螺旋桨风机,出口最大风速为 75m/s,风机轴心距地面的距离为 2m。常规帐篷结构的高、宽尺寸均在 4m×7m 范围内,试件放置在距离风机 12.2m 远处。

## 2 数值建模

### 2.1 湍流模型

目前,工程中广泛采用雷诺平均方法对湍流进行数值模拟。标准  $k-\varepsilon$  模型是基于该方法的一种较为常用的湍流模型,近年来被广泛的应用于计算剪切流动、管内流动、三维边界层流动等众多流动现象,并获得较好的预测结果<sup>[7]</sup>,其控制方程为:

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u_i u_j}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

式中:  $u_i$ 、 $u_j$  为流体的平均速度分量;  $x_i$ 、 $x_j$  为坐标方向;  $p$  为压力;  $\overline{u_i u_j}$  为 Reynolds 应力,在标准  $k-\varepsilon$  模型中它与平均速度分量之间的关系为:

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2 C_\mu k S_{ij} \quad (3)$$

式中:  $S_{ij}$  为时均应变率张量;  $C_\mu$  为经验常数;  $\delta_{ij}$  为 Kronecker delta 张量。湍动能  $k$  和湍动能耗散率  $\varepsilon$  方程为:

$$u_j \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + C_k \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = \overline{u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (4)$$

$$u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + C_\varepsilon \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - \frac{\varepsilon}{k} \left( C_{1\varepsilon} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \overline{u_i u_j} + C_{2\varepsilon} \varepsilon \right) \quad (5)$$

式中,  $\mu$  为流体的运动粘度。上述方程中系数的取值如下:  $C_k = 0.09$ ,  $C_\mu = 0.09$ ,  $C_\varepsilon = 0.07$ ,  $C_{1\varepsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\varepsilon} = 1.92$ <sup>[7]</sup>。

### 2.2 几何建模及计算网格划分

为了消除计算域大小和网格密度对计算结果的影响,并考虑风机和帐篷的几何尺度,针对不同的计算域尺寸和网格密度进行了试算。根据当计算域尺寸和网格密度增加到一定程度,再增加计算域大小和网格密度,计算结果基本不受影响的原则,确定出计算域的顺流向、竖向、展向尺寸为 65m×

36m×87m。针对风机和计算域的几何形状，分别对单风机、双风机的计算域进行了混合网格离散，同时对风机附近的网格进行了加密，流域整体的网格数为 150 余万，如图 2 所示。由于计算域网格划分比较均匀，考虑到求解精度和计算效率问题，选用 QUICK (Quadratic Upwind Interpolation of Convective Kinematics)格式离散控制方程<sup>[8]</sup>。

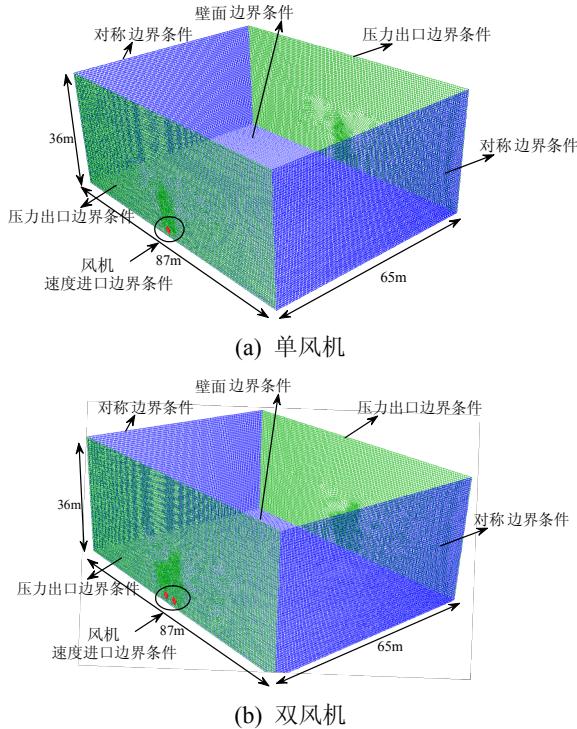


图 2 计算域的网格划分

Fig.2 The grid of computational domain

2.3 边界条件设置

Endalew<sup>[9-11]</sup>和 Delele<sup>[12-13]</sup>曾对不同型号的螺旋桨风机的出口风速情况进行了试验研究，结果

表明在转速一定的情况下，风机出口处每一个测点的风速在一定的范围内上下波动。两位学者在模拟计算中把风机出口处的风速分布假设为平均风，计算值与实验值的对比表明计算结果可很好地反映风机外部风场的速度分布情况。因此本文进流面选用速度进流作为入口边界条件，以吹风试验系统所采用的风机的最大风速 75m/s 作为入口风速，大气温度设为 27℃，对应的气体粘度为  $1.79 \times 10^{-5} \text{Pa} \cdot \text{s}$ ；壁面采用无滑移壁面边界条件，壁面函数选用非平衡壁面函数，引入粗糙壁面修正，粗糙高度取为 5mm；计算域的前后定义为压力出口边界条件，顶部和两侧采用对称边界条件。如图 2(a)所示。

湍流强度  $I_u$  取值根据下式计算：

$$I_u = 0.217 - 0.21 \ln(z + 0.014) \quad (6)$$

式中， $z = 2\text{m}$ ，即风机轴心离地面的高度。

风机出口的入流湍流参数湍动能  $k$  和湍流耗散率  $\varepsilon$  按下式给出：

$$k = \frac{3}{2}(uI_u)^2 \quad (7)$$

$$\varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{2/3}}{l} \quad (8)$$

式中， $l = 0.07L$  为湍流积分尺度， $L$  为特征尺寸。

3 数值计算结果及分析

3.1 单风机气流速度场分析

对无试件情况下单风机出口风速为 75m/s 时的气流速度场进行了数值模拟。模拟结果显示风机的气流速度场关于通过风机轴心的垂直面呈对称分布，且风机气流速度场的覆盖范围沿风机吹风方向逐渐增大，如图 3 所示。

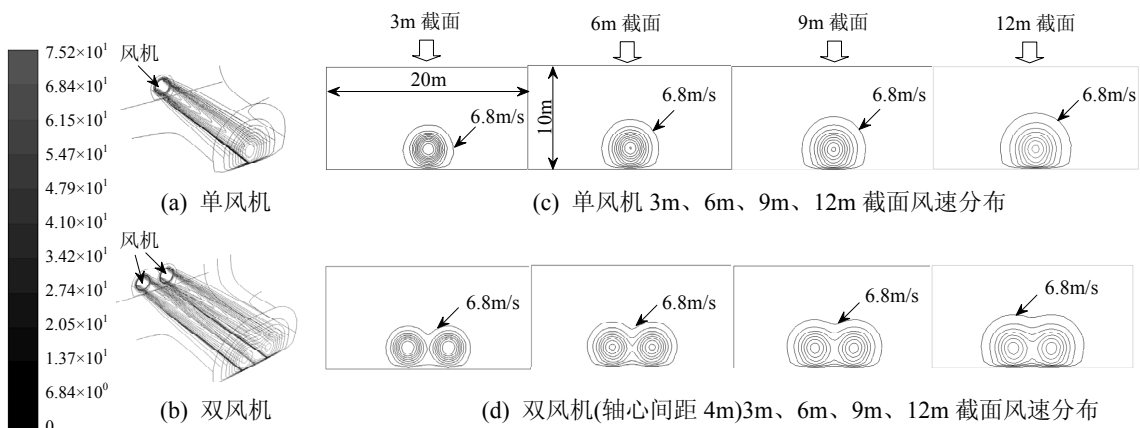


图 3 单风机、双风机气流速度场对比

Fig.3 Comparison of air-velocity field of single and double fan

图 4 给出了单风机情况下，在距风机出口处 3m、6m、9m 和 12m 截面上气流速度沿水平方向和垂直方向的变化情况。由图 4(a)可以看出，风速在风机轴心线上最大，且随着截面距离的增大，风速逐渐减小。同时，在通过风机轴心的水平线方向，风速也在减小，但减小趋势随着截面距离的增大而趋于平缓。还可看出，各截面的风速下降曲线交叉于距轴心线水平距离为 1.4m~1.5m 的范围内，说明沿流向方向此范围内的风速基本相同，对应风速值约为 30m/s。此外，在距风机轴心线 0.0~1.4m 的范围内，风速均高于 30m/s；在距风机轴心线 1.5m~4.0m 的范围内，随着距离的增大，风速有小幅提高，这是由气流的耗散作用造成的。

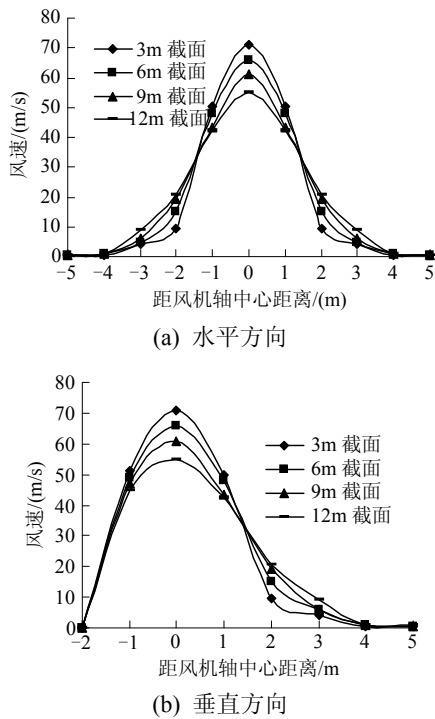


图 4 单风机不同截面上风速计算值

Fig.4 Simulated value of wind speed in different cross sections of single fan

由图 4(b)可以看出，在地面附近风速分布与其他区域相比有明显差异，这是由于存在地面粗糙度和地面对气流的反射作用两方面影响，粗糙的地面对风场的发展起阻碍作用，而地面的反射又使风速产生矢量叠加，对风速的提高起推动作用。在离地面 0.0~0.7m 的范围内，风速略小于其上方对称位置处的风速，这是因为地面粗糙度的影响大于地面反射作用的影响；在离地面 0.7m~1.5m 的范围内，风速略大于其对称位置处的风速，这是因为地面粗糙度的影响小于地面反射作用的影响；当离地高度大

于 1.5m 时，两者的影响基本消失，风速变化规律又与图 4(a)相同。

### 3.2 双风机气流速度场分析

分别对双风机轴心间距为 3m、4m 和 5m 时的 3 种工况进行了模拟。计算结果对比发现：当双风机间距不变时，气流速度场的叠加范围沿流向增大；双风机间距越大，气流速度场初始叠加位置距风机的距离越远，分别在 0.5m、2.5m 和 5.5m 处开始叠加；当双风机间距改变时，气流速度场分布规律相同。双风机轴心间距为 4m 时，不同截面上气流速度的计算结果如图 5 所示。

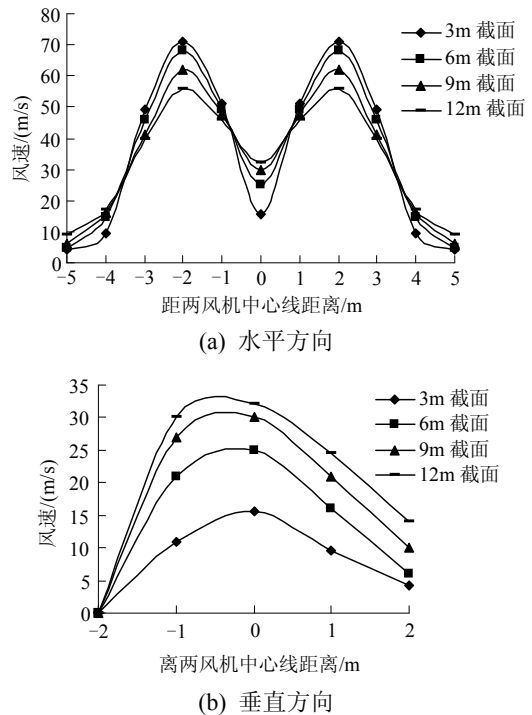


图 5 两风机轴心间距为 4m 时，不同截面上风速计算值  
Fig.5 Simulated value of wind speed in different cross sections of double fans

由图 5(a)可以看出风机轴心线之外，双风机共同工作时的气流速度分布与单风机时相同。同时，在风机轴心线之间距各自风机轴心线 0.0~1.4m 的范围内，双风机共同工作时的气流速度分布也与单风机时相同，说明两风机时在此范围内一风机气流速度分布不受另一风机影响。两风机之间各截面处气流速度变化曲线相交于距各自风机轴心线 1.1m~1.2m 的范围内，此距离小于单风机时的情况，且交点处风速达到 40m/s，这是由两风机气流速度场重合区域风速矢量相互叠加造成的。

图 5(b)给出了通过两风机连线中点的垂直对称面上的风速变化情况，可看出随着截面距离的增

大，风速也增大，这是由于随着叠加范围的增大，速度矢量和的增大速率大于速度场耗散的速率。同时，随着距离的增大，速度矢量和的增大速率也在减小，因此风速增大级差减小，最大风速处的级差分别为 9.5m/s、5m/s 和 2m/s。从计算结果分析可知最大风速处风速开始下降的位置在沿流向距风机 13m~15m 的范围内。

### 3.3 12.2m 截面处风速分布分析

图 6 给出了 12.2m 截面处风速分布轮廓图。当风机出口风速为 75m/s 时，形成的气流速度场在 12.2m 截面上不同风速范围所覆盖面积如表 1 所列。可以看出，相同的风速要求下，双风机送风时所覆盖的面积约为单风机的 2 倍左右，轴心间距的改变对风速覆盖面积的影响较小。

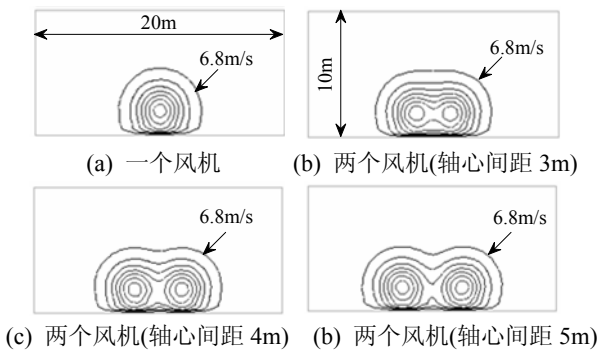


图 6  $v = 75\text{m/s}$  时，12.2m 截面处的风速分布

Fig.6 Wind speed distribution in cross section of 12.2m at inlet velocity of 75m/s

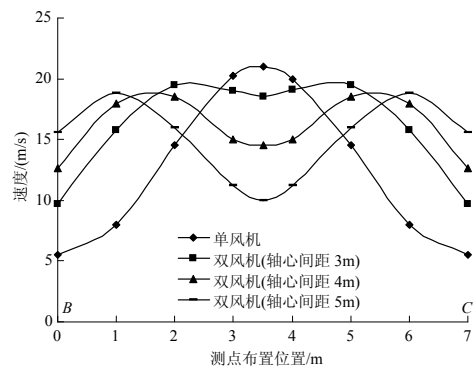
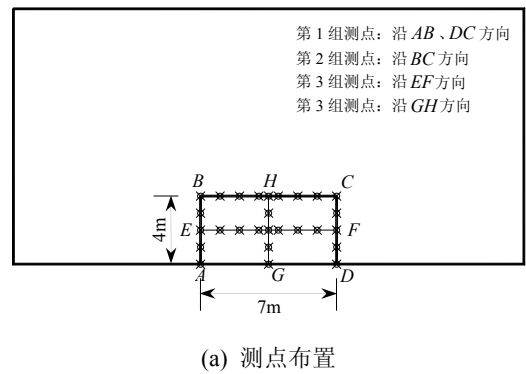
表 1 12.2m 截面上气流速度场在不同风速范围内所覆盖面积  
Table 1 Coverage area of air-velocity field in different wind speed in cross section of 12.2m

风机设置情况	$\geq 20\text{m/s}$	$\geq 25\text{m/s}$	$\geq 30\text{m/s}$
单风机	$12.5\text{m}^2$	$10\text{m}^2$	$7\text{m}^2$
双风机(轴心间距 3m)	$25\text{m}^2$	$20\text{m}^2$	$15\text{m}^2$
双风机(轴心间距 4m)	$27\text{m}^2$	$20.5\text{m}^2$	$16\text{m}^2$
双风机(轴心间距 5m)	$26\text{m}^2$	$20.5\text{m}^2$	$15\text{m}^2$

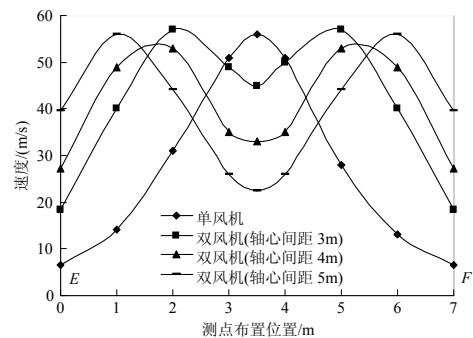
由图 6 和表 1 中图形和数据的对比可以看出，在 12.2m 截面处，当风速要求达到 20m/s 时，双风机情况下，可用于放置试件的有效面积为  $26\text{m}^2$ ，即在正对风机约  $4\text{m} \times 6.5\text{m}$  的矩形范围内可进行试验；若风速要求提高时，符合要求的有效面积会更小，如风速要求大于 25m/s 时，有效面积约在  $3.5\text{m} \times 6\text{m}$  的范围内。由于两风机轴心间距不同，使气流速度场在同一截面上的叠加面积也不相同，因此在相同的风速要求时，气流速度场所覆盖的面积大小有一定的差别。

在距风机出口 12.2m 的截面上， $4\text{m} \times 7\text{m}$  的矩形

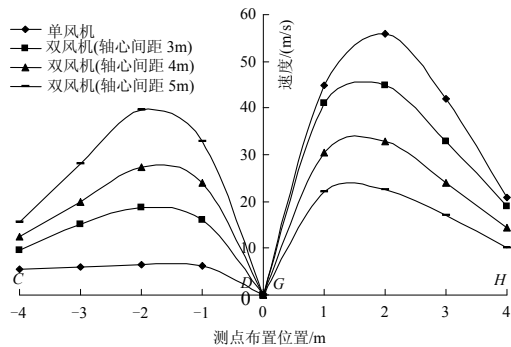
范围的风速分布计算结果如图 7 所示。由图 7(b)、图 7(c)可以看出，单风机时在 BC 和 EF 水平线上风速的变化幅度明显较大。双风机时随着风机轴心间距的增大，B 点、C 点、E 点、F 点的风速增大，而 H 点和 EF 中点的风速减小，风速峰值向两侧移动。BC 线上的风速虽然与 EF 上的风速变化趋势一致，但是 BC 水平线上的风速明显小于 EF 上的风速，这是由于 EF 通过风机的轴中心线。计算结果显示，B 点、C 点和 H 点是  $4\text{m} \times 7\text{m}$  的矩形范围内风速较小的点。在风机轴心间距不同的情况下，当双风机轴心间距为 4m 时，BC、EF 上风速的变化幅度相对较小，B 点、C 点和 H 点风速大小较为接近。



(b) 沿 BC 上的测点的速度



(c) 沿 EF 上的测点的速度



(d) 沿  $DC$ 、 $GH$  上的测点的速度

图 7  $v=75\text{m/s}$  时,  $12.2\text{m}$  截面上各测点的速度模拟值对比

Fig.7 Comparison of simulated value of velocity in cross section of  $12.2\text{m}$  at inlet velocity of  $75\text{m/s}$

图 7(d)给出了  $DC$  和  $GH$  线上各测点风速的对比情况。可以看出,单风机时  $DC$  上测点的风速远小于  $GH$  上的风速,风速变化幅度较大。双风机时随着两风机轴心间距的增大,  $DC$  上测点的风速增大,而  $GH$  上的风速减小,当双风机轴心间距为  $4\text{m}$  时,相同高度处的风速大小较为接近。

## 4 结论

(1) 单风机气流速度关于通过风机轴心的垂直面呈对称分布,风速沿流向逐渐减小,速度峰值位于风机轴心线上。在通过风机轴心的水平线方向,风速减小趋势随着流向距离的增大而趋于平缓。在水平方向距风机轴心线  $0.0\sim 1.4\text{m}$  的范围内,风速均高于  $30\text{m/s}$ 。

(2) 双风机气流速度关于通过风机轴心连线中点的垂面呈对称分布,速度峰值位于风机轴心线上。双风机气流速度场的叠加范围沿流向逐渐增大,且距风机出口越远,风速分布越均匀。在通过风机轴心线的垂面之外,双风机时的气流速度分布规律与单风机时相同。在通过风机轴心的垂面之间,风速沿流向逐渐增大,至距风机出口  $13\text{m}\sim 15\text{m}$  远处开始下降。在距风机出口  $12\text{m}$  远处,两风机轴心连线上的风速均高于  $35\text{m/s}$ 。

(3) 风机轴心间距不同时,气流速度在同一截面上的叠加面积不相同。双风机轴心间距越大,气流速度场初始叠加位置距风机出口越远。双风机形成的气流速度在距风机  $12.2\text{m}$  远处的  $4\text{m}\times 7\text{m}$  矩形区域上分布均匀,风速值均大于  $20\text{m/s}$ 。当风机轴心间距为  $4\text{m}$  时,  $4\text{m}\times 7\text{m}$  矩形区域角点处均风速值较大。

(4) 本文分析了单风机、双风机气流速度场的

分布规律,其出发点主要是建立试验系统以考核试件剖面尺寸在  $4\text{m}\times 7\text{m}$  之内的帐篷试件的抗风能力。近年来随着一些大型帐篷结构不断列入研制计划,将需要建立阵列式风机试验系统。因此,更多台风机组组合时的气流速度场分布规律还需进一步研究。

## 参考文献:

- [1] 中华人民共和国国家军用标准. GJB 150.21-1987, 军用设备环境试验方法—风压试验[S]. 北京: 国防工业出版社, 1987.  
National Military Standard of the People's Republic of China. GJB 150.21-1987, Environmental testing method for military equipments—Wind pressure test [S]. Beijing: National Industry Press, 1987. (in Chinese)
- [2] 李源, 孙艳军, 喻磊. 新型整体折叠框架式帐篷结构足尺试验研究[J]. 建筑钢结构进展, 2011, 13(2): 51—56.  
Li Yuan, Sun Yanjun, Yu Lei. Full scale experimental study on the whole folding frame tent structure [J]. Progress in Steel Building Structures, 2011, 13(2): 51—56. (in Chinese)
- [3] TOP 10-2-175. US army test and evaluation command test operations procedure [S]. Washington: National Technical Information Service, 1984.
- [4] BS EN ISO 5912-2005. Camping tents [S]. British: Standards Policy and Strategy Committee, 2004.
- [5] Endalew A Melese, Debaer C, Rutten N. A new integrated CFD modelling approach towards air-assisted orchard spraying. Part I. Model development and effect of wind speed and direction on sprayer airflow [J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2010, 77(1): 128—136.
- [6] 陈发元, 丁为民. 果树喷雾用圆盘风扇三维气流速度场数值模拟与验证[J]. 农业机械学报, 2010, 41(8): 51—55.  
Chen Fayuan, Ding Weimin. Numerical simulation and experimental verification of 3-D air-velocity field of disk fan used in orchard sprayer [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(8): 51—55. (in Chinese).
- [7] 陶文铨. 数值传热学[M]. 第 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2011: 126—135.  
Tao Wenquan. Numerical heat transfer [M]. 2nd ed. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2011: 126—135. (in Chinese)
- [8] 黄本才. 结构抗风分析原理及应用[M]. 第 2 版. 北京: 人民交通出版社, 2008: 27—38.  
Huang Bencai. Theory and application against wind load of structures [M]. 2nd ed. Beijing: China Communications Press, 2008: 27—38. (in Chinese)
- [9] Endalew A M, Debaer C. A new integrated CFD modelling approach towards air-assisted orchard

- spraying Part II: Validation for different sprayer types [J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2010, 77(1): 137–147.
- [10] Endalew A M, Hertog M. CFD modelling and wind tunnel validation of airflow through plant canopies using 3D canopy architecture [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2009, 30(1): 356–368.
- [11] Endalew A M, Debaer C, Rutten N. A new integrated CFD modelling approach towards air-assisted orchard spraying. Part II: Validation for different sprayer types [J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2010, 77(1): 137–147.
- [12] Delele M A, Demoor A, Sonck B. Modelling and validation of the air flow generated by a cross flow air sprayer as affected by travel speed and fan speed [J]. *Biosystems Engineering*, 2005, 92(2): 165–174.
- [13] Delele M A, Jaeken P, Debaer C. CFD prototyping of an air-assisted orchard sprayer aimed at drift reduction [J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2007, 55(1): 16–27.

(上接第 339 页)

- [4] Shen Huishen, Noda N. Postbuckling of FGM cylindrical shells under combined axial and radial mechanical loads in thermal environments [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, 42: 4641–4662.
- [5] Kadoli Ravikiran, Ganesan N. Buckling and free vibration analysis of functionally graded cylindrical shells subjected to a temperature-specified boundary condition [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 289(3): 450–480.
- [6] Haddadpour H, Mahmoudkhani S. Free vibration analysis of functionally graded cylindrical shells including thermal effects [J]. *Thin-Walled Structure*, 2007, 45(6): 591–599.
- [7] Loy C T, Lam K Y, Reddy J N. Vibration of functionally graded cylindrical shells [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1999, 41: 309–324.
- [8] Love A E H. A treatise on the mathematical theory of elasticity [M]. 4th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1952: 32–56.
- [9] 中国科学院力学研究所. 加筋圆柱曲板与圆柱壳[M]. 北京: 科学出版社, 1983: 296–299. Mechanical Institute of Academy of Sciences of China. Cylindrical plate and shell with rib [M]. Beijing: Science Press, 1983: 296–299. (in Chinese)
- [10] 刘志忠. 静压条件下圆柱壳-流场耦合系统振动功率流和声辐射特性研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2009: 22–23. Liu Zhizhong. Characteristics of power flow and sound radiation in cylindrical shell-fluid system considering hydrostatic pressure [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2009: 22–23. (in Chinese)
- [11] Eslami M R, Javaheri R. Buckling of composite cylindrical shells under mechanical and thermal loads [J]. *Journal of Thermal Stresses*, 1999, 22(6): 527–545.
- [12] Laulagnet B, Guyader J L. Modal analysis of a shell's acoustic radiation in light and heavy fluids [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, 131(3): 397–415.