

文章编号: 1000-4750(2011)11-0218-07

锁相红外热成像技术测量结构的应力分布

*李旭东¹, 刘 勋², 马 渊³, 刘俊岩², 吴东流¹

(1. 中国航空综合技术研究所, 北京 100028; 2. 哈尔滨工业大学机电工程学院, 哈尔滨 150001; 3. 北京航天飞行控制中心, 北京 100094)

摘 要: 通过试验研究了运用锁相红外热成像技术进行结构应力测量时, 加载频率的改变对于测量结果的重要影响, 给出了合理确定加载频率这一重要参数的试验方法。将锁相红外热成像技术应用到航空工业飞机机翼蒙皮与骨架之间铆接结构应力分布地研究中, 显示了锁相红外热成像技术在结构应力测量方面相对于传统应变片电测技术的明显优越性。

关键词: 固体力学; 应力测量; 锁相; 红外热成像; 加载频率

中图分类号: TG115.28; TP391 **文献标志码:** A

MEASURING STRUCTURE STRESS DISTRIBUTION USING LOCK-IN INFRARED THERMOGRAPHY TECHNIQUE

*LI Xu-dong¹, LIU Xun², MA Yuan³, LIU Jun-yan², WU Dong-liu¹

(1. China Aero-Polytechnology Establishment, Beijing 100028, China;

2. Department of Mechanical Manufacture and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

3. Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China)

Abstract: When the stress of a structure is measured the important effect toward measurement result caused by altering loading frequency was studied through experiment by adopting lock-in infrared thermography technique. The experiment method was given to choose a proper loading frequency, which was an important parameter. The lock-in infrared thermography technique was applied to the research of structure stress distribution of a riveted structure between the skin and framework of aerofoil in aviation industry, and apparent advantage of lock-in infrared thermography technique in structure stress measurement aspect was demonstrated, when comparing with conventional strain gauge electrical measurement technique.

Key words: solid mechanics; stress measurement; lock-in; infrared thermography; loading frequency

对工程结构中应力、应变的分布进行测量, 无论对于结构的设计、制造、装配, 还是后期的维护、安全性和结构完整性评估, 都具有非常重要的意义。目前, 在国内的工程实践中, 采用电阻应变片电测方法对应变分布进行测量仍然是最为常用的技术手段。然而, 这样一种传统和成熟的技术却存在着一些突出的局限: 一方面, 对于结构中的某些

关键部位, 由于几何构形特殊, 使得应变片无法在目标区域粘贴, 无法“下片”使得关键区域的应变分布反而无从测量; 另一方面, 应变片获得的是与自身面积相当区域的应变平均值, 而不是严格意义上一点的应变信息, 在应力集中、应变梯度很大的区域, 这样的平均会带来严重的误差。此外, 应变片作为点测量技术, 获取的信息量少, 也是一个明

收稿日期: 2010-03-19; 修改日期: 2011-05-17

基金项目: 航空科学基金项目(2009ZD41004); 国防科技工业技术基础科研项目(Z052009T002)

作者简介: *李旭东(1979—), 男, 山东人, 高级工程师, 博士, 主要从事结构完整性与可靠性评估研究(E-mail: lixudong08@gmail.com);

刘 勋(1975—), 男, 黑龙江人, 工程师, 硕士, 主要从事数据库及先进应力应变测量技术研究(E-mail: autoset@163.com);

马 渊(1973—), 男, 山西人, 工程师, 硕士, 主要从事装备维修和管理;

刘俊岩(1978—), 男, 黑龙江人, 副教授, 博士, 主要从事红外热波无损检测与评价、信号与图像处理技术研究(E-mail: ljywlj@hit.edu.cn);

吴东流(1964—), 男, 北京人, 研究员, 硕士, 主要从事无损检测技术研究及国防无损检测人员认证管理(E-mail: dindt808@163.com)。

显的不足。

为了克服传统电阻应变片电测技术的种种缺陷,一些非接触、高灵敏度、全场式的应力或应变测量技术成为研究的热点,如电子散斑干涉技术(ESPI)、数字散斑相关方法^[1-2](DSCM)、锁相红外热成像技术^[3-5],等等,都是近些年涌现出来的先进应力、应变测试技术。这其中,锁相红外热成像技术是为数不多的可以直接对于结构应力分布(而不是应变分布)进行测量的技术,具有广阔的应用前景和推广价值。

本文通过试验研究了应用锁相红外热成像技术对于结构在弹性变形范围内的应力分布状态进行测定时,加载频率地改变对于测量结果的重要影响,给出了对于航空用 2A12 轻质硬铝合金结构进行测量时合理的加载频率,以及确定这一合理加载频率的试验方法和过程,通过锁相红外热成像技术对航空工业中机翼蒙皮与骨架之间铆接结构模型试件的应力分布状态进行了测量,以期推动国内结构工程应力测试水平。

1 基本原理和测定过程

所谓锁相(Lock-In)技术,从工程科学门类上说属于微弱信号检测学科的一个重要组成部分。该学科研究利用电子学、信息论和物理学的方法,分析噪声产生的原因和规律,研究被测信号的特点和相关性,采用一系列信号处理的方法,检测被噪声背景淹没的微弱信号。

按照传统的观念,如果有用的信号低于噪声,要检测出这种微弱信号是不可能的。然而,随着 1942 年 Wiener 滤波理论的提出,彻底打破了噪声干扰和量级就是测量精度和极限的这一传统观念,极大地推动了微弱信号检测理论地发展。1962 年第 1 台锁相放大器的问世使得提取深陷在噪声中的有用信号成为现实。1992 年,德国的 Busse G 等人发表论文^[6],将锁相技术引入红外热成像检测领域,并逐渐形成了锁相红外热成像技术。

锁相红外热成像技术,通过测量目标结构表面微弱的热波信号变化,反推出结构中应力分布状态的改变。法国的 Chrysochoos^[7]于 1985 年在总结前人研究成果的基础上,提出了完整的热-力耦合理论,成为支撑锁相红外热成像技术的理论核心,以及约束热物理量和应力间映射关系的核心依据。Chrysochoos 提出的热-力耦合理论如式(1)所示,它

是一个在参考构形中描述的热-力耦合方程。

$$\rho_0 C_T \dot{\theta} - K \nabla_0^2 \theta = \rho_0 h + w'_{\text{ctm}} + w'_c \quad (1)$$

式中: ρ_0 表示参考构形中的密度; K 表示热传导系数; C_T 表示定压比热; θ 表示绝对温度; $\rho_0 h$ 表示初始构形上的外部热源,包括像焦耳效应、红外辐射、超声等等; w'_{ctm} 表示热-力耦合效应,具体可以表达为:

$$w'_{\text{ctm}} = \rho_0 \theta \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial \mathbf{E}^e} : \dot{\mathbf{E}}^e + \rho_0 \theta \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial \mathbf{x}} \cdot \dot{\mathbf{x}} \quad (2)$$

式中: \mathbf{E}^e 是用 Green 应变张量表示的弹性应变; \mathbf{x} 是系统隐含的变量向量; ψ 为 Helmholtz 自由能。式(2)中的第 1 项为热-弹性耦合源,也称为等熵源,它的物理意义是表示弹性范围内的一种“热胀冷缩”现象(对于一些本构关系奇特的新材料也会存在“热缩冷胀”的现象)。该式中的第 2 项表征因系统中的其他变量和因素引起的等熵热-力耦合。

w'_c 表示能量耗散密度,其物理意义是表征非等熵的不可逆过程和现象,包括微尺度上的破坏,应变硬化,塑性变形等等。 w'_c 具体还可以表示为:

$$w'_c = w'_a - w'_b \quad (3)$$

式中: $w'_a = \mathbf{T} : \dot{\mathbf{E}}^p$, \mathbf{T} 表示第二类 Piola-Kirchhoff 应力张量; $\dot{\mathbf{E}}^p$ 是用 Green 应变张量表示的塑性应变率,而该项表示塑性变形引起的不可逆能量耗散,这一部分耗散将转化为热能;而 $w'_b = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{x}} \cdot \dot{\mathbf{x}}$,其中 φ 为能量耗散势函数,表示用于微结构自我修复中耗散的能量。

锁相红外热成像技术,通过分离和独立提取式(1)中不同项的数值,实现该技术在不同领域的应用:通过对 w'_c 分量的独立提取,可以实现金属结构疲劳极限的快速测定^[8-10];通过对 w'_{ctm} 分量的独立提取,可以实现对于结构在弹性变形范围内应力分布状态的准确测定。当然,由于式(1)是一个标量方程,这里所说的应力,准确地说是指应力张量的第一主不变量 $I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$,而不是应力张量。

采用锁相红外热成像技术测定结构在静态载荷 F 作用下的应力分布,首先需要通过疲劳试验机按如下规律对结构施加一个周期性的载荷:

$$\text{load}(t) = \pm |F| \sin^2(\pi f t) \quad (4)$$

式中: t 代表时间; f 即为加载频率,该参数的选取是否合理,将在很大程度上影响测试结果。当静态载荷为拉伸载荷时,式(4)取“+”号;当静态载荷为压缩载荷时,式(4)取“-”号。

在周期性载荷的作用下,以及在热-力耦合方程式(1)的约束下,结构中的每一点都会产生一个同频率的周期性温度信号 $T(t)$:

$$T(t) = A \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (5)$$

式中: A 为幅度; φ 为初相位。该同频率周期性温度信号 T 就是需要通过锁相红外热成像技术测定的目标信号,而幅度 A 和相位 φ 就是需要具体测定的两个物理量。但是,在实际测试环境中,该目标信号总是伴随有噪声信号 $N(t)$,这样待检测的信号就变为:

$$X(t) = T(t) + N(t) \quad (6)$$

假设目标信号 $T(t)$ 的同频参考正弦信号 S_s 、同频参考余弦信号 S_c 分别为:

$$S_s(t) = \sin(2\pi ft), \quad S_c(t) = \cos(2\pi ft) \quad (7)$$

以采样频率 f_s 对信号进行离散化处理,

$N = \frac{f_s}{f}$, 取 q 个周期共 $M = q \times N$ 次采样,从而得

到信号序列 $X(n)$:

$$X(n) = A \sin\left(\frac{2\pi n}{N} + \varphi\right) + N(n), \quad n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (8)$$

同理生成参考序列:

$$S_s(n) = \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right), \quad S_c(n) = \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right), \quad n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (9)$$

将待检测信号与参考正弦信号和参考余弦信号分别进行数字互相关运算,分别可得 R_{ss_s} 和 R_{ss_c} 为:

$$R_{ss_s}(\tau) = \frac{A}{2} \cos(2\pi f\tau + \varphi), \quad R_{ss_c}(\tau) = \frac{A}{2} \sin(2\pi f\tau + \varphi). \quad (10)$$

这样,经过互相关运算将随机噪声去除了。然后按照下式地运算可以分别得到待测信号的幅值 A 和相位 φ ,从而最终完成了对周期性温度信号 T 的测定。

$$A(\tau) = 2\sqrt{R_{ss_s}^2 + R_{ss_c}^2}, \quad \varphi(0) = \arctan\left(\frac{R_{ss_c}}{R_{ss_s}}\right), \quad \tau = 0 \quad (11)$$

温度信号 T 中的幅值 A , 对应被测结构中应力的幅值,可以通过标定试验来确定具体的线性对应关系;而相位 φ 则对应结构中应力的性质。

2 标定试验

标定试验工作的目的在于给出温度和应力之间的线性对应关系。采用如图 1 所示的长条形薄片试件,在试件的一面粘贴一组成 90° 的应变花。按照式(4)所示的规律,在试件上施加幅值为 $|F|$ 的周期性拉伸载荷,可以通过这两片电阻应变片获得沿水平方向和竖直方向的应变变化幅值 $\Delta\varepsilon_x$ 和 $\Delta\varepsilon_y$ 。在平面应力问题的弹性力学框架下,可以证明,按照下式可以将 $\Delta\varepsilon_x$ 和 $\Delta\varepsilon_y$ 换算为应力张量第一主不变量的变化幅值 ΔI_1 :

$$\Delta I_1 = \frac{E}{1-\nu} (\Delta\varepsilon_x + \Delta\varepsilon_y) \quad (12)$$

式中: E 为材料的弹性模量; ν 为泊松比。

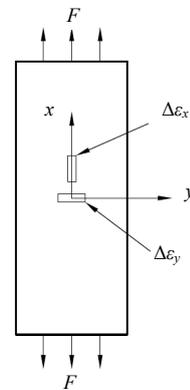
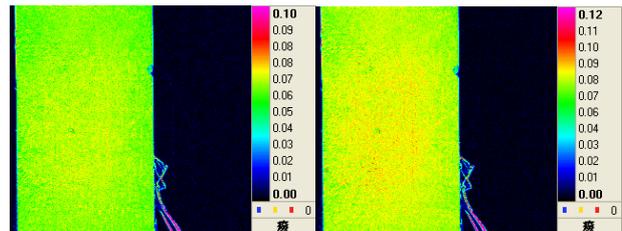


图 1 标定试验试件

Fig.1 Calibration experimental specimen

在通过电阻应变片测得应变变化幅值的同时,采用锁相红外热成像技术对试件的另一面进行测定,获得温度变化幅值 ΔT 分布云图。改变所施加载荷的幅值,可以获得一系列标定点 $(\Delta I_{li}, \Delta T_i)$,并通过线性拟合获得标定关系 $\Delta I_1 = k\Delta T$ 。

采用以上方法,对 2A12 轻质硬铝合金材料进行标定。采用法国 CEDIP 公司生产的 JADE-III550 型锁相红外热成像系统,获得的如图 2 所示 2A12 标定试件在不同载荷作用下的温度变化幅值分布云图,云图标尺的单位为 K。



(a) $|F| = 8 \text{ kN}$

(b) $|F| = 10 \text{ kN}$

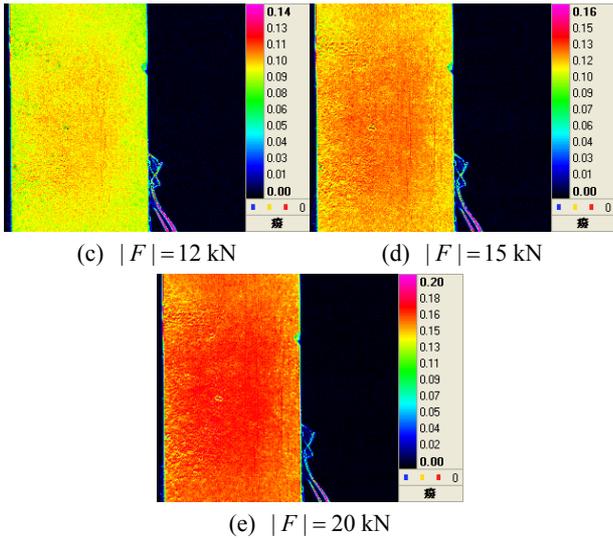


图2 标定试件在不同载荷作用下温度变化幅值分布云图
Fig.2 Temperature amplitude distribution of calibration specimen under different loadings

将不同载荷作用下温度变化的幅值信息, 水平方向和垂直方向应变变化的幅值信息以及依据式(12)换算(此前通过试验测得 2A12 的 E 和 ν 分别为 69GPa 和 0.33)得到的应力张量第一主不变量变化的幅值信息汇总于表 1, 并通过线性拟合(如图 3 所示), 得到标定值 $k=647.1\text{MPa/K}$ 。这意味着, 对于 2A12 铝合金材料, 内部产生 647.1MPa 的应力变化, 才能产生 1K 的温度变化。这一标定值越小, 对于测量越有利。

表 1 标定试验结果

Table 1 Calibration experiment results

	第 1 组	第 2 组	第 3 组	第 4 组	第 5 组
$ F /\text{kN}$	8	10	12	15	20
$\Delta\varepsilon_x/\mu\varepsilon$	601	743	894	1123	1488
$\Delta\varepsilon_y/\mu\varepsilon$	-194	-245	-292	-353	-487
$\Delta I_1/\text{MPa}$	41.91	51.29	62.00	79.30	103.09
$\Delta T/\text{K}$	0.06	0.08	0.10	0.12	0.16

注: 以上数据的试验加载频率为 $f=5\text{Hz}$ 。

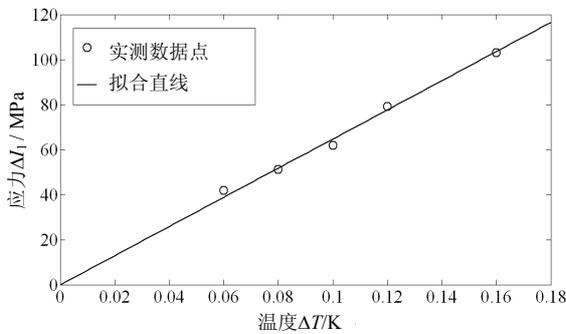
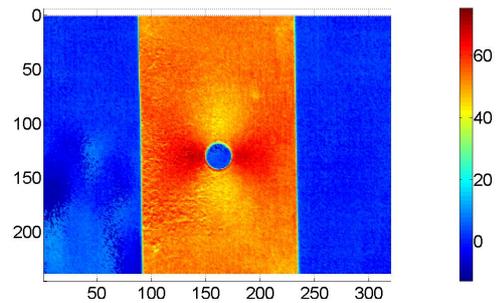


图 3 2A12 材料标定结果拟合

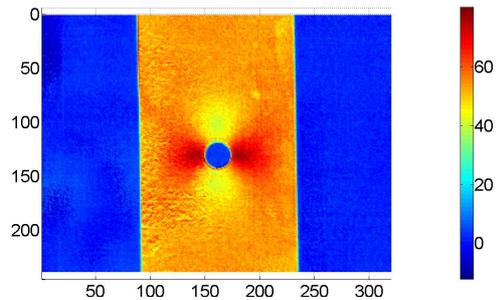
Fig.3 Calibration result fitting of 2A12 material

3 加载频率对测试结果的影响

在 2A12 铝合金制成的长条形薄片中心钻一个小圆孔, 作为试验载体, 来研究加载频率的改变对锁相红外热成像测试结果的影响。将该带孔试件在 8kN 静态拉力作用下的应力分布状态作为评判的依据和标准, 或者说是作为考题, 采用比较试验的方法, 将加载频率从 0.3Hz 开始逐渐增加, 采用锁相红外热成像技术测得试件表面, 特别是小孔周围区域温度变化幅值的分布信息, 利用得到的标定结果, 将这一温度变化幅值信息换算为应力信息, 与考题的标准结果相比较, 从而可以显示出加载频率的改变对于锁相红外热成像技术测试结果的重要影响, 并可以摸索出其中的规律, 获得最佳的加载频率参数。图 4(图中的横坐标和纵坐标均是以像素为单位表示的热像仪拍摄区域)给出了载荷变化幅度为 8kN, 带孔长条薄片在不同加载频率下, 通过锁相红外热成像技术获得的应力场分布信息。可以直观地看到, 随着加载频率的逐步提高, 小孔周围的应力集中效应在测试结果中显示的越来越清晰。通过云图的标尺可以知道, 测试结果的最小值越来越小, 最大值越来越大, 反映出随着加载频率的增加, 锁相红外热成像系统越来越灵敏地捕捉到小孔周围应力集中区域的最值, 越来越准确的反映出该区域的应力变化梯度, 测量结果越来越逼近真实值。



(a) $f=0.3\text{Hz}$



(b) $f=0.5\text{Hz}$

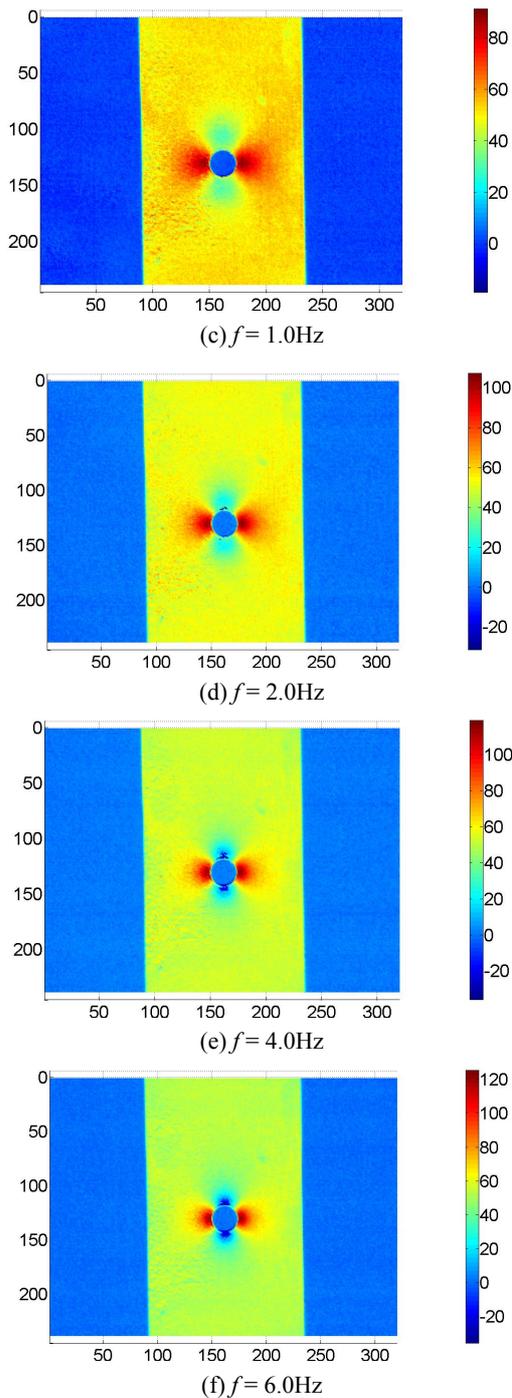


图 4 不同加载频率下通过锁相红外热成像技术获得的带孔试件应力云图 /MPa

Fig.4 Stress distribution of hole-specimen obtained by lock-in infrared thermography technique under different loading frequencies

为了更好的量化加载频率的改变对锁相红外热成像技术的影响,首先,如图 5 所示,通过有限单元法对这一力学模型进行求解。考虑到所选定的考题是均质各向同性材料在弹性范围内的变形问题,通过有限元对这一线弹性问题进行求解,完全可以获得准确和可以信赖的结果。将有限元数值计

算获得的孔边最大正应力,以及在不同加载频率下通过锁相红外热成像技术测得的孔边最大正应力值汇总于表 2,并可以通过图 6 很好的对加载频率的影响进行量化的分析。

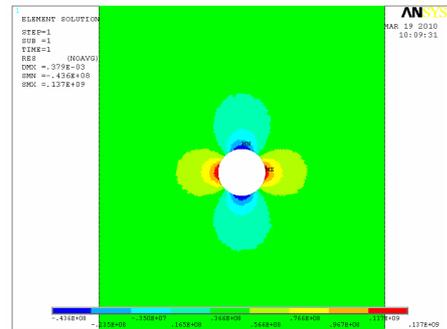


图 5 有限单元法获得的应力云图 /Pa

Fig.5 Stress distribution obtained by FEM

表 2 不同加载频率下试验测得的最大拉伸应力值

Table 2 The maximum tensile stress values measured by experiments under different loading frequencies

f/Hz	0.3	0.5	1	1.5	2	2.5
$\Delta I_1/\text{MPa}$	64.71	71.18	84.13	90.59	97.07	103.54
f/Hz	3	3.5	4	5	6	
$\Delta I_1/\text{MPa}$	103.54	110.01	110.01	110.01	116.48	

有限单元计算结果: 113MPa

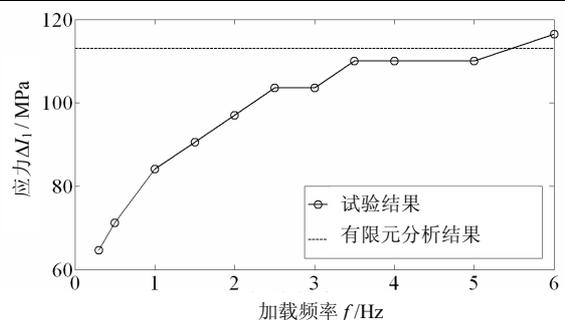


图 6 试验测得的最大拉应力值与加载频率间的变化关系

Fig.6 Relationship between the maximum tensile stress values measured and loading frequencies

通过图 6 可以看到,当加载频率为 0.3Hz 时,测试结果与有限元数值计算结果所代表的真实值相差很远。随着加载频率从 0.3Hz 上升到 3Hz,锁相红外热成像技术获得的试验结果迅速提高,并迅速接近真实值。当加载频率提高到 3.5Hz 以上,直至 6Hz 的范围内,实测结果基本趋于稳定,且逼近真实值。

通过比较性试验研究可以知道:加载频率的改变对锁相红外热成像技术应用于结构应力分布测量时的测试结果有很大的影响,只有合理地选择加载频率才能够获得准确的测试结果。

4 采用锁相红外热成像技术对机翼表面应力分布的测定

在航空工业，飞机机翼蒙皮与骨架之间的铆接结构广泛存在于各种类型的飞机当中。对于这种结构中铆接区域周边的应力集中问题，长期以来，在使用电阻应变片进行应变测量的时代，一直得不到有效地解决，对于航空结构疲劳寿命设计，或是结构完整性评估，都是一个很大的制约因素。

在获取了 2A12 铝合金材料的合理加载频率之后，采用锁相红外热成像技术，选取加载频率 $f=6\text{Hz}$ ，以同一种材料制成的飞机机翼蒙皮与骨架之间铆接结构模型试件为试验载体和研究对象，如图 7、图 8 所示(图中的横坐标和纵坐标均是以像素为单位表示的热像仪拍摄区域)，获取了弯矩作用下，机翼表面处于拉伸状态下，铆接区域的应力分布信息。

从图 7 可以看出，铆接区域是蒙皮和骨架之间相互结合，和作用力相互传递的区域，在此区域，蒙皮承受和分担了大部分的作用力。将测量的范围缩小后，如图 8 所示，给出了更为清晰的应力分布结果，特别是铆钉周边很小范围内的应力集中，被清晰的量化显示出来。可以看到，铆钉周围局部

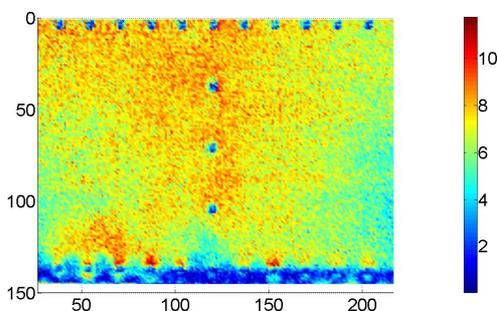
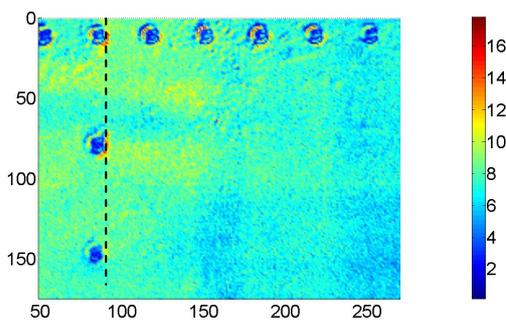
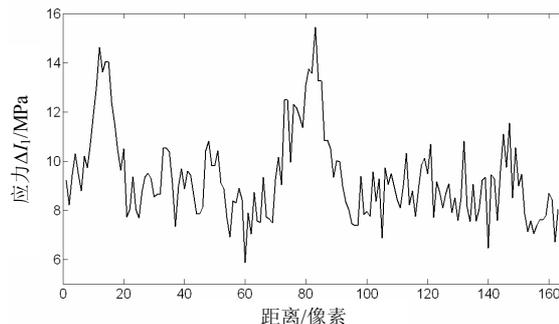


图 7 锁相红外热成像技术获得的铆接结构试件应力云图 /MPa

Fig.7 Stress distribution of riveted structure specimen obtained by lock-in infrared thermography technique



(a) 应力云图 /MPa



(b) 应力沿图 8(a)中虚线的分布

图 8 通过锁相红外热成像技术获得的铆接局部区域的应力分布

Fig.8 Stress distribution of local riveted zone obtained by lock-in infrared thermography technique

的应力集中达到了 15MPa~16MPa，为非集中区域的 3 倍~4 倍。

5 结论

加载频率的改变，对于运用锁相红外热成像技术进行结构应力分布测量有着重要的影响，只有合理的确定加载频率这一参数，才可以获得准确的测量数据。在合理的确定加载频率之后，运用锁相红外热成像技术对航空工业中机翼蒙皮与骨架间铆接结构模型试件的应力分布状态进行了准确的测量，弥补了传统电阻应变片电测技术的诸多不足，可以提高工程结构应力试验测试水平，并间接影响和促进航空工业，以及其他装备制造业工程结构设计和制造水平的提高。

参考文献:

[1] Li X D, Liu K X, Zhang G S, et al. Interaction of shock waves in cement mortar plate investigated by the digital speckle correlation method [J]. Chinese Physics Letters, 2008, 25(8): 2965—2968.

[2] 李旭东, 刘凯欣, 张光升, 等. 冲击波在水泥砂浆板中的聚集效应[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2008, 48(8): 1272—1275.

Li Xudong, Liu Kaixin, Zhang Guangsheng, et al. Focusing of shock waves in cement mortar plates [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2008, 48(8): 1272—1275. (in Chinese)

[3] 刘俊岩, 王扬, 戴景民. 基于图像序列的红外锁相热成像检测技术研究[J]. 激光与红外, 2008, 38(7): 654—658.

Liu Junyan, Wang Yang, Dai Jingmin. The study on infrared lock-in thermography technology based on image sequences processing [J]. Laser & Infrared, 2008, 38(7): 654—658. (in Chinese)

- [4] 刘俊岩, 戴景民, 王扬. 红外图像序列处理的锁相热成像理论与试验[J]. 红外与激光工程, 2009, 38(2): 346—351.
Liu Junyan, Dai Jingmin, Wang Yang. Theory and experiment of IR lock-in thermography with image sequence processing [J]. Infrared and Laser Engineering, 2009, 38(2): 346—351. (in Chinese)
- [5] 汪子君, 刘俊岩, 戴景民, 等. 锁相红外检测中相位检测方法[J]. 无损检测, 2008, 30(7): 418—421.
Wang Zijun, Liu Junyan, Dai Jingmin, et al. Study of phase detection in lock-in thermography nondestructive testing [J]. Nondestructive Testing, 2008, 30(7): 418—421. (in Chinese)
- [6] Busse G, Wu D, Karpen W. Thermal wave imaging with phase sensitive modulated thermography [J]. Journal of Applied Physics, 1992, 71(8): 3962—3965.
- [7] Peyroux R, Chrysochoos A, Licht C, et al. Thermomechanical couplings and pseudoelasticity of shape memory alloys [J]. International Journal of Engineering Science, 1998, 36(4): 489—509.
- [8] Luong M P. Infrared thermographic scanning of fatigue in metals [J]. Nuclear Engineering and Design, 1995, 158: 363—376.
- [9] Luong M P. Fatigue limit evaluation of metals using an infrared thermographic technique [J]. Mechanics of Materials, 1998, 28: 155—163.
- [10] Rosa G L, Ristitano A. Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components [J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22: 65—73.

(上接第 217 页)

- [24] 周暄毅. 大跨屋盖结构风荷载及风致响应研究[D]. 上海: 同济大学, 2004.
Zhou Xuanyi. Study on wind loads and wind-induced response of large-span roof [D]. Shanghai: Tongji University, 2004. (in Chinese)
- [25] 黄友钦, 顾明, 周暄毅. 以动力稳定为目标的大跨空间结构等效静力风荷载[J]. 同济大学学报, 2011, 39(5): 637—642.
Huang Youqin, Gu Ming, Zhou Xuanyi. Dynamic-instability-based equivalent static wind loads on large-span spatial structures [J]. Journal of Tongji University, 2011, 39(5): 637—642. (in Chinese)
- [26] JGJ61-2003, 网壳结构技术规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003.
JGJ61-2003, Technical specification for latticed shells [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2003. (in Chinese)
- [27] 沈祖炎, 陈扬骥. 网架与网壳[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.
Shen Zuyan, Chen Yangji. Latticed trusses and shells [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997. (in Chinese)
- [28] GB/T 17395-1998, 无缝钢管尺寸、外形、重量及允许偏差[S]. 北京: 中国标准出版社, 1998.
GB/T 17395-1998, Dimensions, shapes, weight and tolerances of steel seamless tubes [S]. Beijing: Standards Press of China, 1998. (in Chinese)