

文章编号: 1000-4750(2013)07-0205-07

移动荷载激励下基于平均曲率模态的 简支梁局部损伤识别

刘宇飞, 辛克贵

(清华大学土木工程系, 土木工程安全与耐久教育部重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 该文采用缺口平滑拟合技术, 利用移动荷载激励下结构的响应数据, 通过分析梁式结构的平均曲率模态, 对结构进行局部损伤定位。该方法不需要损伤前的桥梁激振数据, 受信号噪音影响较小, 并且可用于多移动荷载同时激励的情况, 实践性和可操作性大大提高。首先分析在质量-弹簧-阻尼体系的移动荷载激励下简支梁的动力响应, 通过 Newmark- β 时域积分算法分析沿时间平均处理后的简支梁振动位移模态, 验证了基频模态在移动荷载激励下简支梁位移响应中的支配作用, 在理论上解释了平均信号处理的意义。其后, 利用 ANSYS 生死单元技术进行质量-弹簧-阻尼体系的移动荷载仿真, 构造出三角函数拟合曲线的形式用于损伤识别。数值实验取得了良好的识别效果, 表明该方法在多点损伤、多移动荷载、噪音影响等情况下均具有良好的灵敏性。该文为正常通车条件下桥梁的损伤识别研究提供了一种新思路。

关键词: 结构损伤检测; 缺口平滑拟合技术; 平均曲率模态; 移动荷载; 简支梁结构

中图分类号: TU311.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.04.0227

LOCAL DAMAGE DETECTION OF SIMPLY SUPPORTED BEAM ON THE EXCITATION OF MOVING LOAD BASED ON AVERAGE CURVATURE MODAL

LIU Yu-fei, XIN Ke-gui

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University,

Key Laboratory of Civil Engineering Safety and Durability of China Education Ministry, Beijing 100084, China)

Abstract: Based on the average curvature modal and gapped smoothing method, a new algorithm to detect the local damage of a simply supported beam under the excitation of moving loads is proposed. Without need for the dynamic response data before a structure was damaged, this algorithm has good noise immunity, and could be used in the situation of multiple moving loads. Firstly, by calculating the dynamic response of a simply supported beam under the excitation of a mass-spring-dashpot vehicle system using Newmark- β time domain integral algorithm, the ascendancy of a basic mode in the response is confirmed, and this explains the meaning to average the curve modal. Thereafter, an FEM model including a moving mass-spring-dashpot vehicle system on a simply supported beam is built to conduct a numerical simulation. Here a triangle fitting function is constructed to fit the average curvature modal. The numerical simulation shows that the algorithm is effective in the situation of multiply damage location, multiply moving loads, and noise environment. This algorithm provides a new research thought for the damage detection of bridges opened in normal traffic.

Key words: structure damage detection; gapping smoothing method; average curvature modal; moving load; simply supported beam

收稿日期: 2012-04-01; 修改日期: 2012-06-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(50878117); 清华大学自主科研基金项目(20101081766)

通讯作者: 刘宇飞(1988—), 男, 陕西人, 博士生, 从事结构工程研究(E-mail: liuyf06@gmail.com).

作者简介: 辛克贵(1950—2012), 男, 四川人, 教授, 博士, 博导, 从事结构工程与工程力学领域研究.

随着近几年来国内大量桥梁的建设,桥梁的健康监测及损伤检测已经成为亟待研究的课题。对于桥梁结构,及时进行损伤检测,不仅可以保证桥梁的承载力,避免出现桥毁人亡的悲剧,也可以保证桥梁的刚度。在桥梁的正常使用阶段,利用移动荷载激励进行损伤检测是方便易行的。

桥梁的损伤识别,主要分为模型修正法、动力指纹法及信号处理方法三种。前两种方法是基于模型的识别方法^[1-2],需要建立结构的有限元模型或需要结构损伤前的动力响应参数,由于计算代价大及数据来源困难等问题,在损伤初步识别中的应用受到限制。因此,国内外学者较多地研究仅利用结构损伤后模态信号进行结构损伤识别的方法。顾培英等^[3]利用梁式结构损伤后应变模态数据,经过差分计算识别结构损伤部位,具有灵敏度较高等优点,但算法无法判断损伤程度;狄海波^[4]和赵俊等^[5]通过小波分辨率分析的方法,利用移动荷载通过梁式结构损伤部位时结构跨中响应的奇异性来识别损伤,该方法可在多个移动荷载激励下识别多个损伤部位。但随荷载移动速度的加快,识别灵敏度变差。Ratcliffe^[6]通过缺口平滑拟合方法(Gapped Smoothing Method, GSM),对损伤后一维梁的曲率模态进行平滑拟合,利用拟合曲线与原模态之间的差别来定位损伤位置,方法简便易行,灵敏度较高,较好情况下可识别局部微小损伤。Fan等^[7]利用悬臂梁有限元仿真实验,对比各类损伤识别方法的有效性,结果表明,在仅利用结构损伤后数据的损伤识别的方法中,GSM方法相对更加灵敏。但在实际计算中,由于GSM方法使用的拟合数据点较多,会造成损伤识别区域过大的问题。

在移动荷载激励下,简支梁的曲率模态与时间相关。当梁的局部受到损伤后,任何激励时间的损伤局部曲率模态均会出现异常,该异常在曲率模态沿时间平均后仍然存在。Fushun等^[8]利用损伤前后的平均曲率模态差进行损伤识别,取得了较好的效果。不过该方法需要桥梁损伤之前的数据,操作性不强。本文利用损伤后沿时间平均的曲率模态对一维简支梁进行局部损伤识别。首先,对质量弹簧阻尼体系的移动荷载激励下简支梁的位移响应进行研究,从理论上说明对振动信号进行平均处理的意义。其次,利用平均曲率模态拟合方法进行简支梁局部损伤识别。最后,对噪音影响以及多移动荷载激励工况进行了详细讨论。研究表明该方法具有3个优点:不需要桥梁损伤前的振动数据;信号平均

处理后对噪音的控制良好;且在多移动荷载激励下的识别效果基本保持不变。

1 简支梁曲率模态的三角函数曲线拟合方法

曲率模态在局部损伤识别中有着很好的效果,但其在实验中是不能直接测量得到的,需要利用可以直接测量的桥梁位移模态进行计算^[9-10]。设 ρ 为曲率半径, u 为位移,则曲率方程为:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2u}{dx^2} = u'' \quad (1)$$

因此,在通过实验仪器测得位移模态 $u(x)$ 后,利用二阶近似差分公式即可求出曲率模态:

$$u''(x_i) = \frac{u(x_{i-1}) - 2u(x_i) + u(x_{i+1}))}{\Delta^2} \quad (2)$$

式中, Δ 表示梁轴向两个测点之间的距离。

当梁式结构的局部出现损伤时,相应位置的局部曲率模态会出现变化。用曲线拟合该曲率模态后,由于损伤位置的曲率模态出现异常,在损伤部分拟合曲线与原曲率曲线会出现明显不同,由此可以判断出梁式结构的局部损伤位置。拟合曲线在 $x = x_{i-1}$ 点所使用的拟合数据点,一般为 x_{i-1} 点前面和后面的数据点,而不使用 x_{i-1} 点,这样可以保证即使 x_{i-1} 点出现突变,拟合曲线仍然保持平滑。

此前的损伤识别研究中,曲线拟合多使用多项式拟合,采用的拟合数据点为4个。由于需要的数据点过多,因此在离曲率曲线突变位置较远时,拟合曲线已经出现了波动,不利于准确识别损伤位置。

在本文中使用的三角函数作为曲率拟合曲线,采用2个拟合数据点。具体的拟合计算方法如下:

设原位移模态曲线为 $y(x_i)$,曲率模态曲线为 $y''(x_i)$,曲率模态拟合曲线为 $y^*(x_i)$, x_i 表示梁上第 i 个测点距离梁端的距离。拟合曲线中的离散点计算如下:

$$y^*(x_i) = a_0 \sin\left(\frac{\pi x_i}{L}\right) + a_1 \sin\left(\frac{2\pi x_i}{L}\right) \quad (3)$$

公式中的 a_i 由其前、后各一个相邻点的曲率模态坐标确定,即:

$$\begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\pi x_{i-1}}{L}\right) & \sin\left(\frac{2\pi x_{i-1}}{L}\right) \\ \sin\left(\frac{\pi x_{i+1}}{L}\right) & \sin\left(\frac{2\pi x_{i+1}}{L}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y''_{i-1} \\ y''_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

由式(4)可见, $y^*(x_i)$ 的值与原曲率模态曲线在 x_i 附近的 y 值相关。当结构 x_i 局部产生损伤时, $y(x_i)$ 会相应产生异常, 由于 $y^*(x_i)$ 是由 y_{i-1} 、 y_{i+1} 趋势拟合形成的, 因此不会产生明显异常。 $y^*(x_i) - y(x_i)$ 的曲线即可反映出来损伤局部两种曲线的差别, 利用这个差别则可以识别局部损伤位置。

2 移动荷载激振下的简支梁动力响应分析

车辆过桥时, 对于小型桥梁, 桥面板的重量与阻尼相对较小, 在移动荷载作用下的桥梁系统中可以忽略。将移动荷载考虑为质量弹簧系统, 以模态车辆在其车身质量、车轮质量及车体弹簧阻尼系统作用下对桥面的冲击作用。简化后的力学模型^[11]如图 1 所示。

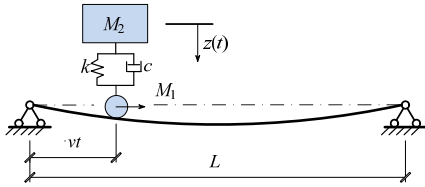


图 1 车桥力学模型

Fig.1 Mechanical model of vehicle and bridge

该体系中, 关于车身质量 M_2 与车轮质量 M_1 的两个动力平衡方程, 由质量体中间连接的弹簧和粘性阻尼器的作用力耦联起来。

忽略次要因素, 车身动力平衡方程为:

$$M_2 \ddot{z}(t) + k[z(t) - u(x,t)] + c \left[\dot{z}(t) - \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right] = 0 \quad (5)$$

式中, $u(x,t)$ 表示简支梁横坐标为 x 的点在 t 时刻的竖向位移。其他变量意义见图 1。

简支梁在上部车身车轮系统作用下的动力平衡方程为:

$$m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + c_1 \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} = P(x,t) \quad (6)$$

式中: m 和 c_1 为梁的线密度和阻尼系数; $P(x,t)$ 为上部车身车轮系统对简支梁的作用力。

忽略哥氏加速度以及荷载移动中由于桥梁变形曲率造成的加速度, 则作用于梁上的动荷载为:

$$P(x,t) = \delta(x-vt) \left\{ (M_1 + M_2)g - M_1 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + k[z(t) - u(x,t)] + c \left[\dot{z}(t) - \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right] \right\} \quad (7)$$

利用振型分解法计算。 $u(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} q_m(t) \phi_m(x)$, 其中: $q_m(t)$ 为第 m 阶振型的广义坐标, 在数值上相当于振型参与系数; $\phi_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{L}$ 为等截面简支梁第 n 阶自由振动振型。将位移 $u(x,t)$ 的表达式代入式(5)、式(6), 取前 10 阶振型参与计算, 加上车轮质量影响, 有如下表达式:

$$\mathbf{M}_{11 \times 11} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{11 \times 11} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{11 \times 11} \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (8)$$

式中: \mathbf{M} 为振型质量矩阵; \mathbf{C} 为广义阻尼矩阵; \mathbf{K} 为广义刚度矩阵; \mathbf{F} 为振型力向量。

利用 Newmark- β 法求解, 为了保证结果的 2 阶精度以及无条件稳定, 选取参数为: $\gamma = \frac{1}{2}$,

$\beta = \frac{1}{4}$ 。下面通过改变模型中移动荷载质量和速度, 观察平均位移响应中一阶振型的比重。

取桥梁线密度 $m = 7850 \text{ kg/m}$, 桥长 $L = 8 \text{ m}$,

$EI = 1.37 \times 10^5 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$; 移动车辆车轮质量 $M_1 = 1.0 \times 10^2 \text{ kg}$, 车身质量 $M_2 = 2.5 \times 10^4 \text{ kg}$, 车辆系统弹簧刚度 $k = 1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}$, 粘性阻尼 $c = 1.0 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$, 移动速度 $v = 10 \text{ m/s}$ 。计算出各时刻点前 10 阶振型的振型广义坐标 $q_n(t)$ 。对广义坐标取绝对值, 研究前 3 阶振型的广义坐标在前 10 阶广义坐标绝对值之和中所占的比例, 如图 2 所示。

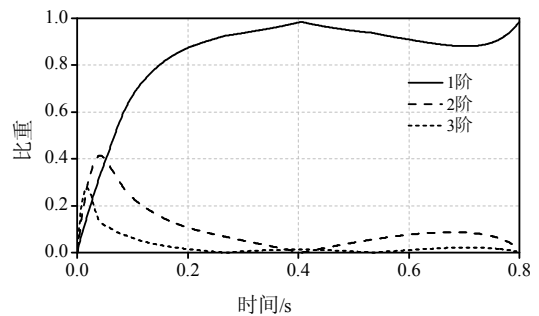


图 2 振型参与比重

Fig.2 Proportion of the shape modal

可以看出, 在车辆移动过程中, 一阶振型始终为桥梁动力响应的主要模态。

设一阶振型参与系数:

$$\lambda = \frac{\sum_{t=0}^{L/v} |q_1(t)|}{\sum_{m=1}^{10} \sum_{t=0}^{L/v} |q_m(t)|}$$

式中, $q_m(t)$ 为第 m 阶振型的广义坐标。

变化车辆弹簧刚度和移动速度, 研究其对 λ 的

影响, 结果如表 1 所示。

表 1 一阶振型参与系数随移动荷载参数的变化

Table 1 Variation of the first mode proportion upon the change of moving load parameters

移动荷载参数	0.1 <i>k</i>	<i>k</i>	10 <i>k</i>	0.4 <i>v</i>	<i>v</i>	2.5 <i>v</i>
λ	91.5%	90.7%	87.8%	91.3%	90.7%	88.4%

由表 1 可见, 在不同的车辆体系弹簧刚度、移动荷载速度作用下, 一阶振型在桥梁位移模态中的支配作用变化较小: 移动车辆速度较小 ($v \leq 10\text{m/s}$)、系统弹簧刚度适宜的情况下, 其振型参与比例系数均大于 90.0%, 在由位移模态经两次求导得到曲率模态之后, 一阶振型(正弦函数)的形式不发生变化。因此, 使用平均方法进行处理, 可以将一阶振型保留并放大, 将高阶振型的参与大大消除。从这个意义上讲, 平均处理后的振动模态类似于桥梁的一阶自振模态, 可以反映出桥梁结构本身刚度的变化。

3 平均曲率模态的曲线拟合法

方法的步骤为: 采集分布于桥梁纵向传感器的数据, 将位移数据进行二次差分处理为桥梁振动的曲率模态数据。然后沿时间方向进行平均化, 通过三角函数进行拟合识别。

算例选用的参数同上节 Newmark- β 法计算参数。将全梁划分为 40 个二节点弹性梁单元(见图 3)。利用 ANSYS 有限元软件的生死单元进行质量及弹簧单元的动力瞬态分析。

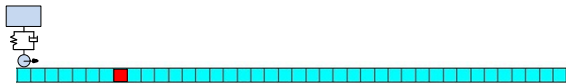


图 3 局部损伤梁力学模型

Fig.3 Mechanical model of local damage beam

3.1 局部单点损伤

令左起第 8 个单元刚度折减 10%。图 4、图 5 分别为跨中节点的位移时程曲线, 以及平均后的曲率模态曲线。

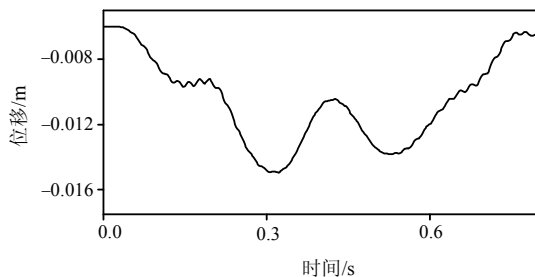


图 4 跨中节点位移时程曲线

Fig.4 Time history curve of displace at center span

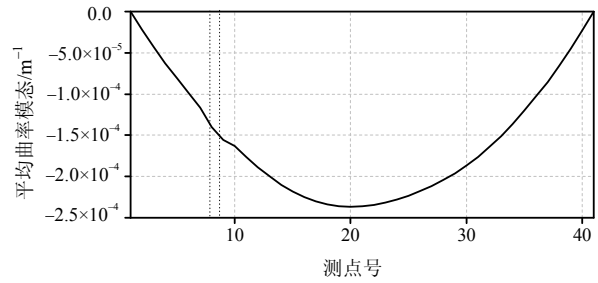


图 5 平均曲率模态曲线

Fig.5 Curve of average curvature modal

从图 5 可以看出, 在刚度损伤为 10%左右时, 曲率模态在 8 号单元附近确实表现出了一定的异常, 但不太明显。利用三角函数的曲线拟合方法进行处理。

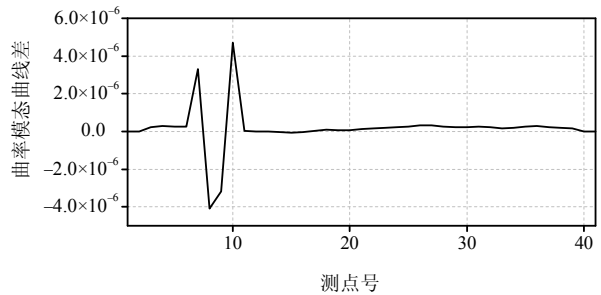


图 6 曲率模态曲线差

Fig.6 Curve difference of curvature modal

由图 6 可见, 识别结果非常明确, 8 号单元及相邻的 7 号、9 号单元均表现出异常。如果使用多项拟合公式, 利用 4 个点进行拟合, 识别的结果中会有相邻 5 个点表现异常, 使损伤部位的判断难度加大。从这个意义上讲, 利用三角函数方法进行拟合的损伤性更强。

3.2 局部多点损伤

令 10 号单元损伤 10%, 25 号单元损伤 20%, 识别结果如图 7、图 8 所示。

可以看出, 两处损伤都被较好的识别出来, 并且由曲线波动的幅值可以定性地看出损伤严重程度。

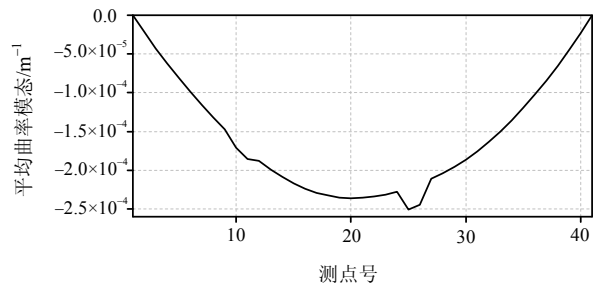


图 7 平均曲率模态曲线

Fig.7 Curve of average curvature modal

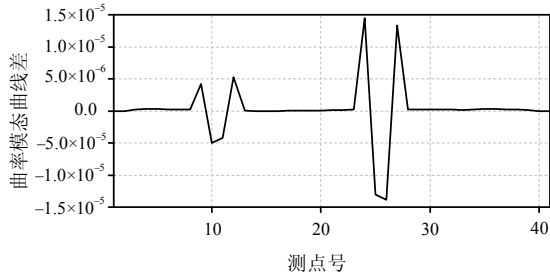


图 8 曲率模态曲线差

Fig.8 Curve difference of curvature modal

3.3 移动车辆的移动速度变化对损伤识别的影响

对比研究表明, 车辆系统的荷载移动速度变化时, 简支梁跨中的位移时程曲线受其影响变化较大, 但通过平均曲率模态进行损伤识别的效果基本不变。该结论可由数值模拟算例表明, 详见图 9 与图 10。

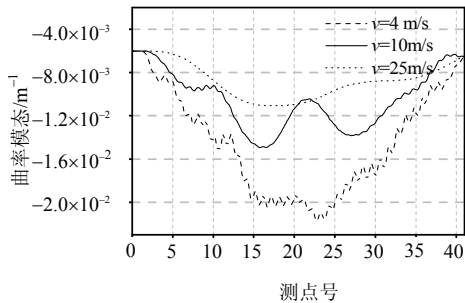


图 9 不同荷载速度下的跨中节点位移时程

Fig.9 Time history curve of displace at center span when velocity of the load varies

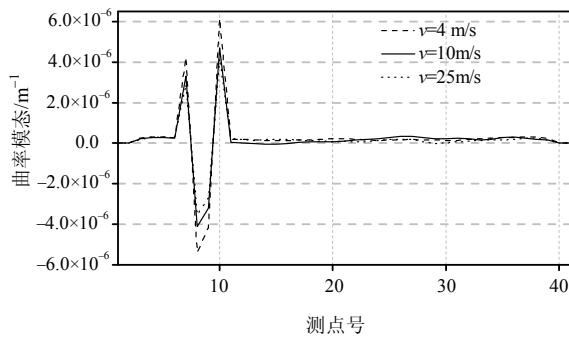


图 10 不同荷载速度下的曲率模态曲线

Fig.10 Curve difference of curvature modal when velocity of the load varies

4 噪音影响

在利用移动荷载激励的桥梁损伤识别研究中, 目前进行研究的信号来源主要是荷载移动全过程中桥梁跨中的速度/加速度时程数据: 当荷载移动到桥梁裂纹损伤处, 跨中的动力信号会出现奇异性, 因此通过小波方法等多种方法处理跨中动力信号即可。这种方法使用的传感器较少, 计算方法可靠,

但缺点也较为明显: 1) 当引入信号噪音及实验误差时, 由于源信号的完备性不强, 很容易导致模态曲线噪点过多而无法处理。2) 由于跨中信号对荷载个数较为敏感, 多移动荷载会导致跨中信号识别损伤的紊乱, 因此此类方法在多移动荷载激励的情况下效果不佳。本文提出利用平均意义下的曲率模态分析, 一方面可以减小信号噪音和实验识别误差, 另一方面可以在桥梁不断车的情况下长期数据采集、监控桥梁的健康状态, 具有良好的可操作性。

上文分析结果表明, 移动荷载激励下, 桥梁的响应主要以一阶模态为主, 因此具有平均处理的可行性。通过叠加时间轴上各传感器的动力响应信号, 在保证桥梁整体振动信号模式不变的情况下, 可以大大减小信号噪音。

取 $u_i(x, t_i)$ 表示桥梁上坐标为 x 的点在 $t = t_i$ 时刻的位移信号。引入独立的高斯分布白噪音 $\rho\phi_i$ 。当移动荷载数量较多时, 认为标准高斯分布 ϕ_i 相互独立。噪音幅值 ρ 与传感器系统有关, 认为其在信号采集过程中不变。当对信号进行平均处理时:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [u(x, t_i) + \rho\phi_i] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u(x, t_i) + \frac{\rho \sqrt{1^2 + 1^2 + \dots + 1^2}}{n} \phi_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u(x, t_i) + \frac{\rho\phi_i}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

可见, 信号噪音随采集试样的数目增加而减小。而叠加的无噪音信号 $u(x, t_i)$, 会保留一阶模态的信息及损伤信息, 用于桥梁的损伤识别。

算例: 系统参数设置同第 3 节, 利用 ANSYS 软件建模。令第 8 个单元刚度折减 10%, 在位移测点加入 1% 测量白噪音。

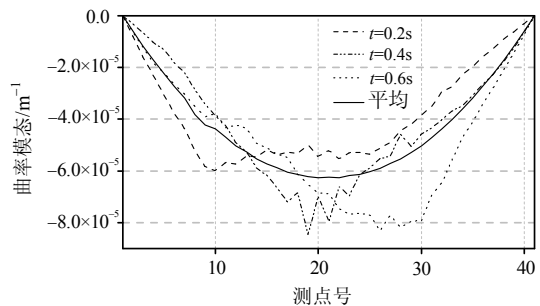


图 11 不同时刻的曲率模态曲线

Fig.11 Curve of curvature modal at different time

由图 11 可以发现, 加入 1% 的噪音后, 由于曲率模态在由位移差方的过程中放大了噪音, 各不同时间的曲率模态受噪音影响的波动性已经很强, 直接使用进行损伤识别是比较困难的。利用平均方法进行处理后的曲率模态, 将噪音消除到比较低的程

度，从而方便利用曲线拟合进行损伤识别。

利用三角函数拟合方法进行平均曲率模态的处理。

从图 12 可以看出，7 号、8 号、9 号单元有可能损伤，符合算例预设条件。

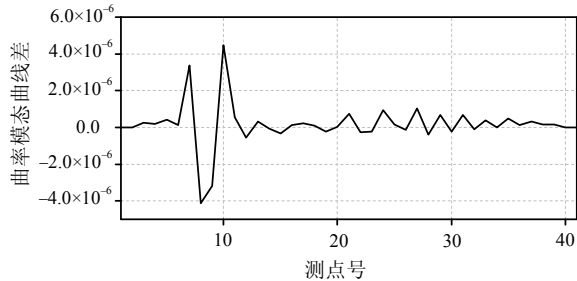


图 12 曲率模态曲线差

Fig.12 Curve difference of curvature modal

事实上，从移动荷载经过桥梁的整个时程的曲率模态图(图 13)中，很容易看出平均模态的优势。图 13 为移动荷载激励下简支梁曲率模态的三维曲线图。该简支梁的 12 号单元刚度折减 5%。从图 13 可以清楚地看到，12 测点至 13 测点，即 12 号单元处，对应的曲率模态始终存在局部突起，因此当沿时间方向平均曲率模态之后，由移动荷载造成的局部曲率模态突起将被平均至一个较小的值，而单元损伤位置的曲率模态平均后依然存在突起，从而为识别损伤位置提供了依据。

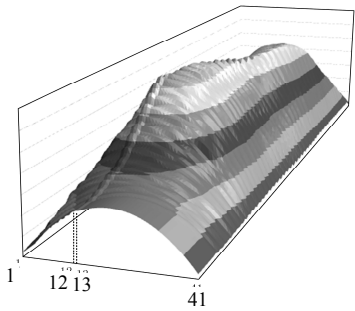


图 13 时程曲率模态三维图

Fig.13 3D graphics of curvature modal on time history

5 多移动荷载下的损伤识别

两个质量弹簧阻尼体系的移动荷载相距 10m，共同通过第 3 节所述简支梁模型(示意图参见图 14)。简支梁的 8 号单元刚度损伤 10%。利用生死单元技术进行 ANSYS 建模。

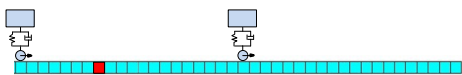


图 14 多移动荷载力学模型

Fig.14 Mechanical model of multiply moving loads

跨中的时程位移曲线及平均后的曲率模态见图 15。可见，多荷载并没有对平均后的曲率模态产生影响。事实上，由于在车辆速度较低的情况下，桥梁的振动基本以移动荷载下的位移影响线为主，因此可以使用叠加原理。故多移动荷载与单个移动荷载对该方法来讲没有本质的区别。

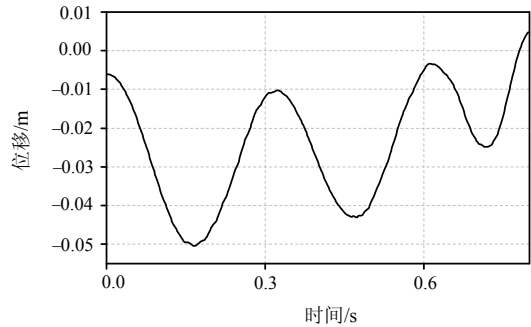


图 15 跨中节点位移时程曲线

Fig.15 Time history curve of displace at center span

通过三角函数曲线拟合方法，对损伤部分进行识别，有如下结果(参见图 16)。

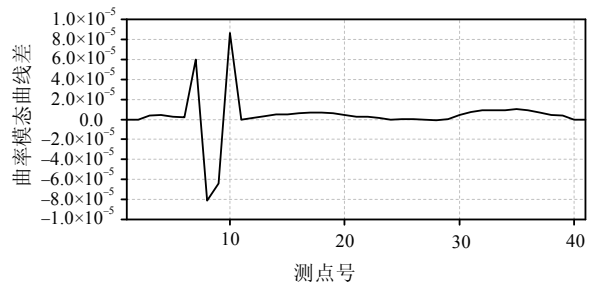


图 16 曲率模态曲线差

Fig.16 Curve difference of curvature modal

该算例表明，平均曲率模态的曲线拟合方法在多移动荷载激励的情况下仍然适用，损伤识别的精度基本没有受到影响。

6 结论

本文提出沿时间平均的曲率模态识别方法，可识别移动荷载激励下的简支梁局部损伤。通过参数分析及数值实验，得到以下几点结论：

(1) 移动荷载激励下，沿时间平均后的简支梁的位移模态和曲率模态，均是以 1 阶振型为主要组成的。在移动质量和速度位于正常范围以内时，1 阶振型在前 10 阶振型中的参与比例达 90%以上。

(2) 利用缺口平滑拟合技术，使用三角函数为拟合曲线，可以有效识别简支梁的局部损伤。该识别方法可用于局部微小损伤的识别、局部多点损伤的识别；随车辆系统弹簧刚度及移动荷载速度的变化，识别效果基本不受影响。

(3) 该方法可有效控制信号噪音。测量的数据越多, 噪音在信号中所占的比重越低。

(4) 多移动荷载激励下识别具有与单移动荷载激励下相同的精度, 效果良好。

研究时间方向平均下的曲率模态, 其重要意义在于为正常通车下桥梁的健康检测、损伤识别提供理论依据及方法。在不影响通车的情况下, 测量、统计大量车辆过桥后的模态参数, 平均处理后作为损伤识别的依据, 是该方法的优势, 体现出算法良好的应用前景。

参考文献:

- [1] 朱宏平, 余璟, 张俊兵. 结构损伤动力检测与健康监测研究现状与展望[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 1—11.
Zhu Hongping, Yu Jing, Zhang Junbing. A summary and advantages of vibration-based damage identification methods in structural health monitoring [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(2): 1—11. (in Chinese)
- [2] 闫桂荣, 段忠东, 欧进萍. 基于结构振动信息的损伤识别研究综述[J]. 地震工程与工程振动, 2007, 27(3): 95—103.
Yan Guirong, Duan Zhongdong, Ou Jinping. Review on structural damage detection based on vibration data [J]. Journal of Earthquake Engineer and Engineering Vibration, 2007, 27(3): 95—103. (in Chinese)
- [3] 顾培英, 陈厚群, 李同春, 邓昌. 基于应变模态差分原理的直接定位损伤指标法[J]. 振动与冲击, 2006, 25(4): 13—17.
Gu Peiying, Chen Houqun, Li Tongchun, Deng Chang. Direct index method of damage location detection based on difference theory of strain modal shapes [J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25(4): 13—17. (in Chinese)
- [4] 狄海波. 移动荷载作用下结构损伤识别小波方法研究[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2009.
Di Haibo. Research of wavelet on the damage detection of structure under moving load [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2009. (in Chinese)
- [5] 赵俊, 张伟伟, 马宏伟. 移动荷载作用下简支梁的动态响应及裂纹损伤识别研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(6): 97—103.
Zhao Jun, Zhang Weiwei, Ma Hongwei. Dynamic response and crack detection of simply supported beam under moving loads [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(6): 97—103. (in Chinese)
- [6] Ratcliffe C P. Damage detection using a modified laplacian operator on mode shape data [J]. Journal of Sound and Vibration, 1997, 204(3): 505—517.
- [7] Fan W, Qiao P. Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study [J]. Structural Health Monitoring, 2011, 10(1): 83—111.
- [8] Fushun L, Huajun L, Guangming Y, et al. New damage-locating method for bridges subjected to a moving load [J]. Periodical of University of China, 2007, 6(2): 199—204.
- [9] 李德葆, 陆秋海. 实验模态分析及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001: 228—237.
Li Debao, Lu Qiuhai. Experimental modal analysis and application [M]. Beijing: Science Press, 2001: 228—237. (in Chinese)
- [10] 李德葆, 陆秋海, 秦权. 承弯结构的曲率模态分析 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, 42(2): 224—227.
Li Debao, Lu Qiuhai, Qin Quan. Curvature modal analysis for bending structures [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2002, 42(2): 224—227. (in Chinese)
- [11] 刘晶波, 杜修力. 结构动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 185—190.
Liu Jingbo, Du Xiuli. Dynamics of structures [M]. Beijing: China Machine Press, 2005: 185—190. (in Chinese)

(上接第 204 页)

- [8] 耿姚明, 刘文燕, 钱铃. 碳纤维增强混凝土轴向压缩应力应变全过程曲线[J]. 建筑结构, 2006, 36(12): 33—35.
Geng Yaoming, Liu Wenyan, Qian Qian. Stress-strain curve of CFC under compression [J]. Building Structure, 2006, 36(12): 33—35. (in Chinese)
- [9] 过镇海. 钢筋混凝土原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999: 13—25.
Guo Zhenhai. Reinforced concrete principle [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999: 13—25. (in Chinese)
- [10] 过镇海, 时旭东. 钢筋混凝土原理和分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 48—76.
Guo Zhenhai, Shi Xudong. Reinforced concrete theory and analyze [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 48—76. (in Chinese)
- [11] 过镇海. 混凝土的强度和本构关系原理与应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004: 35—51.
Guo Zhenhai. Principle and application of concrete strength and constitutive relation [M]. Beijing: China Building Industry Press, 2004: 35—51. (in Chinese)
- [12] 过镇海. 混凝土的强度与变形(试验基础与本构关系)[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997: 31—39.
Guo Zhenhai. Strength and deformation of concrete (experimental basis and constitutive relation) [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997: 31—39. (in Chinese)
- [13] GB 50010-2010, 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
GB 50010-2010, Concrete structure design silos [S]. Beijing: China Architecture Industry Press, 2010. (in Chinese)