文章编号: 1000-4750(2011)08-0070-07

基于薄壳单元的膜材褶皱发展过程研究

*马 瑞,张 建,杨庆山

(北京交通大学土木建筑工程学院 北京 100044)

摘 要:考虑到柔性结构几何非线性的特点,采用显式动态分析方法,利用 ansys/ls-dyna 壳单元对张拉平面膜材 褶皱的发展过程进行数值模拟和研究分析。把薄膜结构褶皱的整个发展过程划分为缺陷、微观褶皱和宏观褶皱3 种 状态,并给出每种状态的特点。选择带有不同初始缺陷的膜片进行加载分析,对每种状态进行了详细描述,且对 初始缺陷在每种状态时的影响进行了对比。研究结果表明:把张拉平面膜材褶皱划分为 3 种状态可以更有效的衡 量褶皱发展的程度,并可以方便的对处于特定状态的结构进行研究和描述。

关键词:薄膜褶皱;薄壳单元;显式动态分析;张拉薄膜;初始缺陷

中图分类号: TU318 文献标志码: A

AN ANALYSIS ON TRANSITION OF MEMBRANE WRINKLES APPLYING SHELL ELEMENTS

*MA Rui, ZHANG Jian, YANG Qing-shan

(School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Considering the geometric nonlinearity of Flexible Structures, the paper adopted the explicit dynamic method to analyze the transition of the wrinkles in the tension plane membrane by use of shell elements based on ansys/ls-dyna package. The transition of the membrane wrinkles was divided into three states, imperfection state, micro wrinkles state and macro wrinkles state. The features of each state were simulated. The tensioned membranes with different initial imperfections were calculated and analyzed. The influences of initial imperfections in each state were described and compared. The results show that the transition levels can be measured more effectively by dividing the process into three states. In addition, the tensioned membrane in each state can be described and analyzed effectively and conveniently.

Key words: membrane wrinkling; shell elements; explicit dynamic analysis; tension plane membrane; initial imperfections

膜材是一种柔性材料,其面外刚度很小,当膜 材中出现压应力时,就会形成褶皱,该区域的刚度 会降低甚至消失。

目前对薄膜结构褶皱问题的研究方法主要有 数值模拟和实验分析两种。实验分析方法受薄膜自 身特性、实验器材、测量手段等的限制,使得目前 仅能对部分简单的结构形式采用实验分析方法进 行研究,所以已有的实验数据有限。数值方法则不 受实验器材等限制,可以更加灵活的分析复杂的结 构形式,所以基于多种数值理论的分析方法,已经 越来越广泛的应用于薄膜结构褶皱的研究。

平面张拉膜材的数值分析方法主要有基于薄 膜理论采用不可压缩材料模型的数值分析方法和 基于非线性薄壳模型的非线性屈曲分析方法。前一

收稿日期: 2009-12-01; 修改日期: 2010-06-03

作者简介: *马 瑞(1982-),女,山东人,博士生,从事柔性结构研究(E-mail: 07121534@bjtu.edu.cn); 张 建(1981-),男,辽宁人,博士生,从事柔性结构和风工程方面的研究(E-mail: 05115229@bjtu.edu.cn); 杨庆山(1968-),男,河北人,教授,博士,博导,从事大跨空间结构、风工程与抗震方面的研究(E-mail: qshyang@bjtu.edu.cn).

种分析方法忽略了膜材所具有的微小抗弯刚度。因此参考文献[1]认为膜材中一旦出现压应力就会有 褶皱产生,将膜材的受力状态分为3种情况:纯拉 状态、单向褶皱状态(又称为褶皱状态)和双向褶皱 状态(又称为松弛状态)。此方法相对简单,计算量 较小,能得到褶皱的走向和分布区域,广泛应用于 分析建筑膜结构及其它对曲面精度要求不高的结 构。但是在空间充气天线、太阳帆板、太阳光防护 罩等对形面精度要求较高的太空结构中,尚需得到 薄膜屈曲后的幅值、波长、褶皱数量等具体信息, 此时就需采用后一种分析方法。本文将采用该方法 以详细了解膜材在荷载作用下的褶皱发展过程。

薄膜在产生褶皱的过程中,几何变形很大,一般的求解会带来难以收敛的问题。所以本文采用显式有限元理论的准静态方法进行求解,根据虚功率原理建立有限元方程,并利用 ansys/ls-dyna 对张拉膜片进行分析研究^[2]。

研究结果表明,膜材在平面内荷载作用下的褶 皱发展过程可划分为缺陷、微观褶皱和宏观褶皱 3种状态。其中缺陷状态(the imperfection state)是指 其部分节点偏离原平衡位置,但是面外位移小且极 不稳定,随荷载变化而迅速重分布;微观褶皱状态 (the micro wrinkles state)是指膜材中出现较为连贯 的褶皱,但面外位移很小,且褶皱的位置还尚未稳 定,当荷载增加时褶皱的位置会改变;宏观褶皱状 态(the macro wrinkles state)是指褶皱位置基本确定, 荷载的增加只会使褶皱幅值增大,而不会引起褶皱 位置的改变。

将褶皱的发展过程划分为这3种状态,可以有 效地衡量褶皱发展程度,并可以方便的对处于特定 状态的褶皱性状进行研究和描述。

1 几何大变形数值分析方法

1.1 控制方程

在固体有限元中,求解方法依照所选的参考构型可分为更新拉格朗日格式(U.L.)和完全拉格朗日格式(T.L.)。膜材在褶皱产生过程中,几何变形较大,且褶皱的产生与其形成过程有关。因此,本文采用更新拉格朗日格式进行描述^[3-4],其控制方程有质量守恒、动量守恒、能量守恒、变形率、本构关系和初始条件。

数值计算方法从微分方程的弱形式出发,只要 求动量方程式(1)在内积意义下满足,由此推导出虚 功率方程,并经有限元离散后,得到节点位移方程。 动量方程:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho b_i = \rho \ddot{u}_i \tag{1}$$

取虚速度为加权系数,利用加权余量法,动量 方程的弱形式可以写成:

$$\int_{V} \delta v_{i} \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_{j}} + \rho b_{i} - \rho \ddot{u}_{i} \right) dV = 0$$
 (2)

其中: δv_i 为虚速度, $\delta v_i(X) \in R_0$, $R_0 = \{\delta v_j | \delta v_j \in C^0(X), \delta v_j |_{A_v} = 0\}$ 。对式(2)进行分部积分, 虚功率 方程为:

$$\int_{V} \frac{\partial \delta v_{i}}{\partial x_{j}} \sigma_{ij} dV - \int_{V} \delta v_{i} \rho b_{i} \sigma_{ij} dV - \int_{A_{i}} \delta v_{i} \overline{t_{i}} dA + \int_{V} \delta v_{i} \rho \ddot{u}_{i} dV = 0 \quad (3)$$

虚功率方程式(3)的求解过程如下:

首先,对结构进行离散,质点*X*在任一时刻的 空间坐标 *x_i(X,t*)为:

$$x_i(X,t) = N_I x_{iI}(t) \tag{4}$$

其中: N_I为节点 I 的形函数。

单元内任意一点的位移、速度、加速度、变形 率以及虚速度可表示为:

$$u_{i}(X,t) = x_{i}(X,t) - X_{i} = N_{I}(X)u_{iI}(t)$$

$$\begin{cases}
\dot{u}_{i}(X,t) = N_{I}(X)\dot{u}_{iI}(t) \\
\ddot{u}_{i}(X,t) = N_{I}(X)\ddot{u}_{iI}(t) \\
D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \dot{u}_{j}}{\partial x_{i}} \right) = \frac{1}{2} \left(\dot{u}_{iI} \frac{\partial N_{I}}{\partial x_{j}} + \dot{u}_{jI} \frac{\partial N_{I}}{\partial x_{i}} \right) = B_{I}u_{I} \\
\delta v_{i}(x) = N_{I}(x)\delta v_{iI}
\end{cases}$$
(5)

(6)

将式(5)和式(6)写成矩阵形式,并代入虚功率方程式(3),整理后得到有限元格式的常微分方程:

LS-DYNA 显式动力分析采用中心差分法求解 常微分方程式(7),结构各节点在第n个时间步结束 时刻 t_n 的加速度向量^[5]:

$$\ddot{\boldsymbol{U}}(t_n) = \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{F}$$

当计算中需要考虑沙漏阻力以及接触力时,

$$\boldsymbol{f}^{\text{int}} = \int_{\Omega} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} \mathrm{d} \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{F}^{hg} + \boldsymbol{F}^{conta}$$

其中:等式右边三项分别为*t*_n时刻单元应力场等效 节点力、沙漏阻力和接触力矢量。

加速度由速度的一阶中心差分给出,速度由位 移的一阶中心差分给出。

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{U}}(t_n) = \frac{\dot{\boldsymbol{U}}\left(\frac{t_{n-\frac{1}{2}}}{2}\right) - \dot{\boldsymbol{U}}\left(\frac{t_{n-\frac{1}{2}}}{2}\right)}{2(\Delta t_{n-1} + \Delta t_n)} \\ \dot{\boldsymbol{U}}\left(\frac{t_{n-\frac{1}{2}}}{2}\right) = \frac{1}{\Delta t_n} \{\boldsymbol{U}(t_{n+1}) - \boldsymbol{U}(t_n)\} \end{cases}$$
(8)

其中: $\Delta t_{n-1} = t_n - t_{n-1}$; $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$; $t_{n-\frac{1}{2}} = \frac{t_n + t_{n-1}}{2}$; $t_{n+\frac{1}{2}} = \frac{t_{n+1} + t_n}{2}$ 。 则: $\left[\dot{U}\binom{t_{n+\frac{1}{2}}}{2} = \dot{U}\binom{t_{n+\frac{1}{2}}}{2} + \frac{1}{2}\ddot{U}(t_n)(\Delta t_{n-1} + \Delta t_n)\right]$

$$\begin{cases} U(t_{n+1}) = U(t_n) + \dot{U} \begin{pmatrix} t_{n+\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \Delta t_n \end{cases}$$
(9)

新的几何构型由初始构型 x_0 加上位移增量 U 获得,即:

$$\boldsymbol{x}_{t+\Delta t} = \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{U}_{t+\Delta t} \tag{10}$$

1.2 时间步

中心差分法是条件稳定算法,时间步长Δt的选择涉及两个方面的约束^[3]:其一,直接积分法的实 质就是用差分代替微分,且对位移和加速度的变化 采用引申的线性关系(外插),这就限制了Δt的取值 不能过大,否则结果可能失真过大;其二,在每一 步的数值计算中,不可避免地存在舍入误差,这些 舍入误差又不可避免的代入下一个时间步算式中, 如果算法不具备时间稳定性,可能导致计算结果发 散。保证稳定状态需要相对较小的时间步长,即稳 定临界时间步长,所以时间步长的选择在显式计算 中也尤为重要。

临界时间步长[6]:

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{\max}} = \min\{(\Delta t_{cr}^e)_i\};$$

$$(\Delta t_{cr}^e)_i = \frac{2}{(\omega_{\max}^e)_i}, \quad i = 1, \cdots,$$
(11)

其中: i为结构中的单元编号; ω_{max}^{e} 单元i的最大 自振频率。

无阻尼体系的特征值方程为:

$$([K^{e}] - \omega^{2}[M^{e}]) \{ u^{e} \} = \{ \mathbf{0} \}$$
(12)

在实际计算过程中,最高频率基于一组复杂的 相互作用因素,很难得到具体数值。可以采用某些 有效且保守的方法,简单估算时间步长。

在 LS-DYNA 中,临界时间步长是自动计算的, 依赖单位长度和材料特性。对于整个有限元模型来 说,控制时间步的是最小尺寸单元,为保证收敛, LS-DYNA 采用变步长积分法,当结构变形很大时, 其临界时间步长会变得非常小,以至于无法完成 计算^[1]。

褶皱分析属于静力问题,可以采用显式有限元 的准静态方法进行求解,当动能与总内能之比始终 小于 5%时(即采用缓慢加载的方法来施加位移荷 载),其动力效应可以忽略^[7]。本文采用质量缩放技 术,来解决时间步的问题,但是为了保证计算结果 可信,所选期望时间步长Δt_{specified}与计算所得到的 临界时间步长相差不能太大。

在 ls-dyna 中, 壳单元其临界时间步长^[6,8]:

$$\Delta t_{\min} = \frac{l_{\min}}{c} = \frac{l_2}{c} \tag{13}$$

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - v^2)}} \tag{14}$$

通过调整单元的密度来增大它的时间步长。 LS-DYNA 由关键字*CONTROL_TIMESTEP 中参数 DT2MS 来人为控制时间步长,输入期望的实际 计算时间步长,程序自动增加对应单元的密度^[6]:

$$\left(\frac{\Delta t_{specified}}{l_i}\right)^2 = \frac{(1-v^2)\rho_i}{E}$$
(15)

则
$$\rho_i = \frac{(\Delta t_{specified})^2 E}{l_i^2 (1-v^2)}$$
,从而得到单元*i*的材料密度。

2 张拉平面膜材的计算分析

2.1 建立有限元模型

本文采用与 Wong[2006]试验中相似的模型及 实验过程^[9],对模型尺寸进行了调整,膜材高宽比 为 5,以消除左右边界对中间部分膜材的影响,从 而得到相对稳定的屈曲后状态。如图 1 所示。

单元 1	单元 2	单元 3
<	$\stackrel{l_2}{\longleftrightarrow}$	<i>l</i> ₃

图1 单元示意图

Fig.1 A schematic representation of the elements

采用 Ferrari 公司生产的含有 PVDF 面层的 PVC 聚酯纤维膜 PVDF1002T^[10],薄膜长为 1.900m,高 为 0.380m,厚度 0.8mm(基层厚度)。选用膜材纬向 的材料属性分别:弹性模量 E = 0.794GPa; 泊松比 v = 0.12;密度 $\rho = 1050$ kg/m³。

膜材的预应力水平一般为破坏应力的 1%~5%, PVDF1002T 纬向的破坏应力为 95MPa,则预应力 的取值范围为 0.95MPa~4.75MPa^[11]。模型的的边界 条件为:下边界完全固定;左右边界不施加约束; 上边界沿 y 方向发生指定的微小位移δ,以产生预 应力。膜材的上边界沿 x 方向发生指定位移Δx, 使薄膜出现褶皱。

其分析过程如下:

1) 在 ANSYS 中采用 shell181 单元建立有限元 模型, y 方向发生微小位移 δ ,产生预应力,进行 静力求解。

2) 在 x 方向发生指定位移 Δx,进行特征值屈曲计算,得到屈曲模态,按下文中所述的方法,取几阶模态按一定比例施加到原模型上,从而生成带有初始缺陷的有限元模型^[12]。

3) 将模型导入 LS-DYNA 中,生成 K 文件, 并对 K 文件进行修改。采用 shell163 单元,用动力 松弛法施加预应力,计算褶皱的最终形态,并对不 同的结果进行分析^[13]。

4) 采用具有同样初始缺陷和预应力的模型,进行反向加载,研究初始缺陷对褶皱形态的影响。

2.2 初始缺陷的影响

膜材的褶皱可以分为两种:一种是结构褶皱, 也就是我们一般研究的褶皱;另一种是材料褶皱, 即在膜材的生产包装的过程中产生的一种永久性 褶皱。由于生产、运输、安装等原因,使得膜结构 一般都是带有缺陷工作的。

本文在选取初始缺陷时,采用下式[14]:

$$\Delta z = \sum_{i} \omega_{i} \phi_{i} \tag{16}$$

其中: Δz 为面外位移值; ω_i 为第i 阶模态; ϕ 为折 减系数,本文选取折减系数为膜材厚度的 12.5%。

由于薄膜的面外刚度很小,所以薄膜结构对初 始缺陷非常敏感,压应力达到一个很小的数值时, 结构便会在有初始缺陷的地方最先产生褶皱。

根据特征值屈曲的结果,合理选择几阶模态, 在薄膜表面形成分布较广的初始缺陷。

本文选取(a)、(b)、(c)、(d) 4 种施加不同初始 缺陷的张拉平面膜材进行计算并比较其计算结果。 把模型分为3部分,如图2所示,左右两部分 的边长取薄膜的宽度(0.38m),以减小边界对中间部 分褶皱的影响,本文重点关注中间部分褶皱的发展 和分布情况。





本文施加初始缺陷的方法是给定部分节点微 小的面外位移,使得部分节点偏离其平衡位置,此 时该节点仍然处于双向受拉状态,然后以带有初始 缺陷的平面膜材作为计算模型,其中每一种初始缺 陷的最大位移在图 3 中标出。依照整个褶皱形成的 过程,把褶皱的发展过程划分为3种状态:当节点 的面外位移很小时,其分布极不规律、不连贯且不 稳定,部分节点偏离其原来的平衡位置,随着荷载 的增加, 节点的面外位移迅速改变, 本文称此时的 状态为缺陷状态:随着剪切位移的增大,当面外位 移接近某一数值时,在膜材的表面形成较多数量的 褶皱,此时的褶皱相对比较连贯,有连续的波峰、 波谷,但此时的褶皱尚不稳定,随外荷载增大,褶 皱的位置和长度都会迅速改变,褶皱的数量也会减 少,面外位移不大(一般小于等于膜材的厚度),称 此时为微观褶皱状态,出于此种状态的褶皱称为微 观褶皱;当剪切位移进一步增大时,褶皱的数量减 少,面外位移接近某一数值时,整个张拉膜材的褶 皱变形逐渐稳定,褶皱的数量不再改变,褶皱的位 置基本固定,仅是褶皱幅值随荷载的增加而增大, 称此时为宏观褶皱状态,此时的褶皱称为宏观 褶皱。

3 种状态的划分应根据褶皱在膜材中的发展情况具体确定,本文的划分情况如图 3~图 5。





荷载施加情况:沿 x 正向加载直到 $\Delta x = 10$ mm, 位移缓慢增加,以减小动力效应,保证结构响应为 准静态结果,通常是将加载时间增加到最低阶模态 周期的 10 倍。然后采用带有相同初始缺陷和预应 力的模型,沿 x 负向缓慢施加荷载直到 $\Delta x =$ -10mm。按照上文对褶皱发展状态的划分,分别就 处于特定状态的褶皱进行分析研究。





























Fig.12 A Comparison of The Mid-height Cross-sections for $\Delta x=10$ mm and $\Delta x=-10$ mm(A-A)

注: 图 4~图 6 分别为褶皱发展的 3 个状态; 图 7~图 9 分别为正向加 载 Δx =10mm 时,薄膜节点面外位移及应力分布图; 图 10 为反 向加载Δx=-10mm 时,薄膜节点面外位移图; 图 11 为正向加载 Δx= 10mm 时,中截面节点面外位移图; 图 12 为两种加载方式 |Δx|=10mm 时,中截面节点面外位移对比图。

2.3 计算结果分析

76

本文将褶皱的整个发展过程粗略的分为3个阶段,分别研究初始缺陷在这3种阶段中对褶皱的 影响。

 1) 处于缺陷状态的张拉平面膜材,其节点的面 外位移发展很不规律,初始缺陷对节点面外位移的 影响最为显著。此时的节点面外位移很小,且很不 稳定,随着荷载的增加,面外位移分布状态迅速 改变,如图 3 和图 4 所示。

2) 处于微观褶皱状态的张拉平面膜材,初始缺陷对褶皱的分布仍有影响,但影响明显减小。外荷载对褶皱的影响增大。微观褶皱的幅值相对较小,且位置还不稳定,但是已经出现连续的波峰波谷,微观褶皱的长度随外荷载的增加迅速增长,如图 5 所示。

3) 处于宏观褶皱状态的张拉平面膜材,四种结构中间部分,宏观褶皱的位置虽然有一定的不同, 但是宏观褶皱的幅值,数量相差不大。初始缺陷仅 仅对此种状态下,宏观褶皱的位置产生的一定的影 响,而宏观褶皱的幅值、数量、波长等主要受外荷 载的影响。一旦进入宏观褶皱状态,褶皱的位置基 本不变,主要是幅值随外荷载的增加而增大,如 图6~图9所示。

4) 具有完全相同的初始状态但承受相反方向 荷载时,由分析结果可知:除第4种情况外,前3 种情况褶皱的位置均发生了一定的变化。虽然施加 相反的荷载,褶皱的走向相反,但是褶皱幅值最终 相差不到,第4种情况褶皱的位置和幅值几乎相等, 这说明褶皱幅值主要受外荷载影响,褶皱的位置主 要受初始缺陷影响,但是还有其他因素的影响,如 图 11 和图 12 所示。

5) 本文的褶皱发展过程可以描述为:首先是张 拉平面膜材中部分节点偏离平衡位置,为缺陷状 态;然后随着外荷载的增加进入微观褶皱状态,此 时在膜材的表面形成数量较多的微观褶皱,随着荷 载的进一步增加,褶皱数量逐渐减少,幅值增大, 褶皱的位置也发生改变;最后达到宏观褶皱状态, 褶皱位置基本固定,幅值继续增大。

3 结论

本文采用 Ferrari 公司生产含有 PVDF 面层的 PVC 聚酯纤维膜 PVDF1002T,对承受剪切位移荷 载作用的张拉薄膜结构进行了研究。膜材作为柔性 材料,影响其屈曲后褶皱分布性状的参数很多,本 文把褶皱的发展过程分为3个阶段,分别研究初始 缺陷对褶皱的影响。

(1)本文把薄膜结构褶皱的发展过程划分为3种状态:缺陷状态、微观褶皱状态、宏观褶皱状态,方便描述褶皱的发展情况。

(2)本文按照褶皱发展的3个不同状态分别研 究了初始缺陷对褶皱形成的影响。初始缺陷仅在褶 皱发展的第1状态(缺陷状态)影响明显,但在第3 状态(宏观褶皱状态)影响很小,仅对褶皱的具体位 置产生一定的影响。

(3)本为对初始状态完全相同的两个结构进行相反方向加载分析得出,褶皱位置主要受初始缺陷影响,而褶皱幅值则主要受外荷载影响。

参考文献:

- 谭锋,杨庆山,张建. 薄膜结构褶皱分析的有限元法
 [J]. 工程力学, 2006, 23(增刊 I): 62-68.
 Tan Feng, Yang Qingshan, Zhang Jian. Finite element method of wrinkling analysis of membrane structures [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(Sup.I): 62-68. (in Chinese)
- [2] 张建,杨庆山,谭锋.基于薄壳单元的薄膜结构褶皱分析[J]. 工程力学, 2010, 27(8): 28-34, 39.
 Zhang Jian, Yang Qingshan, Tang Feng. Analysis of wrinkled membrane structures by thin-shell elements [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(8): 28-34, 39. (in Chinese)
- [3] 白金泽. LS-DYNA3D 理论基础与实例分析[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
 Bai Jinze. The theoretical basis and example analysis of LS-DYNA3D [M]. Beijing: Science Press, 2005. (in Chinese)
- [4] Ted Belytschko, Wing Kam Liu, Brian Moran. 连续体和结构的非线性有限元[M]. 庄茁,译. 北京:清华大学出版社, 2002.
 Ted Belytschko, Wing Kam Liu, Brian Moran. Nonlinear finite elements for continual and structutrs [M].

Translated by Zhuang Zhuo. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. (in Chinese)

- [5] 尚晓江,苏建宁. Ls-dyna 动力分析方法与工程实践
 [M].北京:中国水利水电出版社,2008.
 Shang Xiaojiang, Su Jianning. Ls-dyna dynamic analysis methods and engineering practice [M]. Beijing: China Water Power Press, 2008. (in Chinese)
- [6] 赵海鸥. LS-DYNA 动力分析指南[M]. 北京: 兵器工 业出版社, 2003.
 Zhao, Haiou, Cuida to duramia analysis of LS DYNA

Zhao Haiou. Guide to dynamic analysis of LS-DYNA [M]. Beijing: Weapon Industry Press, 2003. (in Chinese)

(参考文献[7]-[14]转第82页)

- [2] Smith D. Behavior of corrugated plates subjected to shear [D]. Canada: University of Maine at Orono, 1992.
- [3] Hamilton R. Behavior of welded girders with corrugated webs [D]. Canada: University of Maine at Orono, 1993.
- [4] Abbas H H, Sause R, Driver R G. Behavior of corrugated web I-Girders under In-Plane loads [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2006, 132(8): 806-814.
- [5] Abbas H H, Sause R, Driver R G. Analysis of flange transverse bending of corrugated web I-Girders under In-Plane loads [J]. Journal of Structural Engineering, 2007, 133(3): 347-355.
- [6] Abbas H H. Simplified analysis of flange transverse bending of corrugated web I-girders under in-plane moment and shear [J]. Engineering Structures, 2007, doi:10.1016/j.engstruct.2007.01.006
- [7] Lindner J. Lateral torsional buckling of beams with trapezoidally corrugated webs [R]. Budapest, Hungary:

Proceedings International Colloquium of Stability of Steel Structures, 1990: 79-86.

- [8] European Committee for Standardisation. prEN 1993-1-5.
 EUROCODE 3: Design of steel structures [S]. Part 1.5: Plated structural elements, 2004.
- [9] Moon J, Yi J W, Choi B H, Lee H E. Lateral-torsional buckling of I-girder with corrugated webs under uniform bending [J]. Thin-Walled Structures, 2009, 47: 21-30.
- [10] Zeman & Co Gesellschaft mbH. Corrugated web beam (Technical documentation) [Z]. http://www.zeman-steel. com. Austria: 2003.
- [11] 郭在田. 薄壁杆件的弯曲与扭转[M]. 北京: 中国建筑 工业出版社, 1989.

Guo Zaitian. Bending and torsion of thin-walled bar [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1989. (in Chinese)

(上接第76页)

- [7] Ala Tabiei, Romil Tanov. A nonlinear higher order shear deformation shell element for dynamic explicit analysis: Part I , Formulation and finite element equations [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2000, 36(1): 17-37.
- [8] Harewood F J, McHugh P E. Comparison of the implicit and explicit finite element methods using crystal plasticity [J]. Computational Materials Science, 2007(39): 481-494.
- [9] Wong Y W, Pellegrino S. Wrinkled membranes I: experiments [J]. Journal of Mechanics of Materials and Structures, 2006, 1(1): 3–25.
- [10] Karni E. Menbrane for spatial structures [J]. International Journal of Space Structures, 1994, 36(1): 39-50.

[11] 杨庆山, 姜忆南. 张拉索-膜结构分析与设计[M]. 北 京: 科学出版社, 2004.

Yang Qingshan, Jang Yinan, Analysis and design of tensioned cable-membrane structures [M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)

- [12] ANSYS, Inc. Ansys LS_DYNA user's guide (Ansys Release 10.0 Docu mentation) [M]. USA: ANSYS, Inc. 2005.
- [13] Livermore Software Technology Corporation. LS-DYNA theoretical manual. Version 960 [M]. USA: Livermore Software Technology Corporation, 2005.
- [14] Wong Y W, Pellegrino S. Wrinkled membranes III: numerical simulations [J]. Journal of Mechanics of Materials and Structures, 2006, 1(1): 27-61.