

文章编号: 1000-4750(2011)05-0143-06

斜腹杆体外预应力索内力分析

*宋 彧^{1,2}, 王永杰¹, 李爱鹏²

(1. 兰州理工大学甘肃省土木工程防灾减灾重点实验室, 兰州 730050; 2. 西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心, 兰州 730050)

摘 要: 基于传统体外预应力加固技术, 提出了斜腹杆索结构体外预应力加固技术; 以简支梁的加固为研究对象, 对加固后组合结构体系的参量做了基本假定, 建立了索结构理论模型并进行了推导, 得到了组合结构中索变形增量的计算式和索张力的计算式; 在索结构计算中改变了索长不变的假定, 分析了索变形、索张力与荷载的关系。结果表明: 索结构形状曲线为椭圆的一部分; 索的最大水平张力位于跨中处, 锚固点的水平力最小, 该受力特点既能充分发挥索抗拉能力强的优势, 又能减小索的水平分力对梁的不利影响; 在沿索长的径向均布荷载作用下, 索的长度增量与跨中挠度增量呈非线性关系, 迭代计算时其精度与载荷步距大小有关, 步距越小精度越高, 反之则低。分析结果为新技术的应用提供理论参考。

关键词: 结构加固; 体外预应力; 斜腹杆; 索; 内力分析**中图分类号:** TU378.1 **文献标识码:** A

INTERNAL FORCE ANALYSIS OF EXTERNAL PRESTRESS CABLE OF TILTED BELLY POLES

*SONG Yu^{1,2}, WANG Yong-jie¹, LI Ai-peng²

(1. Key Laboratory of Disaster Prevention and Mitigation in Civil Engineering of Gansu Province, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

2. Northwest Center for Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Based on traditionally external prestressed reinforcement approaches, the paper proposes a new reinforcement technique, external prestressed cable of tilted belly poles. Taking the simply-supported beam as the object to be reinforced, the cable behavior is modeled. The formulas for the cable deformation and tension forces are obtained. The relations between cable deformation, tension forces and the applied load are investigated in this paper, showing that: (1) the cable configuration is of the form of ellipse; (2) the maximum horizontal tension force of the cable occurs at the mid-span of the simply-supported beam, and the minimum horizontal force occurs at the anchor point. Such a stress characteristic makes fully use of the cable advantage of high tensile capacity, as well as reduces the unfavorable effects of cable horizontal force on the beam. Under the action of the radial uniform load, the nonlinear relationship between the cable length incensement and the deflection incensement is observed. The iterative calculation algorithm prefers small load-step, the smaller the load-step, the higher the precision.

Key words: structure reinforcement; external prestress; tilted belly poles; cable; internal force analysis

对建筑物进行加固既能提高结构的可靠性, 延长结构寿命, 扩展结构用途, 又是节约社会资源的有效途径。现行的加固方法有多种, 如增大截面法、

外包钢法、粘钢法、绕丝法、锚固法、预应力法、增加临时支撑法等, 采用哪种或哪几种方法应根据工程具体情况确定。预应力加固法是目前常用的一

收稿日期: 2009-10-16; 修改日期: 2010-06-10

作者简介: *宋 彧(1962—), 男, 甘肃定西人, 教授, 工学学士, 兰州理工大学实验室主任, 从事结构加固与健康检测研究(E-mail: songy@lut.cn);

王永杰(1975—), 男, 山东安丘人, 副高, 工学硕士, 从事结构加固与健康检测研究(E-mail: aqzjzwj@126.com);

李爱鹏(1983—), 男, 山东安丘人, 工学硕士, 从事结构加固与健康检测研究(E-mail: aipengli@126.com)。

种加固技术,有体内预应力加固与体外预应力加固两种不同的方式^[1]。因体外预应力加固施工技术方便、节省材料、减轻自重、降低造价,方便检修、维护、更换等优点,近几年来其发展迅速,已被越来越多的应用于桥梁及建筑结构的加固领域。按照体外力筋的布置方式,体外预应力加固又分为不设置转向块的直线布筋与设置转向块的折线布筋两种形式。对于混凝土梁的加固,国内外学者做了大量试验和理论研究,结果表明:1)两种布筋形式都能有效抑制混凝土梁跨中挠度和裂缝宽度的开展,又能提高构件的抗弯承载力;2)与直线布筋相比,折线布筋形式在提高梁的综合性能方面效果更好^[1-8]。

尽管折线布筋形式比直线布筋的加固效果有较大改善,但与斜腹杆索结构加固技术比较,后者加固效果更为显著。主要表现在:1)结构刚度布置形式与结构弯矩曲线形状相一致;2)鱼腹式的索结构布置形式与结构弯矩曲线形状相一致;3)采用折线布筋形式,在施加预应力过程中体外力筋与转向块之间有摩擦,会导致部分预应力损失。斜腹杆索结构加固技术因腹杆与索之间是铰接,两者无相互滑动,摩擦导致的预应力损失很小^[5-10]。

斜腹杆索结构加固技术是以高强钢索作为体外力筋,锚固于被加固梁两端,索与梁之间设置多根能自伸的斜向刚性腹杆,腹杆的上下端分别与梁和索均为铰接。用腹杆的伸长施加预应力,索产生的反力通过腹杆作用于梁,把简单的梁变为组合结构,实现对梁的加固(图1)。

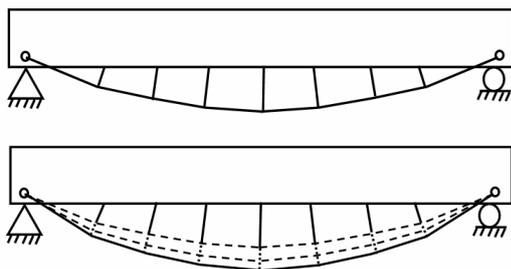


图1 分析模型的结构与变形示意图

Fig.1 Analysis model diagram of the structure and deformation

本文以单跨简支梁为基础的组合结构为研究对象,根据结构的受力特点,先对相关边界条件进行一些假定,再对结构变形的全过程进行分析,根据力的平衡条件建立体外预应力索的初始状态曲线方程,推导索的应力增量与变形增量的关系公

式,拟用公式求得体外预应力索的内力、变形、垂度等相关参量,以便指导工程实践。

1 基本假定

- 1) 索是理想柔性材料,既不能抗弯,也不能抗压。
- 2) 不计索的自重及腹杆的自重对体外预应力索的变形和内力影响,相对体外预应力索的高应力状态,索及腹杆自重的影响可忽略不计。
- 3) 体外预应力索的最大应力不超过其弹性极限应力,即索始终处于弹性范围内工作。
- 4) 不计腹杆由于受压引起的自身长度的变化,腹杆受压引起的轴向变形相对于自身长度及索的变形极小,可忽略不计。
- 5) 忽略索的伸长变形对索的截面及弹性模量的影响。

2 计算原理

2.1 计算简图

体外预应力索的两端锚固在被加固梁上,跨长 $BC=l$,索在 B 、 C 两点与梁铰支, B 、 C 两点等高,索长为 s ,弹性模量为 E ,截面面积为 A 。斜向撑杆沿索的径向施加荷载的方式较多,本文只分析径向施加大小相等的均布荷载 q_s ,以此建立坐标系及计算简图(图2)。

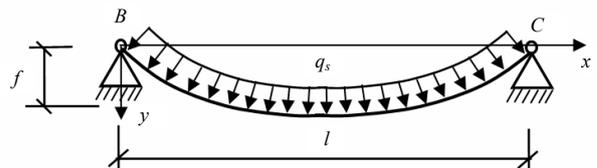


图2 体外预应力索结构计算简图

Fig.2 External prestressed steel rope structure calculation diagram

2.2 荷载分解

任意截取索 s 上的一微单元 ds 为研究对象,将径向均布荷载 q_s 沿两坐标轴方向分解为 q_x 和 q_y ,平面受力方式见图3所示。则:

$$\begin{cases} q_x = \frac{q_s \times \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}{dx} dx \cdot \cos \alpha = q_s \\ q_y = \frac{q_s \times \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}{dy} dx \cdot \sin \alpha = q_s \end{cases} \quad (1)$$

求解式(1)得:

$$q_x = q_y = q_s \quad (2)$$

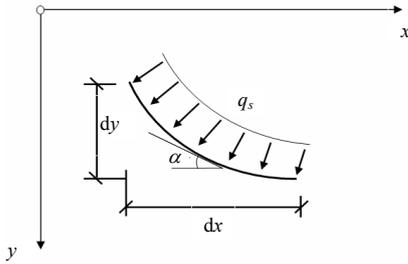


图3 体外预应力索平面受力示意图

Fig.3 External prestressed steel rope plane force schematic diagram

2.3 预应力索的曲线方程

以任意截取索 s 上的一微单元 ds 为研究对象, 受力分析简图见图4所示。

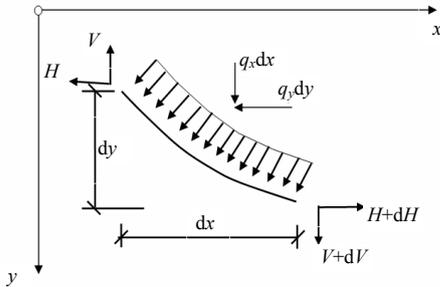


图4 体外预应力索微单元受力分析图

Fig.4 Infinitesimal element of external prestressed steel rope force analysis diagram

其中, $V = H \cdot \frac{dy}{dx}$ 。

由 $\sum x=0$ 和 $\sum y=0$, 得:

$$H + dH - q_y dy - H = 0 \quad (3)$$

$V + dV - V - q_x dx = 0$, 即:

$$H \cdot \frac{dy}{dx} + d\left(H \cdot \frac{dy}{dx}\right) - H \cdot \frac{dy}{dx} - q_x dx = 0 \quad (4)$$

整理式(3)、式(4)两式, 得:

$$\frac{dH}{dy} = q_y \quad (5)$$

$$H' \cdot \frac{dy}{dx} + H \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + q_x = 0 \quad (6)$$

式(6)的积分结果比较复杂。在一般工程中, 索的跨中垂度远小于其跨度, 水平均布荷载对索的水平分力影响较小, 即 H 的变化较小。为简化计算, 暂设 $H' = 0$, 取式(6)的后两项, 即:

$$H \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + q_x = 0 \quad (7)$$

并将式(5)、式(7)两式积分, 得:

$$H = q_s y + c_1 \quad (8)$$

$$y = -\frac{q_s}{2H} x^2 + c_2 x + c_3 \quad (9)$$

根据已知边界条件, $x=0, y=0; x=l, y=0$ 求得:

$$c_3 = 0, c_2 = \frac{q_s l}{2H} \quad (10)$$

将 $c_2、c_3$ 代入式(8)得:

$$y = -\frac{q_s}{2H} x^2 + \frac{q_s l}{2H} x \quad (11)$$

式中, H 为索的张力水平分量。

式(10)表示在某荷载 q_s 作用下体外预应力索状态的曲线方程。

2.4 体外预应力索在 q_0 作用下的初始状态

2.4.1 体外预应力索的曲线方程

确定体外预应力索在任意径向均布荷载 q_0 作用下的初始状态曲线时, 需已知索在 q_0 作用下的长度 s 或跨中挠度 f_0 中的任意一个参量。现假定当 $x=l/2$ 时, $y=f_0$, 由式(10)可得:

$$H_0 = \frac{q_0 l^2}{8f_0} \quad (12)$$

式中, H_0 为初始状态下索的跨中水平力。

将 $H_0 = \frac{q_0 l^2}{8f_0}$ 、 $y=f_0$ 代入式(7), 得 $c_1 =$

$\frac{q_0(l^2 - 8f_0^2)}{8f_0}$, 则体外预应力索的水平张力为:

$$H = q_s y + c_1 = q_0 y + \frac{q_0(l^2 - 8f_0^2)}{8f_0} \quad (13)$$

把式(13)代入式(11), 则索曲线方程为:

$$y = \frac{qx(l-x)}{2\left(qy + \frac{q(l^2 - 8f^2)}{8f}\right)} \quad (14a)$$

q_0 是任意径向均布荷载, 则任意均布荷载 q 作用下索曲线方程可写为:

$$y = \frac{qx(l-x)}{2\left(qy + \frac{q(l^2 - 8f^2)}{8f}\right)} \quad (14b)$$

将式(14a)整理为标准形式:

$$\frac{\left(y + \frac{l^2 - 8f_0^2}{16f_0}\right)^2}{\left(\frac{l^2 + 8f_0^2}{16f_0}\right)^2} + \frac{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2}{2\left(\frac{l^2 + 8f_0^2}{16f_0}\right)^2} = 1 \quad (15)$$

令, $m_0 = \left(\frac{l^2 + 8f_0^2}{16f_0}\right)^2$ (m_0 为正常数), 则式(15)简化为:

$$\frac{\left(y + \frac{l^2 - 8f_0^2}{16f_0}\right)^2}{m_0} + \frac{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2}{2m_0} = 1 \quad (16)$$

式(16)即为体外预应力索在 q_0 作用下的初始状态方程, 由方程的构成特点可知, 该曲线为椭圆。即, 体外预应力索的形状为椭圆的一部分。

2.4.2 体外预应力索的张力

以预应力索为分析对象, 把索上任意一点的张力记为 T , 索张力的水平分量记为 H , 由三角函数关系, 得:

$$T = \frac{H}{\cos \alpha} = H \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (17)$$

将式(15)用参数方程表示为:

$$\begin{cases} x = \sqrt{2m} \cos \theta + l/2 \\ y = \sqrt{m} \sin \theta - \frac{l^2 - 8f_0^2}{16f_0} \end{cases} \quad (18)$$

由式(18)得:

$$1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 1 + \left(\frac{dy/d\theta}{dx/d\theta}\right)^2 = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{2\sin^2 \theta} \quad (19)$$

把式(18)代入式(12)得:

$$H = q_0 \left(\sqrt{m} \sin \theta - \frac{l^2 - 8f_0^2}{16f_0} \right) + \frac{q_0(l^2 - 8f_0^2)}{8f_0} \quad (20)$$

将式(19)、式(20)代入式(17), 得体外预应力索任意一点的张力为:

$$\begin{aligned} T &= \left[q_0 \left(\sqrt{m} \sin \theta - \frac{l^2 - 8f_0^2}{16f_0} \right) + \frac{q_0(l^2 - 8f_0^2)}{8f_0} \right] \cdot \\ &\quad \sqrt{1 + \frac{\cos^2 \theta}{2\sin^2 \theta}} = q_0 \sqrt{m} \sqrt{\frac{1 + \sin^2 \theta}{2}} + \\ &\quad \frac{q_0(l^2 - 8f_0^2)}{16f_0} \sqrt{1 + \frac{\cos^2 \theta}{2\sin^2 \theta}} \end{aligned} \quad (21)$$

同时, 可求体外预应力索的最大张力:

$$T_{\max} = q_0 \cdot \left(\sqrt{m} + \frac{2\sqrt{2m}}{\sqrt{8m + l^2}} \right) \quad (22)$$

2.4.3 体外预应力索的索长

将曲线方程式(14b)先求导, 根据弧长公式再积分, 可得在任意荷载 q_0 作用下索的长度:

$$s_0 = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (23)$$

应用泰勒公式将 $\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ 展开, 即:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + \dots \quad (24)$$

为了计算简单, 取式(23)的前两项, 略去高次项得:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \quad (25)$$

则索长可以近似表示为:

$$s_0 = \int_0^l \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \right) dx \quad (26)$$

由式(19)得:

$$1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{4\sin^2 \theta} \quad (27)$$

将式(27)代入式(26)积分并整理得:

$$s_0 = \frac{3l}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} \left(\frac{l^2 + 8f_0^2}{16f_0} \right) \ln \frac{2\sqrt{2} \left(\frac{l^2 + 8f_0^2}{16f_0} \right) + l}{2\sqrt{2} \left(\frac{l^2 + 8f_0^2}{16f_0} \right) - l} \quad (28)$$

由于 q_0 是任意给定的初始荷载, 由式(28)可得在任意均布荷载状态下的索长与跨中垂度关系公式, 即:

$$s = \frac{3l}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} \left(\frac{l^2 + 8f^2}{16f} \right) \ln \frac{2\sqrt{2} \left(\frac{l^2 + 8f^2}{16f} \right) + l}{2\sqrt{2} \left(\frac{l^2 + 8f^2}{16f} \right) - l} \quad (29)$$

引入正常数 $m (m = \left(\frac{l^2 + 8f^2}{16f}\right)^2)$, 将式(29)化

简为:

$$s = \frac{3l}{4} + \frac{\sqrt{2m}}{4} \ln \frac{2\sqrt{2m} + l}{2\sqrt{2m} - l} \quad (30)$$

2.5 体外预应力索的索长增量与跨中挠度增量关系

将式(29)对 f 求导, 得:

$$\frac{ds}{df} = \frac{\sqrt{2}}{64} \left(\frac{l^4 - 64f^4}{l^2 f^2 + 8f^4} \ln \frac{\sqrt{2}(l^2 + 8f^2) - 8fl}{\sqrt{2}(l^2 + 8f^2) + 8fl} \right) +$$

$$\frac{l^5 - 64lf^4}{4(64f^5 - 16l^2f^3 + l^4f)} \quad (31)$$

令 $k = \frac{f}{l}$, 则式(29)可简化为:

$$\frac{\Delta s}{\Delta f} = \frac{\sqrt{2}}{64} \left[\frac{1-64k^4}{k^2(1+8k^2)} \ln \frac{\sqrt{2}(1+8k^2)-8k}{\sqrt{2}(1+8k^2)+8k} \right] + \frac{1-64k^4}{4k(8k^2-1)^2} \quad (32)$$

令, $\gamma =$

$$\frac{\sqrt{2}}{64} \left[\frac{1-64k^4}{k^2(1+8k^2)} \ln \frac{\sqrt{2}(1+8k^2)-8k}{\sqrt{2}(1+8k^2)+8k} \right] + \frac{1-64k^4}{4k(8k^2-1)^2},$$

即

$$\Delta s = \gamma \Delta f \quad (33)$$

式中: Δs 为索长增量; Δf 为跨中挠度增量。

2.6 体外预应力索施加荷载增量 Δq 后的索长增量与跨中挠度增量

对体外预应力索施加均布荷载增量 Δq 后, 荷载变为 $q=q_0+\Delta q$, 由虎克定律与弧长积分公式, 求得索长的增量为:

$$\Delta s = \int_0^{s_0} \frac{\Delta T}{EA} ds_0 = \int_0^l \frac{\Delta H}{EA} \left(\frac{ds_0}{dx} \right) ds_0 dx = \frac{\Delta \bar{H}}{EA} \int_0^l \left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right) dx \quad (34)$$

式中: ΔT 为索的张力增量; ΔH 为索的水平分力增量; $\Delta \bar{H}$ 为索的平均水平分力增量。

将 $\Delta \bar{H} = \bar{H} - \bar{H}_0$ 代入式(32), 求得荷载增量为 Δq 时的索长增量 Δs 为:

$$\Delta s = \frac{\bar{H} - \bar{H}_0}{EA} \int_0^l \left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right) dx \quad (35)$$

$$\text{其中, } \int_0^l \left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right) dx = \frac{3l}{4} + \frac{\sqrt{2m}}{2} \ln \frac{2\sqrt{2m}+l}{2\sqrt{2m}-l}.$$

根据定积分中值定理能够求得 q_0 作用下索的平均水平分力 \bar{H}_0 :

$$\bar{H}_0 = \frac{\int_0^{f_0} \left[q_0 y + \frac{q_0(l^2 - 8f_0^2)}{8f_0} \right] dy}{f_0} = \frac{q_0(l^2 - 4f_0^2)}{8f_0} \quad (36)$$

当荷载变为 $q=q_0+\Delta q$ 时, 索的平均水平张力 \bar{H} 为:

$$\bar{H} = \frac{q(l^2 - 8f^2)}{8f} \quad (37)$$

f_0 为 q_0 作用下索的跨中挠度; f 为 $q=q_0+\Delta q$ 作用下索的跨中挠度。

$$\text{令, } \lambda = \int_0^l \left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right) dx = \frac{3l}{4} + \frac{\sqrt{2m}}{2} \ln \frac{2\sqrt{2m}+l}{2\sqrt{2m}-l},$$

将 \bar{H}_0 、 \bar{H} 及 λ 代入式(33), 得:

$$\Delta s = \frac{\lambda \left(\frac{q(l^2 - 8f^2)}{8f} - \frac{q_0(l^2 - 8f_0^2)}{8f_0} \right)}{EA} \quad (38)$$

求解式(33)、式(38)两式的方程组并整理, 得:

$$f^2 + \frac{[\lambda q_0 l^2 - 8\lambda q_0 f_0^2 - 8EA\gamma f_0^2]}{8f_0(EA\gamma + \lambda q)} f - \frac{\lambda q l^2}{8(EA\gamma + \lambda q)} = 0 \quad (39)$$

令,

$$\begin{cases} \alpha = \frac{[\lambda q_0 l^2 - 8\lambda q_0 f_0^2 - 8EA\gamma f_0^2]}{8f_0(EA\gamma + \lambda q)} \\ \beta = \frac{\lambda q l^2}{8(EA\gamma + \lambda q)} \end{cases}$$

则式(39)简化为:

$$f^2 + \alpha f - \beta = 0 \quad (40)$$

求解式(40), 得均布荷载增量为 Δq 时体外预应力索的跨中挠度值 f 与变形增量 Δs , 即:

$$\begin{cases} f = \frac{\sqrt{\alpha^2 + 4\beta} - \alpha}{2} \\ \Delta s = \gamma \left(\frac{\sqrt{\alpha^2 + 4\beta} - \alpha}{2} - f_0 \right) \end{cases} \quad (41)$$

3 结论

(1) 斜腹杆索结构中, 体外预应力索的最大水平张力位于跨中, 锚固点的水平张力最小。这种受力状态发挥了索的作用, 减小了索的水平分力对梁的不利影响。

(2) 计算索的终状态跨中挠度及张力时: 第一步, 选定索的初始状态, 测得初始挠度 f_0 , 求得高跨比 $k=f_0/l$; 第二步, 由式(28)求得初始状态的索长 s_0 ; 第三步, 施加荷载增量为 Δq , 由式(41)求得荷载增量为 Δq 时(荷载增量 Δq 已知)索的长度增量及跨中挠度增量, 并由式(21)求得荷载增量为 Δq 时索的任意一点的张力。

再把 Δq 作用时索的状态作为初始状态, 循环上述 4 个步骤, 直至最终荷载, 求得索的最终状态

的跨中挠度及索的任意一点的张力。

(3) 体外预应力索的跨中挠度增量与索的变形增量呈非线性关系, 同时与索的高跨比有关, 依据式(38)求跨中挠度时, 应视精度要求, 用迭代法计算, 载荷步越小, 计算精度越高。

(4) 将斜腹杆对索的集中荷载简化为沿索长的径向均布荷载, 与实际有一定的误差, 误差的程度与斜腹杆的位置及数量有关, 需要作进一步分析。

参考文献:

- [1] 宋戩. 工程结构检测与加固[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 12-15.
Song Yu. Engineering structural detection and reinforcement [M]. Beijing: Science Press, 2005: 12-15. (in Chinese)
- [2] 张耀庭. 体外预应力混凝土梁的研究现状综述[J]. 华中科技大学学报(城市科学版), 2002, 19(4): 86-91.
Zhang Yaoting. Survey on research of external prestressed concrete beams [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Urban Science Edition), 2002, 19(4): 86-91. (in Chinese)
- [3] 孙宝俊. 体外预应力结构技术及应用综述[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2001, 31(1): 109-113.
Sun Baojun. A survey on structural techniques and applications of external prestressing [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2001, 31(1): 109-113. (in Chinese)
- [4] 杜进生, 刘西拉. 基于结构变形的无粘结预应力筋应力变化研究[J]. 土木工程学报, 2003, 36(8): 12-19.
Du Jinsheng, Liu Xila. Research on the variations of unbonded prestressed tendon stresses based upon the structural deformation [J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36(8): 12-19. (in Chinese)
- [5] 牛斌. 体外预应力混凝土梁极限状态分析[J]. 土木工程学报, 2000, 33(3): 7-15.
Niu Bin. Ultimate analysis of externally prestressed concrete beams [J]. China Civil Engineering Journal, 2000, 33(3): 7-15. (in Chinese)
- [6] Ayaho Miyamoto. Behavior of prestressed beam strengthened with external tendons [J]. Structural Engineering, 2000, 126(9): 1033-1044.
- [7] 孙海. 体外预应力简支梁受力性能研究与非线性分析[J]. 土木工程学报, 2000, 33(2): 25-29.
Sun Hai. Mechanical properties and nonlinear analysis of simply-supported concrete beams with post-tensioned external tendons [J]. China Civil Engineering Journal, 2000, 33(2): 25-29. (in Chinese)
- [8] 刘航. 体外预应力加固混凝土框架梁的试验研究[J]. 建筑技术, 1999, 30(12): 855-857.
Liu Hang. Experimental study of strengthening rc frame beams with external prestressing tendons [J]. Architecture Technology, 1999, 30(12): 855-857. (in Chinese)
- [9] Virlogeux M P. External prestressing: From construction history to modern technique and technology, External Prestressing in Bridges [C]. ACI Special Publication, American Concrete Institute, Detroit, 1990(1): 42-60.
- [10] Naaman A E, Breen J E. External prestressing in bridges [J]. ACI Special Publication, 1990(1): 31-71.