

文章编号: 1000-4750(2011)10-0158-07

三轴围压下砂浆弹塑性损伤变形过程的 细观力学分析

*刘 芳, 付 强, 陈 岑, 梁乃刚

(中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100190)

摘 要: 基于对泛函势和 Cauchy-Born 准则, 抽象出弹簧束构元和体积构元, 组集两种构元的力学响应, 给出了材料的弹性损伤本构关系; 考虑滑移作为主要的塑性变形机制, 提出了滑移构元, 给出了材料的塑性本构关系; 利用变形分解机制, 得到了由三种构元共同描述的弹塑性损伤本构关系。阐述了在给定应变条件下弹塑性损伤本构关系的计算迭代流程。利用单轴拉伸算例详细阐述了模型参数的标定过程。对有围压作用下砂浆材料的压缩行为进行了模拟, 从材料细观变形角度解释了随着围压增加, 材料承载能力增加的现象。模型预测结果与试验结果符合较好, 初步验证了模型具有处理非比例加载问题的能力。

关键词: 弹塑性损伤本构关系; 三轴围压; 构元组集模型; 非比例加载; 砂浆

中图分类号: O346.5; O344 **文献标志码:** A

MICROMECHANICAL ANALYSIS OF MORTAR IN ELASTO-PLASTIC DAMAGE DEFORMATION PROCESS UNDER TRIAXIAL HYDROSTATIC COMPRESSION

*LIU Fang, FU Qiang, CHEN Cen, LIANG Nai-gang

(State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics (LNM), Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Based on pair functional potentials and Cauchy-Born rule, spring-buddle components and cubage component were abstracted. Integrating the mechanical responses of the two kinds of components, the paper derived the corresponding elasto-damage constitutive relation. Recognizing that the slip is the main plastic deformation mechanism, the paper proposed slip components to describe the plastic deformation, and then derived the corresponding plastic constitutive relation. Based on the decomposition of deformations, the elasto-plastic damage constitutive relation described by three kinds of components was derived. The numerical iteration algorithm under given strain was presented. The calibration of model parameters was illustrated through a tensile numerical case. Simulation of mortar under hydrostatic compression was performed. It is explained from the point of the mesoscopic deformation that the bearing capacity increases as the hydrostatic pressure increases. The numerical results agree well with experimental data, which demonstrates that this model has the capability to deal with nonproportional loading preliminarily.

Key words: elasto-plastic damage constitutive relation; triaxial hydrostatic compression; component assembling model; nonproportional loading; mortar

收稿日期: 2009-12-29; 修改日期: 2010-02-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(10572140, 10721202)

作者简介: *刘 芳(1984—), 女, 湖北天门人, 博士生, 从事材料弹塑性损伤本构关系研究(E-mail: liufang@lnm.imech.ac.cn);

付 强(1983—), 男, 山西运城人, 博士生, 从事材料塑性本构关系研究(E-mail: fuq@lnm.imech.ac.cn);

陈 岑(1986—), 女, 湖北武汉人, 硕士生, 从事有限变形条件下的本构关系研究(E-mail: chencen@lnm.imech.ac.cn);

梁乃刚(1944—), 男, 河南博爱人, 研究员, 博士, 博导, 从事材料本构关系研究(E-mail: lng@lnm.imech.ac.cn).

水泥砂浆可以视为无粗骨料的混凝土，在工程中有着广泛的应用，其力学性能的研究也得到了广泛关注^[1-2]。

大量试验结果表明，应力状态对脆性材料的力学性能有重要影响。一般情况下，对于很多脆性材料，在单轴加载或低围压下，表现出明显的脆性特性；而随着围压的增大，试件的强度和韧性都有显著提高。文献从能量耗散、破坏形式和细观机理等对此过程进行了一系列的研究^[3-5]。Papanikolaou 和 Kappos^[3]建立了一个对围压敏感的塑性本构模型来描述不同强度的混凝土材料在围压作用下的力学响应。沈新普等人^[6]引入“应力三轴比”建立了弹塑性损伤本构模型来研究混凝土在不同应力状态下的响应。

砂浆材料作为一种类岩石材料，其三轴围压作用下的力学行为是表征其材料性质的一个重要方面。然而，据目前的研究现状而言，对于砂浆材料三轴压缩状态下的力学响应的研究成果还很少^[2]。在模拟方面大多数是基于唯象模型，缺乏微结构的信息，模型参数没有与材料内部的结构变化相联系，无法揭示材料内部结构变化对力学性能的影响。因此，利用基于微观物理机制的本构模型研究三轴压缩状态下砂浆材料的力学响应有着非常重要的科学意义，也是本文的主要研究内容。

材料的变形虽然复杂多样，但其力学行为取决于它的微结构、微结构物理性质及其演化^[7-8]。近年来，基于材料微观物理机制的连续介质本构模型迅速发展，如虚内键模型^[9]、准连续介质模型^[10]以及近年来由邓守春等人建立的构元组集模型^[11-14]。构元组集模型从材料的微观物理机制出发，基于对泛函势和 Cauchy-Born 准则，抽象出弹簧束构元和体积构元，建立了材料的弹性损伤本构关系。考虑滑移作为主要的塑性变形机制，提出用滑移构元描述材料的塑性变形响应。根据变形机制可分解，组集这三种构元的力学响应，得到了弹塑性损伤本构关系。本文将基于构元组集模型分析材料的力学响应。首先给出了模型弹塑性损伤本构关系的迭代算法，基于一个单轴拉伸算例详细阐述了模型中参数的标定过程。对砂浆材料在不同围压下的力学响应进行模拟，与实验结果进行了比较，并从材料细观变形的角度对实验结果进行了解释。

1 构元组集模型

构元组集模型基本框架的建立已经在前期工作中完成^[11-12]，下面简单给出模型弹塑性损伤本构关系的推导过程。

1.1 模型的建立过程

基于“对泛函势”理论^[15]，材料的势能可分为两部分：一部分是原子核间的成对相互作用，称为“对势”；另一部分考虑原子核与电子以及多原子间的相互作用，称为“嵌入势”。表述为：

$$E = \frac{1}{2} \sum_{(\alpha,\beta)} \phi(r^{(\alpha,\beta)}) + \sum_{\alpha} F(\rho_{\alpha}) \quad (1)$$

单位体积内由变形引起的势能的变化为应变能密度 $U = \frac{1}{V}(E - E_0)$ 。将初始无变形平衡状态的势能取为零，而且在平衡位置附近有 $\delta E = \frac{\partial E}{\partial \varepsilon_{ij}} \varepsilon_{ij} = 0$ 。同时，忽略三阶及三阶以上项，

应变能密度可在平衡位置附近 Taylor 展开为：

$$U = \frac{1}{4V} \frac{\partial^2}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \left(\sum_{(\alpha,\beta)} \phi(r^{(\alpha,\beta)}) + 2 \sum_{\alpha} F(\rho_{\alpha}) \right) \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \quad (2)$$

由 Cauchy-Born 准则^[16]，材料的微观变形服从局域的宏观变形梯度，因此，同一方向上的原子键变形相同，且与宏观变形场中此方向上的变形一致。将具有相同方向的原子键分为一组，即应变能密度的表达式(2)中对势项按方向统计，同时考虑到机械变形前后电子云密度的变化只与体积变形有关，经过推导，总的应变能密度可写为：

$$U = \frac{1}{4V} \sum_{s=1}^S \sum_{(\alpha,\beta)}^{R^{(\alpha,\beta)}/n^{(s)}} (\phi''(R^{(\alpha,\beta)})^2 - \phi'(R^{(\alpha,\beta)})) n_i^{(s)} n_j^{(s)} n_k^{(s)} n_l^{(s)} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} + \frac{1}{2V} \sum_{\alpha} \left(F'' \left(\frac{\partial \rho_{\alpha}}{\partial \varepsilon_V} \right)^2 + F' \frac{\partial^2 \rho_{\alpha}}{\partial \varepsilon_V^2} \right) \varepsilon_V^2 \quad (3)$$

其中： $R^{(\alpha,\beta)}$ 为 α 和 β 原子在初始时刻的距离； $n_i^{(s)}$ 为第 s 个方向的方向余弦； ε_V 为体积应变。令

$$H^{(s)} = \frac{1}{2V} \sum_{(\alpha,\beta)}^{R^{(\alpha,\beta)}/n^{(s)}} (\phi''(R^{(\alpha,\beta)})^2 - \phi'(R^{(\alpha,\beta)})) \quad , \quad K = \frac{1}{V} \sum_{\alpha} \left(F'' \left(\frac{\partial \rho_{\alpha}}{\partial \varepsilon_V} \right)^2 + F' \frac{\partial^2 \rho_{\alpha}}{\partial \varepsilon_V^2} \right) \quad ,$$

并考虑到原子键方

向上应变与宏观应变的关系:

$$\lambda^{(s)} = \varepsilon_{ij} n_i^{(s)} n_j^{(s)} \quad (4)$$

应变能密度可写为:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^S H^{(s)} (\lambda^{(s)})^2 + \frac{1}{2} K \varepsilon_V^2 \quad (5)$$

从式(5)可以看出, $\frac{1}{2} H^{(s)} (\lambda^{(s)})^2$ 表示了单位体积内处于 $\mathbf{n}^{(s)}$ 方向邻域内的所有原子键的变形能, 它可以作为一个整体, 我们把处于 $\mathbf{n}^{(s)}$ 方向邻域内的所有原子键及其对材料力学性质的贡献抽取为“弹簧束构元”。从而将对势项的计算从对所有原子对求和转化为对所有方向求和, 大大缩减了自由度。弹簧束构元抽象自对势, 对势的大小只与原子核间距离有关。因此, 弹簧束构元只发生拉压变形, 具有简单的本构关系:

$$f^{(s)} = H^{(s)} \lambda^{(s)} \quad (6)$$

同样, 对于由嵌入势变化引起的应变能密度项, $\frac{1}{2} K \varepsilon_V^2$ 代表了单位体积材料由于内部局域电子云密度改变所引起的势能变化, 电子云密度变化的宏观体现就是材料体积的变化, 从嵌入势随体积改变的特点, 抽象出体积构元。体积构元只对三维体积变形——膨胀或压缩有响应。其响应函数为:

$$p = K \theta \quad (7)$$

对于超弹性材料, 由弹性张量与应变能的关系, 可得材料的弹性张量:

$$C_{ijkl} = \frac{\partial^2 U}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} = \sum_{s=1}^S H^{(s)} n_i^{(s)} n_j^{(s)} n_k^{(s)} n_l^{(s)} + K \delta_{ij} \delta_{kl} \quad (8)$$

1.2 弹性损伤本构关系

从微观上看, 微结构的改变、损伤和断裂都是原子间键合力减弱和丧失的结果, 而弹簧束构元是原子键的抽象, 当原子间键合力开始减弱, 相应的弹簧束构元的力学性质(如刚度)发生改变。原子间键合力降低越多, 弹簧束构元的刚度改变越大, 因此可以引入损伤因子 $D^{(s)}$ 来描述第 s 个弹簧束构元刚度的降低:

$$D^{(s)} = 1 - \frac{H^{(s)}}{H_0^{(s)}} \quad (9)$$

其中, $H^{(s)}$ 和 $H_0^{(s)}$ 分别表示第 s 个弹簧束构元当前的和初始的割线刚度。

从而, 材料的弹性本构关系可以形式不变的演化为弹性损伤本构关系, 不同的只是弹簧束构元的

刚度, 因此, 弹性损伤割线刚度可写为:

$$\bar{C}_{ijkl} = \sum_{s=1}^S (1 - D^{(s)}) H_0^{(s)} n_i^{(s)} n_j^{(s)} n_k^{(s)} n_l^{(s)} + K \delta_{ij} \delta_{kl} \quad (10)$$

为简便起见, 体积构元的刚度 K 在整个变形过程中可看成常数。实际上, 当体积变形较大时, 体积构元的刚度会有变化, 然而相比弹簧束构元, 体积构元的损伤一般很小。此外, 在静水压力作用下, 弹簧束构元也会产生相应变形, 发生损伤, 因此体积变形引起的损伤也可以通过弹簧束构元来反映。

弹簧束构元的损伤可看成是应变史(变形过程中构元所经历的最大/最小应变)的函数。同时, 考虑损伤不愈合, 有:

$$D^{(s)} = D^{(s)}(\lambda_h^{(s)}), \\ 0 \leq D^{(s)} \leq 1, \dot{D}^{(s)} \geq 0, \quad s = 1, \dots, S \quad (11)$$

从而, 得到材料弹性损伤本构关系的率形式:

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} = \sum_{s=1}^S \left(1 - D^{(s)} - \lambda^{(s)} \frac{dD^{(s)}}{d\lambda_h^{(s)}} \right) \cdot \\ H_0^{(s)} n_i^{(s)} n_j^{(s)} n_k^{(s)} n_l^{(s)} \dot{\varepsilon}_{kl} + K \delta_{ij} \delta_{kl} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (12)$$

1.3 塑性本构关系

原子垂直于原子键的运动不改变原子键的长度, 如滑移, 它不能由对泛函势描述, 因此需要引入新的变形机制来描述滑移变形^[12]。滑移是大多数金属的主要塑性变形机制。从宏观平均意义来看, 多晶材料内的任意剖面都可能作为滑移面。晶体塑性理论中, 滑移系作为基本研究单元, 可推广为滑移构元。滑移构元是大量随机分布的滑移系按取向的分组, 它描述了不同晶粒内部具有相同运动学特点的滑移系的宏观平均性质。因此, 滑移构元的方向可遍布整个空间, 实际计算时, 取有限个独立的滑移构元。

设 $\mathbf{s}^{(\alpha)}$ 和 $\mathbf{n}^{(\alpha)}$ 分别是第 α 个滑移构元的单位滑移方向矢量和滑移面的单位法线矢量。相应的, 定义二阶张量:

$$\mathbf{P}^{(\alpha)} = \frac{1}{2} (\mathbf{s}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{n}^{(\alpha)} + \mathbf{n}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{s}^{(\alpha)}) \quad (13)$$

第 α 个滑移构元的运动学和动力学变量为滑移量 $\gamma^{(\alpha)}$ 和分解剪切应力 $\tau^{(\alpha)}$ 。对于小变形情况, 分解剪切应力与应力场之间的关系为:

$$\tau^{(\alpha)} = P_{ij}^{(\alpha)} \sigma_{ij} \quad (14)$$

塑性变形是所有滑移构元滑移的结果:

$$\varepsilon_{ij}^p = \sum_{\alpha=1}^n \gamma^{(\alpha)} P_{ij}^{(\alpha)} \quad (15)$$

由广义 Schmid 定律知, 当分解剪应力 $\tau^{(\alpha)}$ 达到临界值 $\tau_{\pm cr}^{(\alpha)}$ 时, 滑移构元处于临界状态; 当 $\tau_{-cr}^{(\alpha)} < \tau^{(\alpha)} < \tau_{+cr}^{(\alpha)}$ 时, 滑移构元处于非临界状态。对于进一步的增量变形, 为了使滑移构元继续开动, 分解剪应力的增量必须保持与其临界值的增量相等。即对于持续开动的滑移构元, 有:

$$\begin{cases} \dot{\tau}_{+cr}^{(\alpha)} = \dot{\tau}^{(\alpha)}, & \dot{\tau}^{(\alpha)} > 0 \\ \dot{\tau}_{-cr}^{(\alpha)} = \dot{\tau}^{(\alpha)}, & \dot{\tau}^{(\alpha)} < 0 \end{cases} \quad (16)$$

对于停止开动或非临界的滑移构元, 有:

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} = 0 \quad (17)$$

在滑移过程中, 考虑各滑移构元之间的相互影响, 认为各滑移构元临界分解剪切应力率和滑移率有线性关系, 表述为:

$$\begin{cases} \dot{\tau}_{+cr}^{(\alpha)} = \sum_{\beta=1}^n h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)}, & \sum_{\beta=1}^n h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} > 0 \\ \dot{\tau}_{-cr}^{(\alpha)} = \sum_{\beta=1}^n h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)}, & \sum_{\beta=1}^n h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} < 0 \end{cases} \quad (18)$$

其中, $h_{\alpha\beta}$ 是硬化模量, 表示第 β 个滑移构元滑移一单位时对 α 滑移构元临界分解剪应力的影响, $\alpha = \beta$ 时表示自硬化, $\alpha \neq \beta$ 时表示潜在硬化。

从式(14)~式(18), 可得到塑性应变和应力之间的关系:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = S_{ijkl}^p \dot{\sigma}_{kl} = \left(\sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n (h_{\alpha\beta})^{-1} P_{ij}^{(\alpha)} P_{kl}^{(\beta)} \right) \dot{\sigma}_{kl} \quad (19)$$

其中 S^p 是材料的塑性柔度张量, 上述方程只对开动的滑移构元求和。

1.4 弹塑性损伤本构关系

考虑滑移过程中弹性性质不变, 从式(12)可得出:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = S_{ijkl}^{ed} \dot{\sigma}_{kl} \quad (20)$$

其中 S^{ed} 是弹性损伤柔度张量, $S^{ed} = (C^{ed})^{-1}$ 。

基于应变机制可分解, 小变形情况下, 总应变可分解为弹性应变与塑性应变的和:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (21)$$

将式(19)和式(20)代入式(21), 则有:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = (S_{ijkl}^{ed} + S_{ijkl}^p) \dot{\sigma}_{kl} = S_{ijkl}^{epd} \dot{\sigma}_{kl} \quad (22)$$

其中 S^{epd} 表示弹塑性损伤柔度张量。因此, 材料的弹塑性损伤刚度张量可表示为:

$$C^{epd} = ((C^{ed})^{-1} + S^p)^{-1} \quad (23)$$

从而, 我们得到了由三种构元描述的弹塑性损伤本

构关系。

因此, 弹簧束构元和体积构元共同描述了材料的弹性损伤本构关系, 滑移构元描述了材料的塑性变形响应。分布于空间各个方向上的弹簧束构元和滑移构元以及一个体积构元共同构成了模型的微结构。弹簧束构元和滑移构元都有与其方向相关的变形和受力状态, 不同方向上的弹簧束构元和滑移构元经历的变形历史不同, 损伤状态或临界分解剪应力不同, 可以自然的反映变形诱导的各向异性。

2 迭代流程

弹塑性损伤本构关系涉及到弹性和塑性变形之间的叠加, 它们对应着共同的应力状态。本构关系的实现需要通过迭代。下面给出在给定应变增量时的迭代流程:

1) 已知上一增量步的应变 $\varepsilon^{(n-1)}$ 、应力 $\sigma^{(n-1)}$, 给定此增量步的应变增量 $\Delta\varepsilon$ 。将上一增量步的弹性损伤刚度张量 $(C^{ed})^{(n-1)}$ 和总的刚度张量 $(C^{epd})^{(n-1)}$ 作为迭代初始值。

2) 利用总刚度张量求应力增量, $\Delta\sigma = C^{epd} : \Delta\varepsilon$ 。

3) 利用应力增量和弹性损伤刚度张量求弹性应变增量, $\Delta\varepsilon^e = (C^{ed})^{-1} : \Delta\sigma$ 。

4) 利用弹性应变增量 $\Delta\varepsilon^e$ 和上一步的弹性应变, 求出各个弹簧束构元上的应变 $\lambda^{(s)}$ 。由弹簧束构元的响应曲线求出各个构元的损伤 $D^{(s)}$ 和损伤率 $\dot{D}^{(s)}$ 。利用式(12)计算新的弹性损伤刚度张量 C^{ed} , 进而求得新的应力增量 $\Delta\sigma = C^{ed} : \Delta\varepsilon^e$ 。

5) 利用新的应力增量 $\Delta\sigma$, 计算滑移构元的分解剪应力 $\tau^{(\alpha)}$, 初步试探判断滑移构元是否开动, 计算临界分解剪应力增量 $\Delta\tau_{cr}^{(\alpha)}$, 利用硬化矩阵 $h_{\alpha\beta}$ 求得滑移量的增量 $\Delta\gamma^{(\alpha)}$, 当所有构元满足 $\Delta\tau_{cr}^{(\alpha)} \cdot \Delta\gamma^{(\alpha)} \geq 0$ 时, 滑移构元是否开动的判断是正确的, 否则令临界分解剪应力最小的滑移构元不开动, 继续计算, 直至满足条件为止。进而, 利用式(19)求得新的塑性柔度张量 S^p 和塑性应变增量 $\Delta\varepsilon^p = S^p : \Delta\sigma$ 。

6) 利用式(22), 由新的弹性损伤刚度张量 C^{ed} 和新的塑性柔度张量 S^p 求出新的总刚度张量 C^{epd} 。

7) 通过弹性应变增量和塑性应变增量计算总应变增量, $\Delta\tilde{\varepsilon} = \Delta\varepsilon^e + \Delta\varepsilon^p$ 。比较计算得到的应变

增量 $\Delta\tilde{\epsilon}$ 与给定的应变增量 $\Delta\epsilon$ 的差值, 当满足给定的收敛条件 $\|\Delta\tilde{\epsilon} - \Delta\epsilon\| < \delta$ 时, 此增量步迭代完成; 否则, 利用更新的刚度矩阵返回第 2) 步重新计算, 直到满足收敛条件。

8) 更新状态变量(弹簧束构元经历的最大/最小应变, 滑移构元的临界分解剪应力值)。进入下一增量步的计算。

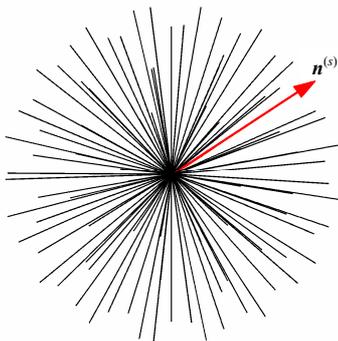
3 参数标定

下面通过一个单轴拉伸算例来说明模型中参数的标定过程。

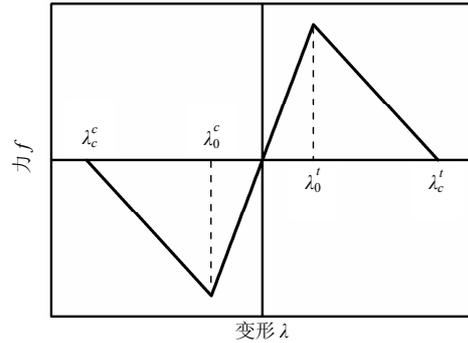
Lemaitre 在文献[17]中给出了铜在单轴拉伸试验过程中的应力-应变曲线以及变形过程中材料弹性模量的变化, 并给出了材料的损伤随着塑性变形变化的曲线。材料的弹性模量为 98.99GPa。

利用本模型的弹塑性损伤本构关系, 对此单轴拉伸试验进行了模拟。利用试验中给出的卸载模量 \tilde{E} , 可以得到弹性应变 $\epsilon^e = \sigma / \tilde{E}$, 从而可以将变形分解为弹性应变和塑性应变, 进而得到弹性应变和塑性应变与应力的关系曲线。由于模型中的弹性应变通过弹簧束构元和体积构元描述, 塑性应变通过滑移构元描述, 模型和试验中应变的分解使得构元的标定变得相互独立, 即由弹性应变和应力的关系曲线标定弹簧束构元的参数(体积构元只有一个参数, 刚度 K , 可由弹性模量和泊松比直接计算), 由塑性应变和应力的关系曲线标定滑移构元的参数。

模型中采用 46 个弹簧束构元, 其空间分布如图 1(a)所示, 其响应曲线采用双折线形式, 如图 1(b)所示。构元拉伸和压缩的性质相同, 损伤应变阈值为 $\lambda_0^t = -\lambda_0^c = 0.0031$, 破坏时的应变为 $\lambda_c^t = -\lambda_c^c = 0.2$, 其中损伤应变阈值通过材料的弹性极限确定, 破坏时的应变根据材料弹性模量的变化确定, 即弹性应变和应力的关系曲线确定。



(a) 弹簧束构元空间分布示意图



(b) 弹簧束构元的响应曲线

图 1 弹簧束构元示意图

Fig.1 A schematic diagram of spring-bundle components

滑移构元采用 552 个, 即将每个弹簧束构元的方向作为一个法向, 在垂直的平面内均匀取 12 个滑移方向, 每个方向对应着一个滑移构元。类似于幂次硬化模型的宏观应力-应变关系, 滑移构元也采用幂指数的自硬化系数, 即对于开动的滑移构元, 自硬化系数 $h_{\alpha\alpha} = c(|\gamma^{(\alpha)}| + \gamma_0)^{m-1}$, 其中 $\gamma_0 = \left(\frac{\tau_{+cr}^0}{c}\right)^{\frac{1}{m}}$, 如图 2 所示。对于未开动的滑移构元, 其自硬化系数为无穷大。模拟时采用的参数为 $c = 1.1 \times 10^9 \text{ Pa}$, $m = 0.4$, 由塑性应变和应力的关系曲线确定。滑移构元初始临界分解剪应力为 $\tau_{+cr}^0 = -\tau_{-cr}^0 = 100 \text{ MPa}$, 由材料的屈服点确定。模型中没有考虑滑移构元的潜在硬化。

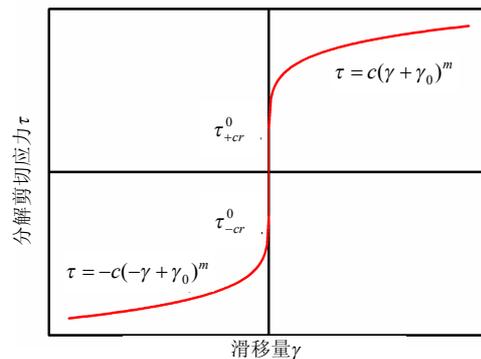


图 2 滑移构元的响应曲线

Fig.2 Response curve of spring-bundle components

利用这些参数, 模拟得到的应力-应变曲线如图 3, 塑性应变和损伤的关系曲线如图 4, 并与试验得到的曲线进行比较, 可看出吻合较好。此外, 根据卸载模量计算出弹性应变, 可以得到弹性应变和应力的关系曲线, 模拟结果与试验结果的比较见图 5, 从图 5 中可看出两者基本相符, 这反映了模型也能很好的预测单轴拉伸过程中弹性模量的降低。

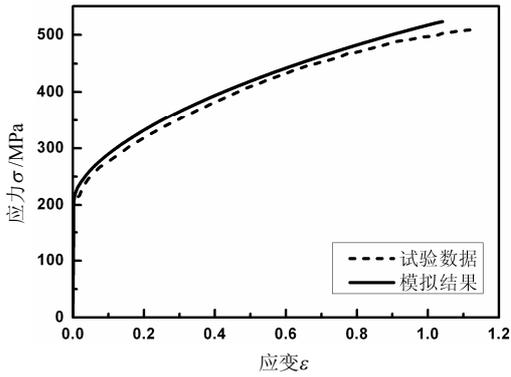


图 3 应力-应变曲线

Fig.3 Stress-strain curve

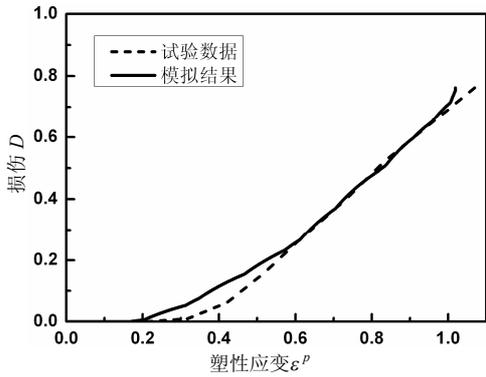


图 4 损伤 D 和塑性应变 ε^p 的关系曲线

Fig.4 Damage D vs. plastic strain ε^p curve

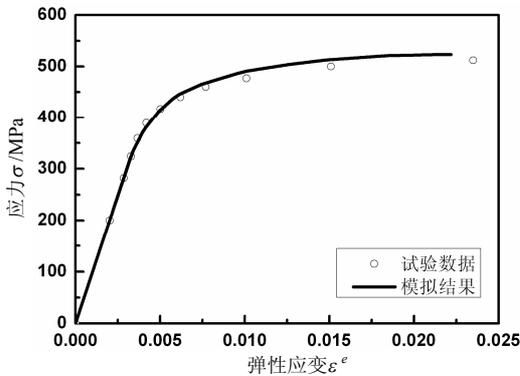


图 5 应力 σ 和弹性应变 ε^e 的关系曲线

Fig.5 Stress σ vs. elastic strain ε^e curve

需要说明的是，此部分给出的参数标定过程作为一个理想的标定过程，需要在试验资料完备的情况下采用。在实际计算中，有些情况下，试验数据并不能给的这么明确，那么参数的标定就需要综合各个方面的数据来考虑，如下文将要用到的砂浆材料。

4 算例

文献[6]中给出了不同围压作用下砂浆的应力-应变曲线。试验表明，砂浆在压缩过程中表现出了

一定的塑性变形。本文利用构元组集模型的弹塑性损伤本构关系进行了模拟。

砂浆的弹性模量为 8.03GPa ，抗压强度为 7.39MPa 。试验中的加载方式如图 6 所示，加载分两步，先加围压到 p ，然后保持围压不变，继续施加轴向力 σ_v 直至破坏。试验中给出了围压分别为 1.05MPa 、 2.05MPa 和 3.05MPa 时的结果。

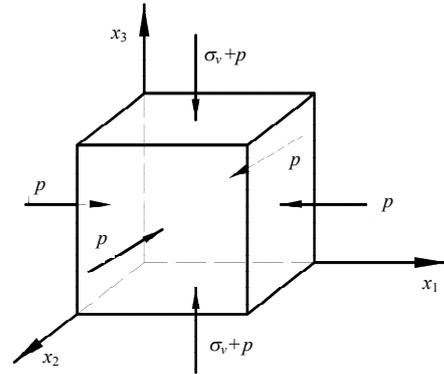


图 6 加载方式示意图

Fig.6 A schematic diagram of loading condition

模拟时，弹簧束构元的响应曲线采用双折线形式。考虑到砂浆的拉伸强度比压缩强度大，弹簧束构元在拉伸阶段和压缩阶段的损伤阈值和破坏时的应变均不相同，拉伸阶段的参数为 $\lambda_0^t = 3.5 \times 10^{-5}$ ， $\lambda_c^t = 0.1$ ；压缩阶段的参数为 $\lambda_0^c = -0.00145$ ， $\lambda_c^c = -0.5$ 。滑移构元采用线性强化规律， $h = 3 \times 10^{10}\text{Pa}$ ，初始临界分解剪应力为 3.9MPa 。这些参数由压缩强度及应力-应变曲线综合考虑确定。模型中没有考虑潜在硬化。

三种围压情况下模拟结果与试验结果以及文献[2]中 Litewka 和 Szojda 的模拟结果的比较见图 7，其中，圆圈表示试验曲线，每组试验做了两次，有两条试验曲线，虚线为 Litewka 和 Szojda 利用基于连续介质损伤力学和张量函数表示理论(theory of tensor function representation)的数学模型^[18]模拟的结果，实线为本模型的模拟结果。图 7 中纵轴为压应力 σ_v 与压缩强度 f_c 的比值，横轴为应变，其中左侧表示压缩方向上的应变，右侧为侧向的应变(均减去围压产生的应变后的应变值)。从图 7 中可以看出，随着围压增加，材料的承载能力增加，当围压为 3.05MPa 时，材料的承载能力提高了约一倍，这是由于砂浆的压缩强度远大于拉伸强度，在压缩过程中，结构实际上是由于侧向的拉伸破坏而破坏，围压中和了部分侧向拉力，从而，在同样轴向压力情况下，随着围压增加，侧向的拉应变减小，损伤

减小, 从而承载能力增加。

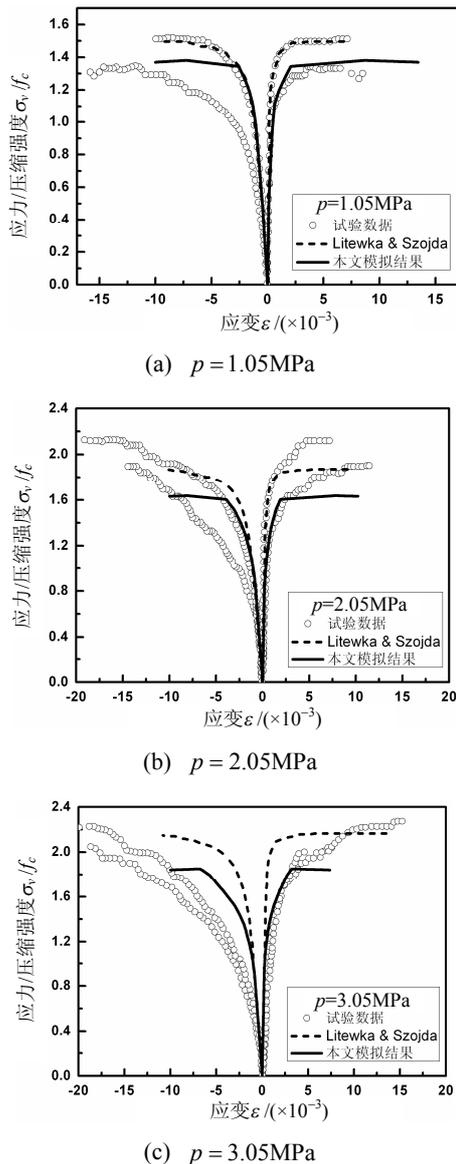


图7 不同围压 p 下砂浆的应力-应变曲线

Fig.7 Stress-strain curve for mortar under various hydrostatic pressures

在模型中, 弹簧束构元的拉伸损伤应变阈值远比压缩的小, 弹簧束构元的损伤主要受拉伸应变控制。对于某一低围压情况, 设发生破坏的轴向压力为 σ_v^c , 对于高围压的情况, 在同样的轴向压力下, 由于侧向的拉应变比低围压情况的小, 仍然不损伤或损伤值较小, 仍然不破坏, 从而载荷能继续上升, 因此模型能模拟材料随着围压增加承载力增加的现象。而且, 由于材料整体强度增加, 在应力达到塑性屈服极限时, 会有塑性强化, 反映了高围压情况下材料的韧性。围压越高, 承载力越大, 在从屈服到破坏过程中产生的塑性变形越大, 材料的韧性也越强。

在构元组集模型中, 弹簧束构元和滑移构元的变形与材料的宏观变形状态相关, 随着方向不同而各异, 而构元的刚度取决于此构元的变形历史和变形状态, 因此, 在变形后, 不同方向上的构元刚度不同, 自然的反映了变形诱导各向异性。而且, 这两种构元的状态变量(弹簧束构元所经历的最大/最小应变, 滑移构元的临界分解剪应力)记录了各个方向上的加载历史, 从而能反映加载路径的影响, 使模型具有处理非比例加载问题的潜力。作为假三轴加载, 有围压作用下的加载问题是一个非比例加载问题, 模型对此问题的模拟结果恰恰证实了本模型处理非比例加载问题的能力。模型对真三轴加载及结构响应的预测将是下一步的工作内容。

5 结论

本文介绍了基于构元组集模型的弹塑性损伤本构关系, 给出了计算迭代流程。利用铜的单轴拉伸算例, 阐述了模型参数的标定过程和物理意义。进而模拟了围压作用下砂浆材料在压缩载荷下的力学响应, 从弹簧束构元拉压性质不同和变形诱导各向异性的角度解释了随着围压增加, 材料的承载能力和韧性增加的现象, 并从微观物理机制的层次揭示了材料内部微结构变化对力学性能的影响。文中的模拟结果与试验结果吻合较好, 这初步证实了本模型具有处理非比例加载问题的能力, 为模型进一步应用于结构力学行为的预测提供了依据。

参考文献:

- [1] 薛志刚, 胡时胜. 水泥砂浆在围压下的动态力学性能[J]. 工程力学, 2008, 25(12): 184—188, 201. Xue Zhigang, Hu Shisheng. Dynamic behavior of cement mortar under confinement [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(12): 184—188, 201. (in Chinese)
- [2] Litewka A, Szojda L. Damage, plasticity and failure of ceramics and cementitious composites subjected to multi-axial state of stress [J]. International Journal of Plasticity, 2006, 22(11): 2048—2065.
- [3] Papanikolaou V K, Kappos A J. Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression [J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(21): 7021—7048.
- [4] 杨圣奇, 徐卫亚, 苏承东. 大理岩三轴压缩变形破坏与能量特征研究[J]. 工程力学, 2007, 24(1): 136—142. Yang Shengqi, Xu Weiya, Su Chengdong. Study on the deformation failure and energy properties of marble specimen under triaxial compression [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(1): 136—142. (in Chinese)

(参考文献[5]—[18]转第196页)

- 24(9): 1195—1213.
- [16] Arias A. A measure of earthquake intensity [M]// Hansen R J. Seismic Design of Nuclear Power Plants. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1970: 438—483.
- [17] Ang A. Reliability bases for seismic safety assessment and design [C]. Proc. 4th U. S. National Conf. on Earthquake Engineering. Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, Calif., 1990: 29—45.
- [18] Von Thun J L, Rochim L H, Scott G A, Wilson J A. Earthquake ground motions for design and analysis of dams [M]// ASCE. Earthquake Engineering and Soil Dynamics II-Recent Advances in Ground-Motion Evaluation. Geotechnical Special Publication, 20, New York, 1988: 463—481.
- [19] Housner G W. Spectrum intensities of strong motion earthquakes [C]// Duke M C, et al. Proc. the Symposium on Earthquake and Blast Effects on Structures. Earthquake Engineering Research Institute, El Cerrito, Calif., 1952: 20—36.
- [20] Martinez-Rueda J E. Scaling procedure for natural accelerograms based on a system of spectrum intensity scales [J]. Earthquake Spectra, 1998, 14: 135—152.

(上接第 164 页)

- [5] 闫东明, 林皋, 徐平. 三向应力状态下混凝土动态强度和变形特性研究[J]. 工程力学, 2007, 24(3): 58—64.
Yan Dongming, Lin Gao, Xu Ping. Dynamic strength and deformation of concrete in triaxial stress states [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(3): 58—64. (in Chinese)
- [6] 沈新普, 沈国晓, 陈立新. 混凝土损伤塑性本构模型研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(增刊 2): 13—16.
Shen Xinpu, Shen Guoxiao, Chen Lixin. Study on a plastic constitutive damage model for concrete [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(S2): 13—16. (in Chinese).
- [7] Wert J A. Revealing deformation microstructures [J]. Materials Today, 2007, 10(9): 24—32.
- [8] Pensee V, Kondo D. Micromechanics of anisotropic brittle damage: comparative analysis between a stress based and a strain based formulation [J]. Mechanics of Materials, 2003, 35(8): 747—761.
- [9] Gao H, Klein P. Numerical simulation of crack growth in an isotropic solid with randomized internal cohesive bonds [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1998, 46(2): 187—218.
- [10] Miller R. Quasicontinuum models of fracture and plasticity [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998, 61(3-4): 427—444.
- [11] Deng S C, Liu J X, Zhang J, Liang N G. Component assembling model and its application to quasi-brittle damage [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2006, 46(3): 232—242.
- [12] Deng S C, Liu J X, Liang N G, Zhang J. Validation of component assembly model and extension to plasticity [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2007, 47(3): 244—259.
- [13] Zhang J. Study of the damage-induced anisotropy of quasi-brittle materials using the component assembling model [J]. International Journal of Damage Mechanics, 2008(17): 197—221.
- [14] 邓守春. 构元组集模型及其对材料弹、塑性损伤变形过程的描述[D]. 北京: 中国科学院力学研究所, 2007.
Deng Shouchun. Component assembling model and its application to model material elasto-plastic damage deformation [D]. Beijing: Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2007. (in Chinese)
- [15] Phillips R. Crystals, defects and microstructures-modeling across scales [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [16] Ericksen J L. The cauchy and born hypotheses for crystals, in Phase transformations and material instabilities in solids [C]. New York: Academic Press, 1984.
- [17] Lemaitre J. A continuous damage mechanics model for ductile fracture [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1985, 107(1): 83—89.
- [18] Litewka A, Debinski J. Load-induced oriented damage and anisotropy of rock-like materials [J]. International Journal of Plasticity, 2003, 19(12): 2171—2191.