

文章编号: 1000-4750(2011)04-0164-08

## 带肋钢筋与混凝土间粘结滑移本构模型

赵卫平, \*肖建庄

(同济大学建筑工程系, 上海 200092)

**摘 要:** 研究了带肋钢筋和混凝土之间的粘结滑移性能, 推导了楔形体在尖部受集中力作用的位移解答, 然后基于锥楔作用的受力机制建立了滑移量与位移边界条件的关系。根据拔出试验的破坏特征, 将粘结滑移曲线的上升段按混凝土开裂与否分为两个阶段, 分别采用不同的理论模型进行计算。理论模型中把滑移量作为位移边界条件引入, 通过对滑移量的改变实现边界条件的变化, 从而得出峰值粘结强度前各级滑移量下的粘结应力。分析了影响下降段的主要因素并拟合了呈负指数衰减规律的下降段。最后, 将该文的理论本构模型与试验进行了对比、分析。

**关键词:** 混凝土; 粘结-滑移; 弹性理论; 带肋钢筋; 锥楔作用

**中图分类号:** TU313; O331 **文献标识码:** A

## ON BOND-SLIP CONSTITUTIVE MODEL BETWEEN RIBBED STEEL BARS AND CONCRETE

ZHAO Wei-ping, \*XIAO Jian-zhuang

(Department of Building Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** This paper conducts a research into the bond-slip performance between ribbed steel bars and concrete and derives the displacement solution of a wedge-shaped body with a concentrated force at the tip, and then the relationship between the slip and boundary condition is established based on the wedging action. According to the failure characteristics of a pull-out process, the ascending branch of a bond-slip curve, divided into two stages characterized by whether concrete has been cracked or not, is obtained respectively based on different theoretical models. The slippage is introduced as a boundary condition in the theoretical models, and the variation of boundary conditions is achieved by changing the slippage, so bond stress before the peak value can be obtained at all levels of slippage. The primary factors of descending branch are analyzed; in addition, a negative exponential degrading law is fitted. Finally, the theoretical and the experimental results are compared and analyzed.

**Key words:** concrete; bond-slip; elastic theory; ribbed bars; wedging action

钢筋与混凝土界面受力复杂、影响因素诸多, 仅根据试验结果很难得到有关粘结强度或粘结-滑移本构关系的准确数学模式, 目前有关粘结-滑移的理论分析模式基本上是半理论半经验型的。Tepfers<sup>[1]</sup>提出采用弹塑性力学的厚壁圆筒受力模型

来分析钢筋与混凝土之间的劈裂粘结强度, 这一理论模型得到了普遍的认可。Esfahani 等<sup>[2-3]</sup>将 Tepfers 计算粘结强度的公式根据试验数据进行了修正。Somayaji 和 Shah<sup>[4]</sup>根据微分方程, 最终得出了局部滑移量关于埋置长度的函数关系式。

收稿日期: 2009-09-16; 修改日期: 2009-11-30

基金项目: 国家 863 计划项目(2007AA03Z550); 教育部留学回国人员科研启动基金

作者简介: 赵卫平(1981-), 男, 河北石家庄人, 博士生, 从事钢筋与混凝土之间粘结本构、抗火研究(E-mail: weipingzhao163@163.com);

\*肖建庄(1968-), 男, 山东沂南人, 教授, 博士, 博导, 从事混凝土抗火、再生混凝土研究(E-mail: jzx@tongji.edu.cn).

Yankelevsky<sup>[5]</sup>建立了以钢筋拉力为变量的二阶微分方程,得到粘结应力沿钢筋纵向分布的函数关系式。徐有邻等<sup>[6]</sup>将粘结滑移的全过程分为5个阶段,计算出其水平向的分力,得到相应传力模型的名义粘结锚固特征强度。高向玲<sup>[7]</sup>在Tepfers等人的研究基础上考虑了摩擦力的作用,重新计算了劈裂粘结强度。宋力<sup>[8]</sup>对疲劳荷载作用下的粘结问题进行了分析。

粘结破坏包括劈裂和拔出两种模式。对于配箍试件或保护层厚度超过一定范围时( $c/d > 5-6$ ),变形钢筋的粘结破坏一般是肋间混凝土被刮出的剪切型破坏,本文主要针对此种破坏形式。以往理论模型大多通过求极值得到劈裂粘结强度,而粘结本构往往从实验回归得到,从理论上还提不出一套比较完整、有充分论据的粘结-滑移本构关系。基于这样的研究背景,本文针对刮出破坏的特征,将粘结应力与滑移面的锥楔作用联系起来,用数学力学模型分析锥楔作用的粘结机制,计算了粘结滑移本构关系的上升段,并且提出了呈负指数关系衰减的下降段。与试验数据和现有成果的比对表明此方法具有一定的适用性,可对圆形短埋配箍试件的粘结滑移性能进行较合理的预测。

## 1 两种特殊平面问题的位移解

### 1.1 受均匀内压作用的圆环

文献[9]针对图1所示的位移轴对称问题提供了详细的推导过程,本文直接引用其结果。

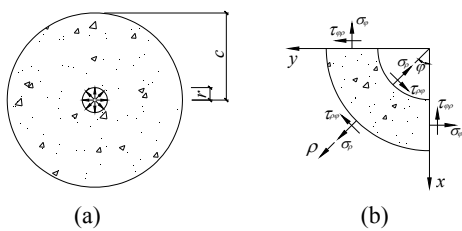


图1 受均匀内压作用的混凝土圆环

Fig.1 Concrete ring with uniform internal pressure

轴对称应力和相应的位移:

$$\sigma_\rho = A/\rho^2 + 2C \quad (1)$$

$$\sigma_\phi = -A/\rho^2 + 2C \quad (2)$$

$$u_\rho = [-(1+\nu)A/\rho + 2(1-\nu)C\rho]/E \quad (3)$$

式中  $E$ 、 $\nu$  为混凝土弹性模量和泊松比。

### 1.2 楔形体在楔顶受竖向集中力 $F$ 作用

混凝土开裂后理论计算模型采用尖劈顶端受集中力作用的楔形体,如图2所示。

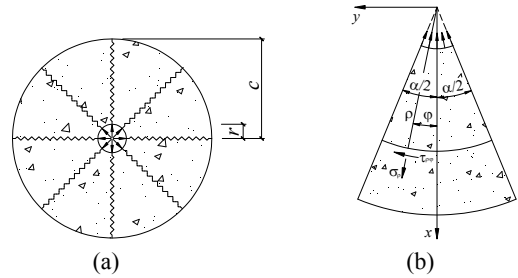


图2 开裂后混凝土受力分析模型

Fig.2 Stress analysis mode after concrete cracking

应力分量直接引用文献[9]中结果:

$$\sigma_\rho = -\frac{2F}{\rho} \cdot \frac{\cos\phi}{\alpha + \sin\alpha} \quad (4)$$

$$\sigma_\phi = \tau_{\rho\phi} = \tau_{\phi\rho} = 0 \quad (5)$$

将应力分量代入物理方程并积分求得  $u_\rho$ :

$$u_\rho = -\frac{2F \cos\phi}{E(\alpha + \sin\alpha)} \ln\rho + f(\phi) \quad (6)$$

由物理方程、几何方程求出  $\frac{\partial u_\phi}{\partial \phi}$ :

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} = \frac{2\nu F}{E} \cdot \frac{\cos\phi}{\alpha + \sin\alpha} - u_\rho \quad (7)$$

把式(6)代入式(7)并对  $\phi$  积分:

$$u_\phi = \frac{2\nu F \sin\phi}{E(\alpha + \sin\alpha)} + \frac{2F \sin\phi}{E(\alpha + \sin\alpha)} \cdot \ln\rho - \int f(\phi) d\phi + f_1(\rho) \quad (8)$$

将式(6)、式(8)分别对  $\phi$ 、 $\rho$  求偏导:

$$\frac{\partial u_\rho}{\partial \phi} = \frac{2F \sin\phi}{E(\alpha + \sin\alpha)} \cdot \ln\rho + f'(\phi) \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial \rho} = \frac{2F \sin\phi}{E(\alpha + \sin\alpha)} \cdot \frac{1}{\rho} + f'_1(\rho) \quad (10)$$

将式(9)、式(10)代入物理方程,化简并分离变量:

$$f'(\phi) + \int f(\phi) d\phi + \frac{2F \sin\phi}{E(\alpha + \sin\alpha)} \cdot (1-\nu) = f_1(\rho) - \rho f'_1(\rho) \quad (11)$$

显然,式(11)左右两端同时等于同一常数  $M$  时上述方程才能成立即:

$$f'(\phi) + \int f(\phi) d\phi + \frac{2F \sin\phi}{E(\alpha + \sin\alpha)} \cdot (1-\nu) = M \quad (12)$$

$$f_1(\rho) - \rho f'_1(\rho) = M \quad (13)$$

求解式(12)、式(13):

$$f(\phi) = C_1 \cos\phi + C_2 \sin\phi + \frac{F(\nu-1)}{E(\alpha + \sin\alpha)} \cdot \phi \cdot \sin\phi \quad (14)$$

$$f_1(\rho) = H\rho + M \quad (15)$$

将式(14)对  $\phi$  求导后代入式(12):

$$\int f(\varphi) d\varphi = M - \frac{F \sin \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} \cdot (1-\nu) + \frac{F(1-\nu)}{E(\alpha + \sin \alpha)} \cdot \varphi \cdot \cos \varphi - C_1 \cos \varphi + C_2 \sin \varphi \quad (16)$$

将式(14)、式(15)、式(16)代入式(6)和式(8):

$$u_\rho = -\frac{2F \cos \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} \cdot \ln \rho + \frac{(\nu-1)F\varphi \sin \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} + C_1 \cos \varphi + C_2 \sin \varphi \quad (17)$$

$$u_\varphi = \frac{2F \sin \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} \cdot \ln \rho + \frac{(1+\nu)F \sin \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} - \frac{F(\nu-1)\varphi \sin \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} - C_1 \sin \varphi + C_2 \cos \varphi + H\rho \quad (18)$$

由边界条件确定待定常数, 在力  $F$  的作用线上:  $(u_\varphi)_{\varphi=0} = 0 \Rightarrow C_2 = H = 0$

将求出的系数代入式(17)、式(18):

$$u_\rho = -\frac{2F \cos \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} \cdot \ln \rho + \frac{(\nu-1)F\varphi \sin \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} + C_1 \cos \varphi \quad (19)$$

$$u_\varphi = \frac{2F \sin \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} \cdot \ln \rho + \frac{(1+\nu)F \sin \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} - \frac{(1-\nu)F\varphi \cos \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} - C_1 \sin \varphi \quad (20)$$

试件的外侧( $\rho=c$ )径向位移为 0, 即式(19)中

$$(u_\rho)_{\rho=c} = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{2F \ln c + (1-\nu)F\varphi \tan \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)}$$

将  $C_1$  代入式(19):

$$u_\rho = -\frac{2F \cos \varphi}{E(\alpha + \sin \alpha)} \cdot \ln \frac{c}{\rho} \quad (21)$$

从式(4)中解出  $F$  代入式(21), 并用  $u_\rho$  表示  $\sigma_\rho$ :

$$\sigma_\rho = -\frac{Eu_\rho}{\rho(\ln c - \ln \rho)} \quad (22)$$

## 2 粘结滑移本构关系

### 2.1 锥楔作用的传力机制

取一个肋间距范围内的混凝土, 混凝土受到的作用力有: 钢筋对混凝土的挤压应力  $P$ , 滑移面上的摩擦应力  $\mu P$ ,  $\beta$  为滑移面切向与钢筋纵向的夹角, 如图 3 所示。将  $P$  和  $\mu P$  分别沿纵向和径向分解, 二者的纵向分量之和形成粘结应力  $\tau$ , 径向分力即为内压力作用  $\sigma_\rho$ <sup>[7]</sup>。

$$\sigma_\rho = P \cos \beta - \mu P \sin \beta \quad (23)$$

$$\tau = \mu P \cos \beta + P \sin \beta \quad (24)$$

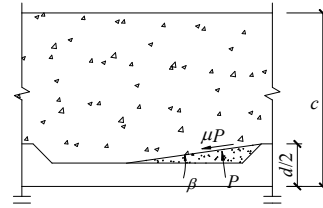


图3 混凝土受力分析模型<sup>[7]</sup>

Fig.3 Stress analysis mode of concrete<sup>[7]</sup>

从式(23)中解出  $P$  并代入式(24):

$$\Rightarrow \tau = \frac{\mu \cos \beta + \sin \beta}{\cos \beta - \mu \sin \beta} \sigma_\rho \quad (25)$$

### 2.2 环向开裂前

加载之初, 粘结应力主要由胶结力提供; 随着荷载的加大钢筋横肋背面与混凝土拉脱, 化学胶结力丧失, 粘结应力主要由锥楔作用提供。由于摩擦力的存在, 界面上混凝土不断破碎, 小颗粒不断堆积而被挤压成楔形, 形成直线形状的挤压滑移面<sup>[10]</sup>, 如图 4 所示。

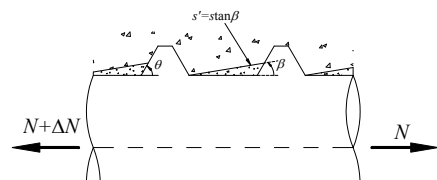


图4 混凝土开裂前受力分析模型

Fig.4 Stress analysis mode before concrete cracking

开裂前, 将肋间混凝土分成若干单位厚度的圆环, 每个圆环近似作为平面问题研究, 简化为受均匀内压作用的圆环, 该问题有两个待定常数  $A$ 、 $C$ , 如图 1(a)所示。设试件外侧( $\rho=c$ )混凝土的径向位移为零即  $(u_\rho)_{\rho=c} = 0$ ; 拔出过程中, 钢筋对界面处( $\rho=r$ )混凝土的挤压迫使混凝土发生的径向位移为  $(u_\rho)_{\rho=r} = s'$ , 把这两个边界条件代入式(3)即可求出  $A$ 、 $C$ :

$$\begin{aligned} (u_\rho)_{\rho=c} = 0 &\Rightarrow A = \frac{Es'rc^2}{(1+\nu)(r^2 - c^2)} \\ (u_\rho)_{\rho=r} = s' &\Rightarrow C = \frac{Es'a}{2(1-\nu)(r^2 - c^2)} \end{aligned} \quad (26)$$

将  $A$ 、 $C$  代入式(1)、式(2)即可求出径向压力  $\sigma_\rho$  和环向拉力  $\sigma_\varphi$ :

$$\sigma_\rho = \frac{Es'rc^2}{(1+\nu)(r^2 - c^2)\rho^2} + \frac{Es'r}{(1-\nu)(r^2 - c^2)} \quad (27)$$

$$\sigma_\varphi = -\frac{Es'rc^2}{(1+\nu)(r^2 - c^2)\rho^2} + \frac{Es'r}{(1-\nu)(r^2 - c^2)} \quad (28)$$

理论模型中应力的方向有明确的物理意义,

图1(b)标出了应力的正方向, 可见在环的内侧钢筋作用于混凝土的锥楔挤压力与此相反, 将式(27)反号后代入式(25)即可求出粘结应力:

$$\tau = \frac{\mu \cdot \cos \beta + \sin \beta}{\cos \beta - \mu \cdot \sin \beta} \cdot \frac{E[r^2(1+\nu) + c^2(1-\nu)]}{r(c^2 - r^2)(1-\nu^2)} s' \quad (29)$$

用滑移量表示径向位移, 即将三角关系即  $s' = s \cdot \tan \beta$  代入式(29), 然后分子、分母同除以  $\cos \beta$  即为混凝土开裂前粘结滑移本构关系:

$$\tau = \frac{\mu + \tan \beta}{1 - \mu \cdot \tan \beta} \cdot \tan \beta \cdot \frac{E[r^2(1+\nu) + c^2(1-\nu)]}{r(c^2 - r^2)(1-\nu^2)} \cdot s, \quad 0 \leq s \leq s_{cr} \quad (30)$$

由式(30)可知, 混凝土开裂前泊松比对粘结滑移本构的影响不明显。当混凝土与钢筋界面处混凝土的环向拉力达到抗拉强度时, 即  $(\sigma_\varphi)_{\rho=r} = f_u$ , 混凝土中产生环向劈裂裂缝, 第一阶段结束, 结束条件为:

$$-\frac{Es'c^2}{(1+\nu)(r^2 - c^2)r} + \frac{Es'r}{(1-\nu)(r^2 - c^2)} = f_u \quad (31)$$

从式(31)中解出  $s'$ , 即开裂时由于肋对混凝土的挤压所产生的径向位移:

$$s' = \frac{r(r^2 - c^2)(1-\nu^2)}{E[r^2(1+\nu) - c^2(1-\nu)]} \cdot f_u \quad (32)$$

根据滑移面的三角关系混凝土环向开裂时的特征滑移量为:

$$s_{cr} = \frac{s'}{\tan \beta} = \frac{r(r^2 - c^2)(1-\nu^2)}{E[r^2(1+\nu) - c^2(1-\nu)] \tan \beta} \cdot f_u \quad (33)$$

由式(30)、式(33)可见随钢筋半径的增加, 粘结应力降低、开裂滑移量增大, 此结论与试验结果<sup>[10]</sup>吻合良好, 从理论上解释了试验现象。

### 2.3 环向开裂后

开裂后随着滑移量的继续增加, 试件在劈裂后虽能承载, 但各种裂缝迅速发展; 由于混凝土的开裂, 混凝土对钢筋的裹握力迅速衰减, 摩擦力降低, 粘结刚度降低, 滑移量迅速增大。随荷载增大, 混凝土逐渐被挤压成粉末, 密实的嵌固在肋的根部。荷载继续增加, 贯通形成锥状脱离体<sup>[6]</sup>, 脱离体表面形成新的滑移面。Gambarova 等<sup>[10-13]</sup>学者的研究表明此阶段破碎滑移面是曲面形式, 如图5所示。

对滑移路径进行二次函数拟合:

$$y = nx^2 + m \quad (34)$$

当钢筋向左滑移  $\Delta s$  时楔作用迫使混凝土发生的径向位移为:

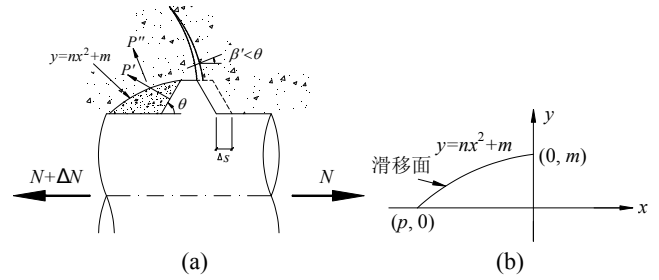


图5 混凝土开裂后肋前破碎滑移面  
Fig.5 Slip surface after concrete cracking

$$u_\rho = \Delta y = n(x + \Delta s)^2 + m - (nx^2 + m) = 2n\Delta sx + n\Delta s^2 \quad (35)$$

而滑移面上坐标  $x$  处的斜率为:

$$y' = (nx^2 + m)' = 2nx \quad (36)$$

将  $\rho = r$  分别代入式(21)、式(22)可求得钢筋与混凝土界面的径向位移和应力, 结合锥楔作用传力机制, 采用与开裂前相同的推导方法, 当发生  $\Delta s$  的滑移量时, 坐标  $x$  处的粘结应力增量可表示为:

$$\tau_x = \frac{\mu + 2nx}{1 - \mu \cdot 2nx} \cdot \frac{Eu_\rho}{r(\ln c - \ln r)} = \frac{\mu + 2nx}{1 - \mu \cdot 2nx} \cdot \frac{E}{r(\ln c - \ln r)} \cdot (2n\Delta sx + n\Delta s^2) \quad (37)$$

由式(37)可见, 滑移面上不同  $x$  坐标处的斜率不同, 所贡献的粘结应力也不一样; 而通常粘结应力是指平均意义上的粘结应力, 故此时粘结应力的增量为  $\tau_x$  在滑移路径上的定积分除以肋间距  $l$ , 混凝土开裂后粘结本构可表示为:

$$\tau = \frac{1}{l} \int_p^0 \frac{\mu + 2nx}{1 - \mu \cdot 2nx} \cdot \frac{E}{r(\ln c - \ln r)} \cdot (2n\Delta sx + n\Delta s^2) dx + \tau_{cr} = \frac{E}{2r\mu l(\ln c - \ln r)} \cdot \left[ 2np + \frac{(1 + \mu^2) \ln(1 - 2\mu np)}{\mu} \right] \Delta s^2 + \frac{E}{2r\mu^3 nl(\ln c - \ln r)} [2\mu np(1 + \mu^2 + \mu np) + (1 + \mu^2) \ln(1 - 2\mu np)] \Delta s + \tau_{cr} \quad (38)$$

用  $(s - s_{cr})$  代替  $\Delta s$ , 根据以上的分析此阶段的粘结滑移本构关系为:

$$\tau = \frac{E}{2r\mu l(\ln c - \ln r)} \left[ 2np + \frac{(1 + \mu^2) \ln(1 - 2\mu np)}{\mu} \right] \cdot (s - s_{cr})^2 + \frac{E}{2r\mu^3 nl(\ln c - \ln r)} [2\mu np(1 + \mu^2 + \mu np) + (1 + \mu^2) \ln(1 - 2\mu np)] (s - s_{cr}) + \tau_{cr} \quad (39)$$

2.4 下降段

当肋间混凝土咬合齿被剪断后，锥楔作用的传力机制已经不存在。随着钢筋连带肋间混凝土被缓缓拔出，粘结应力迅速下降。其主要原因有两方面：第一，被剪坏的凹凸界面被逐渐挫平水泥颗粒磨细，磨细的颗粒在界面滚动从而导致摩擦系数呈负指数衰减<sup>[6]</sup>，摩阻力降低，如图 6 所示；第二，随滑移量的增加混凝土粉末不断被带出，将导致接触面压力的减小，文献[13]描述了钢筋拔出后界面出现的大量粉末状颗粒。

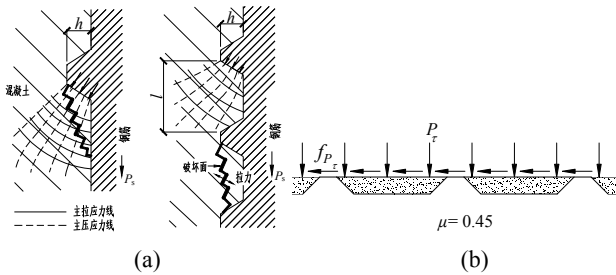


图 6 滑移面的挫平

Fig.6 Down flat of the slip surface

然而，锥楔作用的传力机制在粘结-滑移曲线的上升段迫使混凝土膨胀，箍筋中蓄积了一定的拉应力，在下降段箍筋变被动为主动，蓄积在箍筋中的拉应力开始释放，因此在一定的滑移距离内能够弥补混凝土粉末刮出带来的压力损失，使得试件的承载力降低是一个相对较缓慢的过程。

文献[7]通过试验测量了箍筋应变与粘结应力的关系，试件的几何尺寸如图 7 所示，在试件长 66mm 的粘结区域内布置有两个箍筋，箍筋直径为 6mm，间距 30mm。每根箍筋上布置有 2 个应变片，以观察拉拔试件中箍筋所起作用。28d 抗压强度  $f_{cu,28} = 44.07 \text{ MPa}$ ，劈裂抗拉强度  $f_{t,s} = 3.50 \text{ MPa}$ ，弹性模量  $E_c = 3.27 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ 。

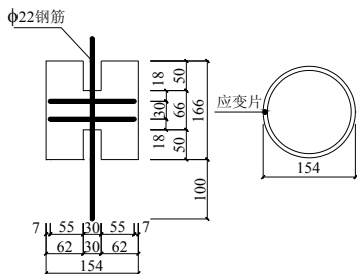


图 7 试件尺寸<sup>[7]</sup>

Fig.7 Geometry of specimens<sup>[7]</sup>

由图 8 可见，试件在未达峰值荷载之前，箍筋发挥作用的程度非常有限，仅  $80 \mu\epsilon - 100 \mu\epsilon$  左右，箍筋应力仅为  $20 \text{ N/mm}^2$  左右；达到峰值荷载时，靠

近加载端的应变已经超过了  $600 \mu\epsilon$ ，增幅达 5 倍，箍筋中的应力为  $130 \text{ N/mm}^2$  左右，横向箍筋在下降段发挥作用的效果明显。虽然箍筋中的应力远不及屈服强度，但是直到钢筋被拔出箍筋的应变都未能复零。Bamonte<sup>[14]</sup>的研究成果表明拔出过程对混凝土试件的损伤致使微裂缝不能闭合是箍筋应变不能复零的原因。过厚的保护层会降低箍筋应力释放的敏感性，对粘结滑移曲线的下降段带来不利影响。通过分析各参数的影响，结合对文献[7]中 2 组共 8 个圆形配箍试件下降段的研究发现粘结滑移曲线的下降段可用负指数函数表示：

$$\tau = \tau_u \cdot e^{-\frac{(s_1-s)f_u}{100(1+8.5\rho_{sv})} \frac{c}{d}} \quad (40)$$

式中： $s_1$  为峰值滑移； $c/d$  为相对混凝土保护层厚度； $\rho_{sv} = \pi d_{sv}^2 / (4c \cdot S_{sv})$  为横截面配箍率， $d_{sv}$  为箍筋直径， $S_{sv}$  为箍筋间距。

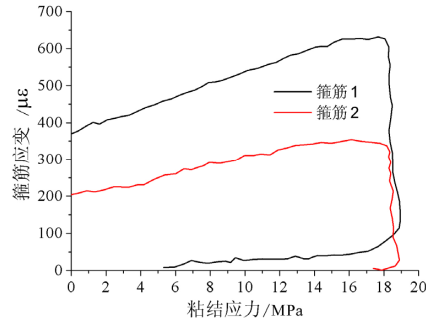


图 8 箍筋应变与粘结应力的关系<sup>[7]</sup>

Fig.8 Relationships between strain of stirrups and bond stress<sup>[7]</sup>

3 公式中主要参数的取值

3.1 摩擦系数

钢筋锈蚀使钢筋表面产生锈坑，增加了钢筋表面的粗糙度，这样钢筋和混凝土之间的咬合力增强，因而钢筋和混凝土之间的粘结力和摩擦力都有所增加。文献[13]把钢筋表面粗糙度分为无锈、轻锈、重锈、腐锈四类，通过精心设计的试验测量了钢筋和混凝土的粘结参数。试验结果表明上述 4 种情况下摩擦系数从 0.2 渐增至 0.6。应当指出，变形钢筋拔出的过程中既有钢筋与混凝土的摩擦也有滑移路径上混凝土之间的摩擦，本文设计了专门的辅助试验测量了钢-混凝土和混凝土-混凝土之间的摩擦系数，如图 9 所示。

测量静摩擦系数时，缓缓升高混凝土板直到滑块恰好自由滑落，记录混凝土板的倾角；滑块沿斜面向下的分力与滑块的静摩擦力为一对平衡力，如图 9(a)所示：

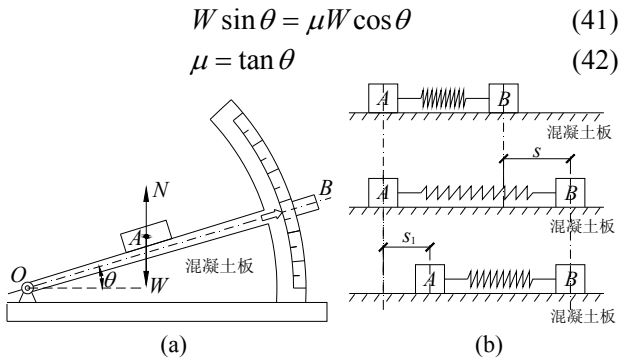


图9 摩擦系数测量装置

Fig.9 Testing installation of friction coefficient

测量动摩擦系数时，选取刚度系数为  $k$  的弹簧并使其处于自然状态，然后固定滑块  $A$  而迫使  $B$  发生  $S$  的位移，固定滑块  $B$ ，松开  $A$  让其在弹簧的牵引下滑动至静止，并记录此时  $A$  的位移  $S_1$ 。根据动能定理，弹簧对滑块  $A$  所做的功与滑动摩擦力对滑块  $A$  做的功相等，如图 9(b)所示：

$$\int_{S-S_1}^S kx dx = \mu WS_1 \quad (43)$$

$$\mu = \frac{k(2S - S_1)}{2W} \quad (44)$$

经过多次测量发现混凝土之间的摩擦系数为 0.5—0.6，混凝土和轧制钢的摩擦系数为 0.25—0.35；动静摩擦系数的差别不大。由图 6 的模型化分析可知滑移过程中混凝土间的摩擦居多，因此初步建议取  $\mu = 0.45$ 。

### 3.2 特征滑移

1) 开裂滑移。混凝土发生环向开裂时的滑移  $s_{cr}$  由文中式(33)计算。

2) 峰值滑移。模式规范 CEB-FIP MC90 局部粘结-滑移关系采用了美国学者 Alsiwat 等<sup>[15]</sup>的成果，认为峰值滑移仅与混凝土立方体抗压强度的开方成正比。然而对比已往试验结果<sup>[7,10,16-17]</sup>发现峰值滑移对混凝土强度的变化不敏感而随钢筋肋间距的增大而增大，且约为  $l/10$ 。1994 年黎巴嫩的 Harajli<sup>[17]</sup>提出了以肋间距为参数的局部粘结-滑移模型。考虑到工程应用的简易性和适用性，本文根据国家标准 GB1499-2007<sup>[18]</sup>将钢筋的相对肋间距表示为钢筋直径的函数，如图 10 所示。

可见肋间距并不是随钢筋直径的增加而等倍数的增加； $\phi 12$  月牙肋钢筋的肋间距为 8mm，而  $\phi 25$  的肋间距却为 12.5mm，半径增加一倍多而肋间距仅增加原来的 0.3 倍。结合分析与试验结果<sup>[7,10,15,17]</sup>，考虑肋间距增大的不同步性，回归的计算公式如下：

$$s_1 = \frac{l}{10} = \frac{d(0.7442 - 0.0093d)}{10} \quad (45)$$

3) 残余滑移。根据文献<sup>[16-17]</sup>，达到残余粘结强度时对应的滑移量为钢筋肋间距的 0.4—0.5 倍，结合图 10 用钢筋直径表示肋间距，即：

$$s_2 = 0.4l = d(0.2977 - 0.0037d) \quad (46)$$

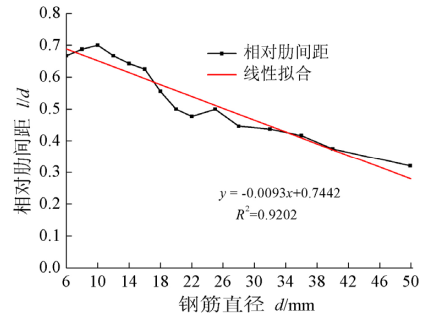


图 10 相对肋间距

Fig.10 Relative rib space of Ribbed steel bar

### 3.3 滑移路径参数

理论分析模型和有限元模型一般将钢筋横截面视为轴对称图形，然而月牙肋钢筋实际外形如图 11<sup>[19]</sup>所示，很难将其等效为轴对称图形，而滑移路径参数与等效为轴对称截面的肋高、肋间距有关。

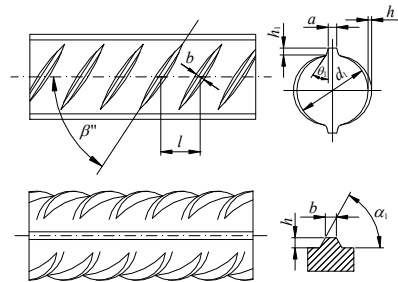


图 11 月牙肋钢筋外形

Fig.11 Ribbed steel bar shape

本文基于以前学者<sup>[10,14-15,17]</sup>的实验数据，结合文中式(30)、式(39)对滑移路径的外形参数进行反算（倾角  $\beta$  为假定值），滑移路径参数如表 1 所示。钢筋直径的变化范围为国家标准推荐使用的  $\phi 10$ 、 $\phi 12$ 、 $\phi 14$ 、 $\phi 16$ 、 $\phi 18$ 、 $\phi 22$ 、 $\phi 25$  钢筋。

表 1 滑移路径参数

Table 1 Parameters of slipping path

$\phi/mm$	10	12	14	16	18	22	25
$\beta/(^\circ)$	3.500	3.167	2.833	2.501	2.168	1.500	1.000
$m/mm$	0.246	0.252	0.258	0.265	0.271	0.284	0.294
$p/mm$	-1.117	-1.233	-1.349	-1.465	-1.580	-1.812	-1.986
$l/mm$	8.000	8.000	9.000	10.000	10.000	10.500	12.500
$n$	-0.182	-0.166	-0.150	-0.134	-0.118	-0.087	-0.063

注：表 1 中各参数依次为滑移面切向与钢筋纵向夹角、等效肋高、滑移面起点  $x$  坐标、肋间距和滑移面二次项系数。



由表 1 中参数的变化规律可以看出随钢筋直径的增大, 肋的等效高度  $m$ 、 $|p|$  均增大, 表明图 5 中锥状脱离体体积增大; 然而随钢筋直径的增大混凝土开裂前滑移面的倾角  $\beta$  呈减小趋势, 因此楔型体倾角降低而导致锥楔作用减弱, 宏观表现为粘结刚度降低, 此分析与试验<sup>[10]</sup>吻合。

## 4 试验对比与分析

为验证本文方法的有效性并进一步分析粘结滑移的一些基本特性, 选择高向玲<sup>[7]</sup>、王传志<sup>[20]</sup>的试验结果进行比较, 该类试验详细的提供了本文所需要的大部分重要参数。王传志试验概况与文献[7]相似, 不同之处在于拔出钢筋直径为 12mm, 保护层厚度为 50mm,  $f_{cu,28} = 60.2 \text{ MPa}$ , 劈裂抗拉强度  $f_{t,s} = 4.46 \text{ MPa}$ ,  $E_c = 3.60 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ 。

由图 12 可见, 峰值滑移随钢筋直径的增大而增加, 利用本文给出的参数和公式可对不同直径钢筋与不同强度混凝土间粘结滑移性能进行预测, 计算值与文献试验吻合较好, 且具有一定的可移植性。另外, 当滑移量为峰值滑移 4 倍时, 文献[20]中粘结应力降低了 46.2%而文献[7]仅降低了 29.0%; 主要原因是文献[20]采用较大混凝土相对保护层厚度 ( $c/d$ ), 降低了箍筋应力释放的有效性, 混凝土损伤

导致的微裂缝不能完全闭合; 同时, 对比试验印证了本文关于下降段的理论分析。

## 5 结论

(1) 基于文中提出的模型可将滑移量作为位移边界条件引入, 通过增加滑移量即可得到峰值粘结强度前各级滑移量对应的粘结应力, 用数学语言描述了变形钢筋的锥楔作用粘结机制。

(2) 从理论上阐明了钢筋半径对粘结滑移本构关系的影响: 随钢筋直径的增加粘结应力降低, 开裂滑移量增大, 见文中式(30)、式(33)。

(3) 粘结滑移本构关系的下降段可用负指数函数表示, 混凝土的损伤和摩擦系数的降低是粘结滑移本构下降段呈负指数衰减规律的原因。对于圆形配箍试件, 混凝土相对保护层厚度( $c/d$ )过大对粘结本构的下降段有不利影响。

(4) 混凝土之间的摩擦系数为 0.5—0.6, 混凝土和轧制钢的摩擦系数为 0.25—0.35; 由文中公式可知混凝土开裂前泊松比  $\nu$  的变化对粘结滑移本构关系的影响不明显, 可取为 0.167。

(5) 表 1 中滑移路径参数由以前学者试验曲线反算求得, 能否准确反映混凝土的内裂过程有待于细观试验的进一步验证。

## 参考文献:

- [1] Tepfers R. Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars [J]. Magazine of Concrete Research, 1979, 31(106): 3—12.
- [2] Esfahani M R, Rangan B V. Local bond strength of reinforcing bars in normal strength and high-strength concrete (HSC) [J]. ACI Structural Journal, 1998, 98(2): 96—106.
- [3] Esfahani M R, Rangan B V. Bond between normal strength and high-strength concrete (HSC) and reinforcing bars in splices in beams [J]. ACI Structural Journal, 1998, 95(3): 272—280.
- [4] Somayaji S, Shah S P. Bond stress versus slip relationship and cracking response of tension members [J]. Journal of the American Concrete Institute, 1981, 78(3): 217—225.
- [5] Yankelevsky D Z. Bond action between concrete and a deformed bar — a new model [J]. Journal of the American Concrete Institute, 1985, 82(2): 154—161.
- [6] 徐有邻, 沈文都, 汪洪. 钢筋混凝土粘结锚固性能的试验研究[J]. 建筑结构学报, 1994, 15(5): 26—36.  
Xu Youlin, Shen Wendu, Wang Hong. An experimental

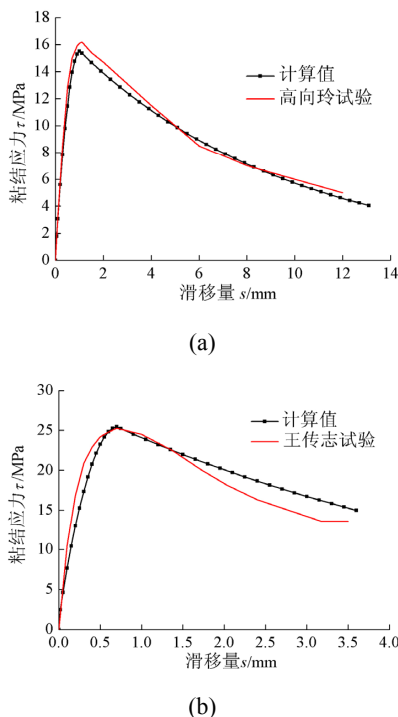


图 12 试验值与计算值的对比

Fig.12 Comparison for the bond-slip curves

- study of bond-anchorage properties of bars in concrete [J]. Journal of building structures, 1994, 15(5): 26—36. (in Chinese)
- [7] 高向玲. 高性能混凝土与钢筋粘结性能的试验研究及数值模拟[D]. 上海: 同济大学, 2003.  
Gao Xiangling. Test and simulation of bond performance between high-performance concrete and steel bars [D]. Shanghai: Tongji University, 2003. (in Chinese)
- [8] 宋力. 碳纤维布加固锈蚀钢筋混凝土梁的弯曲疲劳性能与寿命评估[D]. 上海: 同济大学, 2008.  
Song Li. Flexural fatigue behavior and fatigue life assessment for corroded RC beams strengthened with carbon fiber composite sheets [D]. Shanghai: Tongji University, 2008. (in Chinese)
- [9] 徐秉业, 王建学. 弹性力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.  
Xu Bingye, Wang Jianxue. Elasticity [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007. (in Chinese)
- [10] 徐有邻. 变形钢筋-混凝土粘结锚固性能的试验研究[D]. 北京: 清华大学, 1990.  
Xu Youlin. An experimental study of bond-anchorage properties of bars in concrete [D]. Beijing: Tsinghua University, 1990. (in Chinese)
- [11] 蒋大骅. 钢筋与混凝土的结合与滑移[J]. 同济大学学报, 1984(4): 8—17.  
Jiang Dahua. Bond and slip between steel and concrete [J]. Journal of Tongji University, 1984(4): 8—17. (in Chinese)
- [12] Gambarova P G, Rosati G. Bond and splitting in reinforced concrete: Test results on bar pull-out [J]. Materials and Structures, 1996, 29(189): 267—276.
- [13] 过镇海, 时旭东. 钢筋混凝土原理和分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.  
Guo Zhenhai, Shi Xudong. Reinforced concrete theory and analyse [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003. (in Chinese)
- [14] Bamonte P F, Gambarova P G. High-bond bars in NSC and HPC: study on size effect and on the local bond stress-slip law [J]. Journal of Structural Engineering, 2007, 133(2): 225—234.
- [15] Alsawat J M, Saatcioglu M. Reinforcement anchorage slip under monotonic loading [J]. Journal of Structural Engineering, 1992, 118(9): 2421—2438.
- [16] 过镇海. 混凝土的强度和变形: 试验基础和本构关系[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.  
Guo Zhenhai. Strength and deformation of concrete: experimental basis and constitutive relationship [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. (in Chinese)
- [17] Harajli M H. Development/splice strength of reinforcing bars embedded in plain and fiber reinforced concrete [J]. ACI Structural Journal, 1994, 91(5): 511—520.
- [18] GB1499.2-2007, 钢筋混凝土用钢第 2 部分: 热轧带肋钢筋[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007.  
GB1499.2-2007, Steel for the reinforcement of concrete Part 2: Hot rolled ribbed bars [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2007. (in Chinese)
- [19] 刘刚, 徐有邻. 混凝土结构用钢筋外形的研究[J]. 工业建筑, 2005, 35(8): 85—88.  
Liu Gang, Xu Youlin. Research on the shape of reinforcements for concrete structures [J]. Industrial Construction, 2005, 35(8): 85—88. (in Chinese)
- [20] 王传志, 滕智明. 钢筋混凝土结构理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985.  
Wang Chuanzhi, Teng Zhiming. Theory of reinforced concrete structures [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1985. (in Chinese)

勘误: 本刊 2010 年 27 卷第 10 期 253 页 15 行  $\theta_v - \theta_o < 0$ , 改为  $h/L \leq -2$ ; 253 页公式(13)中  $B_m = 0.80(h/L) + 1.1$ , 改为  $B_m = 1.80(h/L) + 1.1$ 。253 页 19 行  $\theta_v - \theta_o \geq 0$ , 改为  $h/L \geq 2$ 。

上述问题均因作者自校不慎所致, 谨向读者致歉。

作者: 肖玉凤