

文章编号: 1000-4750(2011)04-0226-06

# 先进格栅增强复合材料结构 在软模共固化成型过程中工艺参数研究

黄其忠, \*任明法, 陈浩然

(大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁, 大连 116023)

**摘 要:** 先进格栅增强复合材料结构(AGS)软模共固化工艺成型过程是一个包括固化度、温度和应力场等相互耦合作用的复杂历程, 工艺参数的选择将直接影响 AGS 产品的性能。该文以一简单正交 AGS 板为例, 采用有限元分析方法对其软模共固化成型工艺过程进行数值仿真, 讨论了工艺间隙、工艺环境和固化制度等对成型工艺过程中预浸料内部固化度, 温度和应力场分布规律的影响, 并提出了确定相应的工艺参数的意见。论文工作对 AGS 软模共固化工艺设计具有一定的参考价值。

**关键词:** 软模; 共固化; 先进格栅增强复合材料结构(AGS); 数值模拟; 多场耦合

**中图分类号:** TQ320.66 **文献标识码:** A

## PARAMETERS STUDY OF SOFT-MOLD AIDED CO-CURING PROCESS FOR ADVANCED GRID STIFFEN STRUCTURE

HUANG Qi-zhong, \*REN Ming-fa, CHEN Hao-ran

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116023, China)

**Abstract:** The soft-mold aided co-curing process for an advanced grid stiffened composite structure (AGS) is a complex multi-field coupling duration, which includes the temperature, cure degree and stress fields. The product quality of AGS depends on technical parameters determined by the curing environment. Based on the finite element method, a numerical simulation strategy of the co-curing process for an AGS is proposed. The influences of technology gap, curing environment and cure cycle on the distribution of coupling fields in the AGS prepreg are discussed and the determination method of co-curing technical parameters is presented. The present work would be valuable for the technical design of a soft mould aided co-curing process.

**Key words:** soft-mold; co-curing; advanced grid stiffened composite structure (AGS); numerical simulation; multi-field coupling

先进格栅增强复合材料结构(AGS)具有高比强度和比刚度、抗疲劳性和耐腐蚀性以及便于整体成型和低成本制造等独特优点, 已成为本世纪最具有竞争力结构构型之一, 被广泛地应用于建筑、汽车、航空和航天等领域。AGS 性能是与其成型工艺质量

密切相关。近年来, 以热膨胀硅橡胶模具和共固化成型技术相结合的 AGS 工艺, 也称软模共固化工艺, 因其先进的固化工艺和低成本制造等独特的优点受到了复合材料工程界的青睐。图 1 给出了该工艺过程的示意图, 曲线为共固化工艺中使用的固化

收稿日期: 2009-09-07; 修改日期: 2009-11-05

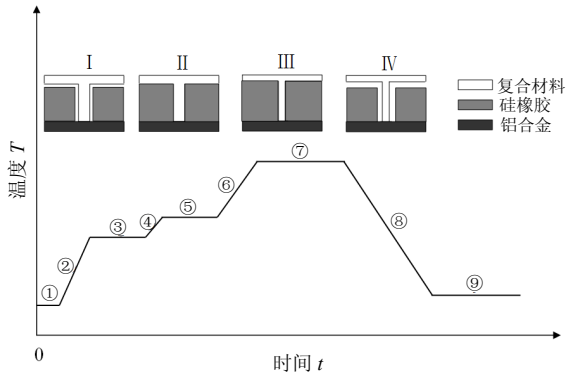
基金项目: 国家自然科学基金面上项目(10702012); 辽宁省博士科研启动基金项目(20071093); 国家重点基础研究发展计划 973 计划课题项目(2006CB601205); 国家自然科学基金项目基金重点项目(90816025)

作者简介: 黄其忠(1983—), 男, 福建人, 博士生, 从事复合材料工艺力学研究(E-mail: qizhongh@gmail.com);

\*任明法(1973—), 男, 山西人, 副教授, 博士, 硕导, 从事复合材料工艺力学研究(E-mail: renmf@dlut.edu.cn);

陈浩然(1940—), 男, 上海人, 教授, 博导, 从事复合材料结构力学性能分析与研究(E-mail: chenhr@dlut.edu.cn).

制度，其中横坐标表示预浸料在热压釜停放的时间，纵坐标表示热压釜内的温度。从图 1 中可知，该工艺的显著特点是：在固化过程中通过硅橡胶软模膨胀，高效地对 AGS 预浸料施加均匀侧向压力，从而改善 AGS 预浸料中树脂基与增强纤维的分布与配比，提高复合材料网格结构的整体性能；其次，在固化成型中 AGS 的蒙皮与肋骨同时固化成型，而当固化过程完成后，AGS 能很方便地从硅橡胶软模模腔中脱模，为此缩短了生产周期，降低成本。



I: ①软模模具组装；II: ②, ③模具升温，硅橡胶膨胀与预浸料开始接触；III: ④, ⑤, ⑥, ⑦模具进一步升温，预浸料开始固化同时硅橡胶的膨胀压力挤出预浸料中富含树脂以保证产品质量；IV: ⑧, ⑨预浸料完成固化后模具降温并脱模取出复合材料产品。

图 1 软模共固化工艺过程示意图

Fig.1 The sketch of soft-mold aided co-curing process

张明龙、靳武刚、尹昌平、张纪奎、谭华等对简单复合材料网格结构的软模共固化工艺分别以试验和数值模拟方法进行了可行性验证<sup>[1-5]</sup>。Hubrechts 等提出一种简单的数值方法用于预测采用热膨胀工艺成型的复合材料结构的最终尺寸<sup>[6]</sup>。Kim 采用硅橡胶模具以共固化工艺成功制备了 AGS 薄壁板<sup>[7]</sup>。但是，对于复杂 AGS 工程结构成型来说，如何制定合理的工艺文件，以确保产品的质量，仍然是目前 AGS 工艺研究课题的难点。在诸工艺参数中，硅橡胶软模工艺与预浸料之间的工艺间隙，固化制度和工艺环境是其中的三项关键参数。因为工艺间隙决定了软模在固化过程中膨胀压力的大小，固化制度决定了 AGS 在固化过程中温度场、固化度场等耦合场的分布，而工艺环境决定了固化制度的可靠性。随着近代工艺力学理论和分析技术的发展，对 AGS 成型工艺全过程实现数值仿真，通过参数分析和比较，不仅可有效克服传统的“试错”实验方法带来的周期长、成本高等缺点，同时还最终实现工艺参数的优选。

本文利用 ANSYS 分析软件仿真功能，对一典

型 AGS 的软模共固化成型工艺过程进行了数值仿真，探究了共固化过程中各工艺参数变化对预浸料温度场与固化度场的影响，并提出相应的参数优化策略，本文提出的数值仿真方法和所得到的结论对 AGS 成型工艺研究具有一定的参考价值。

## 1 软模共固化工艺过程分析的相关理论

软模共固化工艺过程分析是一个包括固化度，温度和应力场等多场耦合分析。

### 1.1 固化过程分析

在预浸料固化反应过程中，固化度  $\alpha$  表示已发生交联反应树脂的比例，在 0-1 之间变化。可用化学反应过程中所放出的热量来定义固化度，则：

$$\alpha = H(t)/H_r \quad (1)$$

式中： $H(t)$  和  $H_r$  分别表示固化反应进行到  $t$  时刻和反应结束时总的化学放热量，它们可通过差示扫描量热(DSC)技术测得。

本文以 Glass/Polyester 复合材料为例，其固化动力学方程可表示为<sup>[8]</sup>：

$$\frac{d\alpha}{dt} = A \exp\left(\frac{-\Delta E}{RT}\right) \alpha^m (1-\alpha)^n \quad (2)$$

式中： $\Delta E$  是材料的活化能； $R$  是气体常数； $t$  是绝对温度； $\alpha$  是固化度。其中  $A$ 、 $\Delta E$ 、 $m$  和  $n$  均是材料与材料有关的常数，其值可通过对实验数据进行曲线拟合的方法得到(见表 1 所示)。

表 1 Glass/Polyester 固化动力学参数<sup>[8]</sup>

Table 1 Dynamic parameters of curing for Glass/Polyester<sup>[8]</sup>

参数	值
$A/\text{min}^{-1}$	$3.7 \times 10^{22}$
$\Delta E / (\text{J/mol})$	$1.674 \times 10^5$
$m$	0.524
$n$	1.476
$H_r / (\text{kJ/kg})$	77.5
$R / (\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K}))$	8.314

若复合材料的化学反应速率( $d\alpha/dt$ )和总的化学放热量  $H_r$  已知，则固化过程中化学放热速率  $\dot{Q}$ ，可由下式求得：

$$\dot{Q} = \rho H_r \frac{d\alpha}{dt} \quad (3)$$

### 1.2 热传导分析<sup>[8]</sup>

AGS 固化工艺过程中的三维热传导问题，可归结为求解如下有源的正交各向异性体的瞬态热传导方程：

$$rC_p \frac{\partial T}{\partial t} = I_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + I_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + I_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \mathcal{Q} \quad (4)$$

式中： $r$ 和 $C_p$ 分别为复合材料的密度和比热容； $I_x$ 、 $I_y$ 和 $I_z$ 分别为轴向、横向和厚度方向的等效热传导系数。 $\mathcal{Q}$ 为树脂固化产生的化学放热速率，即内部热源项，其值通过复合材料反应动力学方程来确定，如式(3)所示。

热传导控制方程可写成泛函的形式，然后根据变分原理，经过整理可得到有限元形式的热平衡方程列式<sup>[9]</sup>：

$$KT + C_T \frac{\partial T}{\partial t} = P \quad (5)$$

式中： $K$ 称为“刚度”矩阵； $C_T$ 称为一致热容矩阵； $P$ 称为当量节点力向量，其值可通过边界条件与固化生热率确定出。采用 ANSYS 中的热分析模块与数值计算功能并结合 Newton-Raphson(N-R)计算方法可对温度-固化度耦合场解耦，模拟出每一时刻的温度场分布与各单元的固化放热速率。

### 1.3 接触理论

软模工艺中，AGS 预浸料壁上的固化压力由硅橡胶受热膨胀产生的接触压力提供，因此需考虑接触问题。接触问题的求解是一个典型非线性问题的求解，如何选择合适的求解策略是该问题求解的关键<sup>[9]</sup>。在 ANSYS 中，采用罚函数法引入接触界面约束条件和接触摩擦效应是求解接触问题的有效方法。为简单起见，本文忽略接触过程中的库仑摩擦效应，利用接触单元和目标单元模拟相应的接触对，可求解出共固化工艺中 AGS 预浸料上的接触压力分布。

由于硅橡胶是一种体积不可压缩材料，因此，在硅橡胶的单元选择时候应采用具有体积不可压缩特性单元。

## 2 数值模拟与结果讨论

### 2.1 考题

为验证该有限元模拟方法的有效性，本文模拟了一 2.54cm 厚 Glass/Polyester 层合板固化过程中横截面上的温度分布变化。图 2 分别给出了模拟中采用的固化制度，截面中心的温度历程及文献[8]以有限差分法计算得出的相同位置的温度变化。其中，边界条件，材料性能参数均与文献[8]相同，即左右边界绝热，上下表面采用对流系数为  $108.15W/(m^2 \cdot K)$  的边界条件。对比图 2 不同方法的计算结果可知，

二者结果几乎一致，说明本文有限元方法亦可有效模拟复合材料固化过程中的温度场变化。

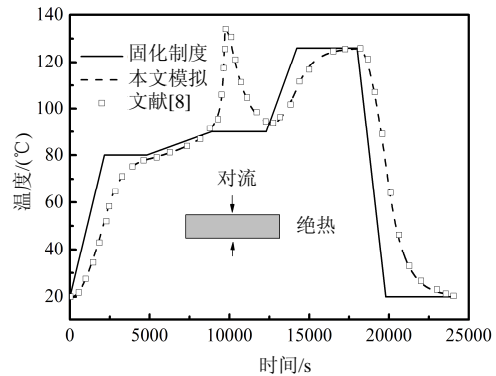


图 2 本文计算结果与文献[8]结果对比

Fig.2 The comparative results between the FEM and Ref[8]

### 2.2 共固化工艺模型

先进格栅增强复合材料结构(AGS)软模共固化工艺成型过程是一个包括固化度、温度和应力场等相互耦合作用的复杂历程，本节将以一典型正交 AGS 板为例，对其软模共固化成型工艺过程进行了数值仿真分析。图 3 为该板和软模模具装置的典型横截面图和几何尺寸，其中硅橡胶模具是通过底部中央的螺栓固定在铝合金模具上的。若该板蒙皮与肋骨材料均为 Glass/Polyester，其铺层分别为  $[0/90]_{10s}$  和  $[0]_{100}$ 。在表 2 中给出了硅橡胶、铝合金和 Glass/Polyester 复合材料相关的热力学参数。为了方便起见，在仿真分析中作如下假定：1) 该装置左右两外侧为绝热边界条件，而上下表面为第 3 类温度边界条件，其对流系数可根据文献[8]的建议取为  $500m^{-1}$ ；2) AGS 预浸料的热力学参数不随温度变化，同时忽略脱模剂等辅助材料的影响；3) 根据以往的工艺经验，在 AGS 预浸料上施加 0.6MPa 压力，可以保证 AGS 产品达到较为理想的纤维体分比与纤维分布。

表 2 热力学参数<sup>[8]</sup>

Table 2 Thermal and mechanical parameters<sup>[8]</sup>

		硅橡胶	铝合金	Glass/Polyester	
弹性模量/GPa	C10	$3.2 \times 10^{-3}$	76.7	0°	45
	C01	$0.8 \times 10^{-3}$		90°	9
泊松比		0.49	0.28	0.3	
热导率/(W/(m·K))		1.3	177	0°	0.4326
				90°	0.2163
热胀系数/( $\times 10^{-6}K^{-1}$ )		200	26.5	8	
热容/(kJ/(mol·K))		1.53	0.88	1.26	
密度/( $\times 10^3 kg/m^3$ )		1.23	2.71	1.89	

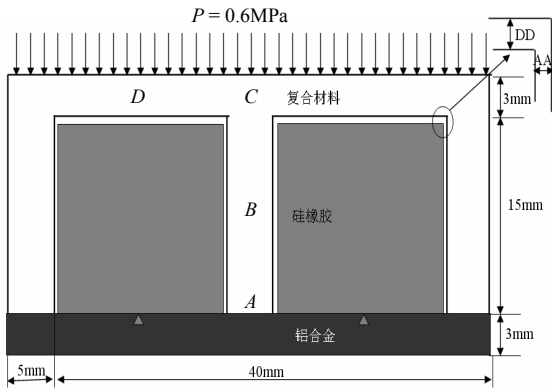


图3 正交 AGS 板和模具典型横截面图

Fig.3 The cross section sketch of an orthogonal AGS plate and mold

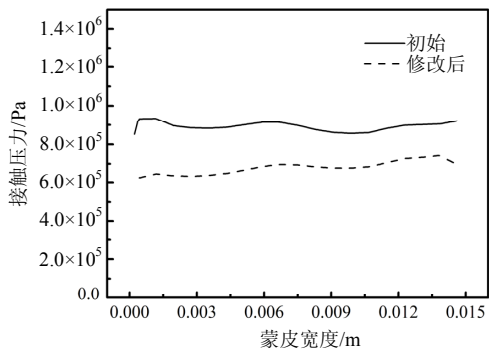
下面将给出了仿真分析结果，并将分别讨论工艺间隙、工艺环境和固化制度等在成型工艺过程中预浸料内的固化度、温度和应力场分布的影响。

### 2.3 结果讨论

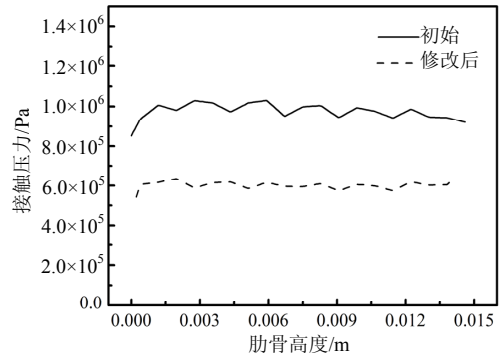
#### 2.3.1 工艺间隙影响

由于软模工艺中所用模具硅橡胶材料的热膨胀系数远大于铝合金和 Glass/Polyester 的热膨胀系数，因此，在固化过程中为了控制硅橡胶膨胀模具的膨胀压力，应在硅橡胶与 AGS 预浸料之间预设合适的工艺间隙 AA 与 DD(见图 3 中所示)。通过简单线膨胀理论分析可知<sup>[10-11]</sup>，若预设 AA 为 0.53DD 时，则在固化过程中，通过硅橡胶膨胀在 AGS 预浸料的蒙皮与肋骨施加接触压力。

图 4 为根据工程热膨胀理论计算得出的预设工艺间隙 DD 为 0.33mm，而 AA 为 0.53DD 时，从室温 20℃ 升至 130℃ 时，蒙皮内侧与肋骨上的接触压力分布图。从图 4 中可知，此时因硅橡胶膨胀在肋骨上产生的接触压力将显著高于蒙皮底部的接触压力，不利于树脂基体的均匀分布从而降低了 AGS 的整体性能。因此，在共固化过程中为保证 AGS 产品质量，AGS 预浸料板上各部分的接触压力均匀分布，我们需以数值模拟方法对工艺间隙作进一步



(a) 蒙皮上的接触压力分布



(b) 蒙皮上的接触压力分布

图4 AGS 预浸料上的接触压力分布

Fig.4 The contact pressure distribution on AGS prepreg

的调整。通过优选，当工艺间隙 AA 调整为 0.62DD，而 DD 调整为 0.35mm 时，则此时在蒙皮和肋骨上的接触压力基本上可趋于均匀分布且能达到所需的固化压力 0.6MPa，结果见图 4 所示。此时 AGS 预浸料受到均匀的压力场，将有利于树脂基体的均匀流动与分布，最终保证 AGS 产品的整体性能。

图 5 为采用优选工艺间隙后，在 AGS 预浸料的 4 个不同位置上温度变化历程。其中 A、B、C 和 D 位置见图 3 所示。由图 5 可知：1) 距离蒙皮表面越近的位置越迅速达到固化制度的温度，其中 C 点温度历程由于受肋骨影响并不与蒙皮中央 D 点的温度历程相同；2) 当 AGS 预浸料达到交联反应起始温度后，在树脂基体发生剧烈的交联反应，同时释放出大量热量，因此，此时预浸料各处的温度都高于固化制度的温度；而处于模具内部的肋骨，因无法及时将热量传导出，使得肋骨温度高于蒙皮的温度值，即出现所谓的“滞后”现象；3) 由于 AGS 预浸料与铝合金底板之间材料性质突变，存在较大热阻，导致了在固化过程中肋骨预浸料的反应热不易传出，为此，在肋骨上 A 点与 B 点的温度相差不大。

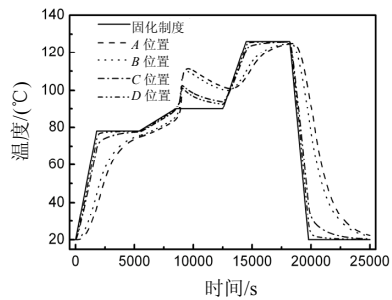


图5 采用优选工艺间隙时，在 AGS 预浸料 4 个不同位置上的温度变化历程

Fig.5 The temperature variation on the four position of AGS prepreg with the optimal technical gap

图 6 为采用优选工艺间隙时，在 AGS 预浸料的 4 个不同位置上固化度变化历程曲线。从图 6 中可知：1) AGS 预浸料温度高于 80℃后发生了强烈的交联反应，固化度急剧变化；2) 蒙皮 C 点和 D 点的曲线变化较为平缓，表明该位置树脂的交联反应较为缓和，其中位置 C 受肋骨的影响与位置 D 略有差别；3) 对比图 5 中的温度变化可知，AGS 预浸料固化度剧烈变化的时刻与出现温度峰值的时刻基本一致，说明了 AGS 预浸料的交联反应与温度是密切相关的。

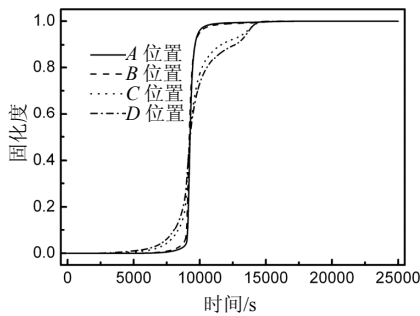


图 6 采用优选工艺间隙时，在 AGS 预浸料 4 个不同位置上的固化度变化

Fig.6 The cure degree variation on the four position of AGS prepare with the optimal technical gap

2.3.2 工艺环境影响

软模共固化工艺中，模具与 AGS 预浸料通常置于热压釜中以气体为传热介质完成加热固化，即以热对流方式间接加热，为此，热对流方式将对工艺环境具有直接的影响。而热对流方式与对流系数相关，其值不仅可反映不同传热介质即工艺环境传热效率，同时还可综合考虑模具辅助材料如吸胶布，真空袋对 AGS 预浸料耦合场分布变化的影响。图 7 为采用不同对流系数时，在 AGS 预浸料中肋骨中心 B 点的温度和固化度的变化历程。从图 7 中可知，当系数超过 300m<sup>-1</sup> 时，对流换热系数对 AGS

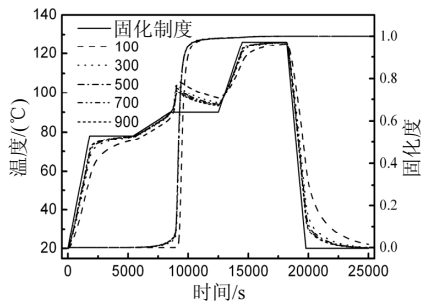


图 7 对流系数对肋骨中心 B 点处温度和固化度变化历程的影响

Fig.7 The effect of convection coefficient on the temperature and cure degree variation in the position B

预浸料的耦合场分布影响减弱；而低于该系数时，将增强 AGS 预浸料的“滞后”效应，即增加了热阻，不利于热量传递。

为了深入了解在 AGS 预浸料中不同位置的固化度场分布的规律，在图 8 中分别给出了 B 点(肋骨中心)和 C 点(蒙皮中心)的固化度差值随着对流系数变化。从图 8 中可知：1) AGS 预浸料在树脂基体交联反应发生前后固化度场均匀分布，即差值近似为 0；2) 当交联反应开始后，受不均匀温度场的影响，不同位置的反应速率亦不同，即固化度差值发生“振荡”变化；3) 不同对流系数的工艺环境对 AGS 预浸料中固化度场的分布有重要影响，随着对流系数的增大，蒙皮固化的速度优势逐渐低于肋骨的固化速度，同时发生了“振荡”现象。该现象越严重，说明 AGS 预浸料中固化度场越不均匀，不利于 AGS 产品质量的提高；4) 无论是低对流系数还是高对流系数都将产生严重的振荡现象，若采用中等对流系数 500m<sup>-1</sup> 的工艺环境，则固化 AGS 预浸料有可能有效地避免这种振荡现象。

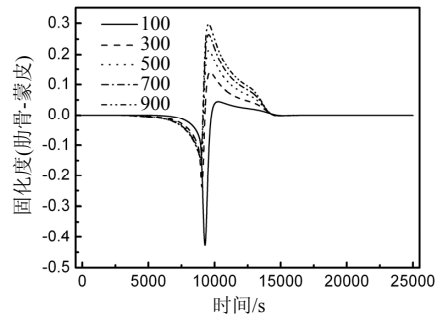


图 8 对流系数对肋骨与蒙皮固化度差值的影响

Fig.8 The effect of convection coefficient on the cure degree difference between rib and skin

2.3.3 固化制度影响

AGS 预浸料完全固化需经历 3 个升温与保温过程，如图 9 中实线所示。其中：第 1 个过程为升温与保温过程，亦称为预固化阶段，其目的是为了保证 AGS 预浸料温度场均匀达到树脂基体的玻璃化转变温度；第 2 个过程为升温与保温过程，亦称为固化阶段，其目的是为了保证 AGS 预浸料的大部分树脂基体发生交联反应；第 3 个过程为升温与保温过程，称之为后固化阶段，其目的是使 AGS 预浸料内部剩余未生交联反应的树脂基体完成交联反应。AGS 预浸料的固化制度通常是由树脂基体的固化特性和 AGS 预浸料结构尺寸来确定的。固化制度中的固化阶段是树脂基体完成交联反应的主要阶段，也是决定温度-固化度耦合场分布的重要阶

段。由于预浸料树脂基体交联反应主要集中在第二升温与保温阶段,该阶段的交联反应程度对最后产品质量具有关键的影响,为此,在图9中分别给出了在该阶段中采用4种不同升温速率(0.125°C/min、0.25°C/min、0.5°C/min和1.0°C/min)时,在AGS预浸料肋骨中心位置B点处温度场和固化度场分布曲线。从图9中可知:1)固化制度的升温速率越大,在交联反应中出现的温度峰值越早,则树脂交联反应完成(固化度1)亦早;2)预浸料温度超过80°C时,树脂基体交联反应速度将很快,从而固化度值也迅速增加。

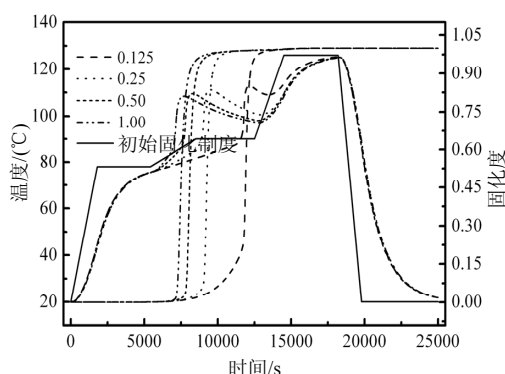


图9 在固化第二阶段中升温速率对预浸料肋骨中心B点处温度场和固化度场分布曲线的影响

Fig.9 The effect of heating rate on the curing second stage on the temperature and cure degree variation in position B

图10为在不同升温速率下,AGS预浸料肋骨中心位置与蒙皮中心位置的固化度差值曲线。从图10中可知:1)尽管提高升温速率可加快AGS预浸料的交联反应,但亦将导致固化度梯度变化剧烈;而反之降低升温速率,AGS预浸料固化反应的时间增加,但固化度场梯度变化趋于平缓;2)曲线中负值阶段是由于蒙皮温度高于肋骨温度相应地使蒙皮固化度值高于肋骨的固化度值,而曲线中正值阶段是由于随着发生交联反应树脂基体的增多,同时

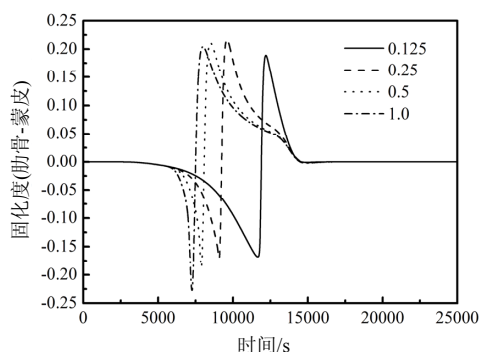


图10 不同固化制度时预浸料肋骨与蒙皮固化度差值

Fig.10 The cure degree difference variation between rib and skin with different cure cycle

肋骨上交联反应产生的热量无法及时传导出AGS预浸料,使肋骨的固化度值高于蒙皮的固化度值。

### 3 结论

通过数值模拟软模共固化工艺中不同工艺间隙的压力分布,不同工艺环境及固化制度对AGS预浸料中温度场与固化度场分布的影响,得出了如下结论:

(1) 采用工程中简单的热膨胀理论确定软模共固化工艺中工艺间隙并不合理,数值模拟方法可更准确地确定工艺间隙和硅橡胶软模的形状尺寸。以本文正交AGS为例,适合的工艺间隙DD应为0.35mm,AA为0.62DD。

(2) 工艺环境影响热压釜中热量的传递,采用合适的传热介质可使预浸料内的耦合场分布均匀。以本文正交AGS为例,合适的工艺环境应为对流系数为 $500\text{m}^{-1}$ 的工艺环境。

(3) 固化制度的升温速率对预浸料耦合场的分布具有重要影响,升温速率降低,有利于温度和固化度场分布均匀,但延长了固化周期,降低生产效率。以本文正交AGS为例,取升温速率为0.125°C/min与0.25°C/min之间的固化制度可保证最终产品的质量。

通过AGS成型工艺全过程数值仿真,实现参数优化,不仅可有效克服传统的“试错”实验方法带来的周期长、成本高等缺点,同时提高AGS产品质量。

### 参考文献:

- [1] 张明龙,肖加余.气囊辅助RTM工艺成型导弹舱段构件[J].复合材料学报,2008,25(1):41-45.  
Zhang Minglong, Xiao Jiayu. Missile cabin fabrication by bladder-assisted RTM [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(1): 41-45. (in Chinese)
- [2] 靳武刚.热膨胀硅橡胶在复合材料成型工艺中的应用[J].塑料科技,2003,154(2):4-6.  
Jin Wugang. Application of thermal expansion silicone rubber to molding process of composites [J]. Plastics Science & Technology, 2003, 154(2): 4-6. (in Chinese)
- [3] 尹昌平,刘钧,曾竟成,肖加余.硅橡胶在聚合物基复合材料成型中的应用[J].材料导报,2006,20(11):35-39.  
Yin Changping, Liu Jun, Zeng Jingcheng, Xiao Jiayu. Application of silicone rubber in polymer based composites molding [J]. Materials Review. 2006, 20(11): 35-39. (in Chinese)

(参考文献[4]-[11]转第237页)

- 202—206.
- Liu Yanhong, Chen Qingyuan, Chen Xinfeng, Qing Guanghui. Semi-analytical solution of B-spline wavelet-based finite element for piezoelectric lamina [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2009, 26(3): 202—206. (in Chinese)
- [6] Ayhan Aydin, Buelent Karasoezen. Multi-symplectic integration of coupled non-linear Schrodinger system with soliton solutions [J]. *International Journal of Computer Mathematics*, 2009, 86(5): 864—882.
- [7] 唐立民. 弹性力学的混合方程和Hamilton正则方程[J]. *计算结构力学及其应用*, 1991, 8(4): 343—349.
- Tang Limin. Mixed formulation and Hamilton canonical equations of theory of elasticity [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 1991, 8(4): 343—349. (in Chinese).
- [8] 钟万勰. 弹性力学求解新体系[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1995: 182—187.
- Zhong Wanxie. A new systematic methodology for theory of elasticity [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1995: 182—187. (in Chinese)
- [9] 钟万勰. 应用力学对偶体系[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 22—44.
- Zhong Wanxie. Symplectic system of applied mechanics [M]. Beijing: Science Press, 2003: 22—44. (in Chinese)
- [10] 陈浩然, 杨正林, 唐立民. 复合材料层合板固化过程的数值模拟[J]. *应用力学学报*, 1998, 15(3): 30—36.
- Chen Haoran, Yang Zhenglin, Tang Limin. Numerical simulation of composite laminates during cure process [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 1998, 15(3): 30—36. (in Chinese)
- [11] Qing Guanghui, Qiu Jiajun, Liu Yanhong. A semi-analytical solution for dynamic analysis of plate with piezoelectric patches [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, 43(6): 1388—1403.
- [12] Feng Kang. On difference schemes and symplectic geometry [C]. *Proceedings of the 1984 Beijing Symposium on Differential Geometry and Differential Equations*. Beijing: Science Press, 1985: 42—49.
- [13] Qin Mengzhao, Wang Daoliu, Zhang Meiqing. Explicit symplectic difference schemes for separable hamiltonian systems [J]. *Computational Mathematics*, 1991, 9(3): 211—221.
- [14] 富明慧, 林敬华. 一类指数矩阵函数及其应用[J]. *力学学报*, 2009, 41(5): 808—813.
- Fu Minghui, Lin Jinghua. An exponential matrix function and its application [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2009, 41(5): 808—813. (in Chinese)
- [15] Qing Guanghui, Qiu Jiajun, Liu Yanhong. Modified H-R variational principle for magneto-electroelastic bodies and state-vector equation [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2005, 26(6): 722—728.

(上接第 231 页)

- [4] 张纪奎, 酃正能, 关志东, 程小全, 刘涛. 复合材料层合板固化压实过程有限元数值模拟及影响因素分析[J]. *复合材料学报*, 2007, 24(2): 125—130.
- Zhang Jikui, Li Zhengneng, Guan Zhidong, Cheng Xiaoquan, Liu Tao. Compaction of laminated composites: numerical simulation and analysis on influencing factors [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2007, 24(2): 125—130. (in Chinese)
- [5] 谭华, 晏石林. 热固性树脂基复合材料固化过程的三维数值模拟[J]. *复合材料学报*, 2004, 21(6): 167—172.
- Tan Hua, Yan Shilin. Three-dimensional simulation of curing process for thermoset composites [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2004, 21(6): 167—172. (in Chinese)
- [6] Huybrechts S M, Meink T E, Wegner P M. Manufacturing theory for advanced grid stiffened structures [J]. *Composite Part A*, 2002, 33: 155—161.
- [7] Kim T D. Fabrication and testing of thin composite isogrid stiffened panel [J]. *Composite Structures*, 2000, 49: 21—25.
- [8] Bogetti T A, Gillespie J W. Two dimensional cure simulation of thick thermosetting composites [J]. *Journal of Composite Materials*, 1991, 25: 239—273.
- [9] 任明法. 具有金属内衬复合材料缠绕结构成型和使用过程的一体化分析[D]. 大连: 大连理工大学, 2005.
- Ren Mingfa. Integrated analysis of filament wound composite structure with metal liner during manufacture and service periods [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2005.
- [10] 靳武钢, 高建军, 吴利英. 热膨胀成型工艺应用于碳纤维复合材料[J]. *现代塑料加工应用*, 2003, 15(1): 19—21.
- Jin Wugang, Gao Jianjun, Wu Liying. Application of thermal expansion technology in molding of CFRP [J]. *Modern Plastics Processing and Applications*, 2003, 15(1): 19—21. (in Chinese)
- [11] Gladwell G M L. 经典弹性理论中的接触问题[M]. 范天佑, 译. 北京: 北京理工大学出版社, 1991.
- Gladwell G M L. The contact issues in the classical elasticity theory [M]. Translated by Fan Tianyou. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1991. (in Chinese)