

文章编号: 1000-4750(2011)05-0021-05

非概率可靠性中一维优化算法的改进 及其在桥梁评估中应用

陈旭勇, *樊建平

(华中科技大学土木工程与力学学院, 武汉 430074)

摘 要: 为了减少非概率可靠性指标的计算量, 提出了改进的一维优化算法。将区间变量转换为标准化区间变量后, 得到了关于失效面的极限状态方程。在扩展空间中, 通过缩小区间变量的取值范围能方便地确定目标函数的单调性。进一步, 为了显示求解非概率可靠性指标的计算过程, 提出了非概率可靠性指标的改进一维优化算法的计算步骤。讨论了在役桥梁的非概率可靠性评估。最后, 通过实例分析, 论证了改进的一维优化算法的有效性和实用性, 适合在役桥梁非概率可靠性指标的求解。

关键词: 在役桥梁; 改进一维优化算法; 非概率可靠性指标; 区间变量; 单调性

中图分类号: U44; TV698.2⁺¹ **文献标识码:** A

AN IMPROVED ONE-DIMENSIONAL OPTIMIZATION ALGORITHM IN NON-PROBABILISTIC RELIABILITY INVESTIGATION AND ITS APPLICATION IN BRIDGE ASSESSMENT

CHEN Xu-yong, *FAN Jian-ping

(School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: An improved one-dimensional optimization algorithm was proposed in order to reduce the workload for calculating the non-probabilistic reliability index. After an interval variable is transformed into a normalized one, the limit state equation referred to as the failure surface is obtained. The monotonicity of the objective function has been simply determined by narrowing the scope of interval variables in normalized infinite space. Moreover, the calculation steps of the improved semi-analytic approach were presented to display the solving procedure of the non-probabilistic reliability index. Non-probabilistic reliability evaluation about bridge in service was discussed. The effectiveness and practicality of the improved one-dimensional optimization algorithm has been proved to be suitable for solving non-probabilistic reliability index of bridge in service.

Key words: bridge in service; improved one-dimensional optimization algorithm; non-probabilistic reliability index; interval variable; monotonicity

相关研究表明概率可靠性研究方法对模型参数(均值和方差)十分敏感, 参数的微小误差可能导致结构可靠性结果较大误差^[1-2]。当信息量不足时, Ben-Haim^[2]、Elishakoff^[3]和 Ben-Haim^[4]建议采用区

间变量取代概率变量。基于凸集理论, Ben-Haim^[2]首次提出非概率可靠性概念。认为, 若系统能容许不确定参量在一定范围内波动, 则系统是可靠的。在此基础上, Elishakoff^[3]给出了非概率可靠性指标

收稿日期: 2009-10-26; 修改日期: 2009-11-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(10972084); 中央高校基本科研业务费专项资金(2010MS012)

作者简介: 陈旭勇(1979-), 男, 湖北省武汉人, 博士生, 从事桥梁的评估与加固改造及大跨度桥梁的计算分析研究(E-mail: cxy1314kl@126.com);

*樊建平(1957-), 男, 湖北省武汉人, 教授, 博士, 博导, 从事固体力学与桥梁工程研究(E-mail: jpfan@mail.hust.edu.cn).

可行的度量方法。Ben-Haim^[4]在原研究基础上,提出以系统能容许的不确定性的最大程度来度量其可靠性,所定义的可靠性指标是系统对不确定性的鲁棒性度量。

非概率可靠性方法及优化设计是近年来该领域热门研究方向,文献[5]将结构不确定参数描述为区间变量,提出了一种新的非概率可靠性度量体系及分析方法,从物理、几何意义等方面解释了其理论的合理性。文献[6]建立了基于多椭圆区间模型的非概率可靠性指标,并研究了非概率可靠性的拓扑优化方法。文献[7]提出了利用非线性区间变量设计解决非线性优化设计问题,将不确定目标函数转化为两个确定的目标函数,并通过线性组合方法将其转化为单目标问题。文献[8]讨论了基于凸集模型和区间满意度的不确定约束的结构优化问题,利用IP-GA进行优化求解。文献[9]将非概率可靠性方法与概率可靠性方法进行对比,进一步阐明了非概率可靠性方法与概率可靠性方法的异同。文献[10]探讨了基于概率与非概率相结合的可靠性设计方法,并建立了单循环计算模型。在非概率可靠性算法方面,江涛等证明了非概率可靠性指标只可能存在于标准化区间变量张成的对称凸域及其扩展空间中通过原点和凸域顶点的有限条射线与失效面的交点处,在此基础上提出了求解非概率可靠性指标的一维优化方法^[11]。该方法将求解非概率可靠性指标转化为有限个一元代数方程的求根问题。

现有的桥梁可靠性评估都是基于概率可靠性进行的,没有利用凸集模型进行非概率可靠性评估的相关研究。考虑到非概率可靠性评估中一维优化算法计算工作量太大^[12],本文通过相关理论证明,对该算法提出改进。缩小了变量的取值范围,使得变量的单调性易确定。在此基础上,给出了非概率可靠性指标改进一维优化算法的计算步骤。对在役桥梁进行非概率可靠性评估,实例证明了该算法的有效性和实用性。

1 改进的一维优化算法

在现有的一维优化算法中,当区间向量维数为 n 时,求解一元目标函数方程的个数为 2^{n-1} ^[12],计算工作量相对于区间向量的维数 n 呈几何级数增长。本节在文献[11]研究工作基础上,通过相关证明,提出改进算法。改进一维优化算法与一维优化算法一样,主要针对文献[5]提出的非概率模型中可

靠性指标进行求解。

1.1 改进的一维优化算法相关证明

1) 非概率可靠性指标满足:

$$\begin{cases} M = G(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) = 0 \\ \eta = |\delta_1| = |\delta_2|, \dots, = |\delta_n| \end{cases}$$

若 $\frac{\partial M}{\partial \delta_i} > 0$ $\frac{\partial M}{\partial \delta_i} > 0$, $\frac{\partial M}{\partial \delta_j} > 0$ 时, 必有 $\delta_i = \delta_j$ 。

证明: 假设 $\frac{\partial M}{\partial \delta_i} > 0$, $\frac{\partial M}{\partial \delta_j} > 0$, 若 $\delta_i = -\delta_j$,

因 $\frac{\partial M}{\partial \delta_i} > 0$, 则有 $\frac{\partial M}{\partial \delta_i} = -\frac{\partial M}{\partial \delta_j} > 0$, 即 $\frac{\partial M}{\partial \delta_j} < 0$, 这与假设不符, 故满足以上条件时, 必有 $\delta_i = \delta_j$ 。

同理可得, 当 $\frac{\partial M}{\partial \delta_i} < 0$, $\frac{\partial M}{\partial \delta_j} < 0$ 时, 有 $\delta_i = \delta_j$;

当 $\frac{\partial M}{\partial \delta_i} > 0$, $\frac{\partial M}{\partial \delta_j} < 0$ 或 $\frac{\partial M}{\partial \delta_i} < 0$, $\frac{\partial M}{\partial \delta_j} > 0$ 时, 有 $\delta_i = -\delta_j$ 。

原一维优化算法需解 2^{n-1} 个方程, 通过此证明, 由变量的单调性来确定变量的取值, 从而减少方程组的个数。

同时, 由于 $\delta_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的取值为扩展后的无穷空间, 在此空间内不易判断函数的单调性, 故需进一步缩小变量的取值范围。

2) 缩小 $\delta_i (i=1, 2, \dots, n)$ 取值范围的相关证明。

证明:

① 一般情况下, 失效面应与 i 维坐标轴相交各参数的取值: $x_i = x_i^c + x_i^r \delta_i$, $i=1, 2, \dots, n$, 当 $\delta_i \neq 0$, 而 $\delta_j = 0 (j=1, 2, \dots, n, j \neq i)$, 对应于在 x 空间中, x_i 取任意值, x_j 取中值, 即 $x_j = x_j^c$ 。

若失效面不与 i 轴相交, 则表示 $M = G(\delta) = G(0, \dots, \delta_i, \dots, 0) \neq 0$, 即 $M = G(x) = G(x_1^c, \dots, x_i, \dots, x_n^c) \neq 0$

则必有 $M > 0$ 或 $M < 0$ 。

即其它值取中值, x_i 取任何值时, 结构恒失效或可靠。在实际工程中, 使结构恒失效的参数是不存在的, 使结构恒可靠的参数为不灵敏参数, 在结构可靠性分析时应首先剔除。故一般情况下, 失效面应与 i 维坐标轴相交。

② $\delta_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的取值范围小于第 i 维坐标轴与标准失效面交点的最小绝对。

令标准化极限状态方程:

$$M = G(\delta) = G(0, \dots, \delta_i, \dots, 0) = 0 \quad (1)$$

解上述方程得到 δ_i ，即第 i 维坐标轴与标准失效面的交点。由于上述方程一般为非线性，解得 δ 值的个数 $m > 1$ ，令 $\lambda = \min(|\delta_i|) (i=1, 2, \dots, m)$ ，而非概率可靠性指标的定义为坐标原点到失效面的最短距离，该值小于或等于失效面上任意一点的最大向量绝对值，且文献[12]证明了非概率可靠性指标为原点和顶点 $P_j^i (j=1, 2, \dots, 2^n)$ 的超射线与标准化失效面的某一交点处。则必满足下面关系：

$$\eta = |\delta_1| = |\delta_2|, \dots, = |\delta_n| \leq \lambda = \min(|\delta_i|) \quad (2)$$

式(2)进一步缩小了求解 η 的取值范围。如图 1 所示，在二维标准化区间变量的扩展空间中，函数的单调性不易判断，但通过本文的优化后可进一步缩小 δ 的取值。图 1 中所示虚线范围内，单调性易确定。

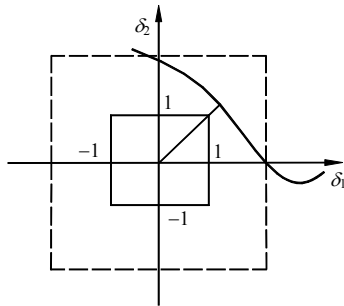


图 1 非线性极限状态方程

Fig.1 Schematic diagram for nonlinear limit state equation

③ 关于 λ 取值进一步探讨。

由于 $\lambda = \min(|\delta_i|) (i=1, 2, \dots, m)$ ，故需解 m 个方程，找到最小 $|\delta_i|$ ，实际工程中不太方便。同时，实际工程中不需精确确定 λ 值，只需初步确定 λ 的取值范围，在此范围内各变量的单调性可判断即可。以下探讨快捷的求解方法。除 δ_i 外，其它变量为 0，则失效面方程简化为： $A_i + x_i^c \delta_i = 0$ 。而当 i 取不同值时， A_i 的值变化不大，一般在一个数量级范围内，故 $|\delta_i|$ 的取值主要决定于 $|x_i^c|$ ，因此，通过确定最大 $|x_i^c|$ ，可初步获得 λ 。

1.2 改进的一维优化算法步骤

在上节理论证明的基础上，给出改进一维优化算法计算步骤：

1) 将由结构失效准则确定的功能函数进行标准化，映射为 C_δ 与 C_δ^∞ 空间中的标准化失效面。

2) 通过判定最大 $|x_i^c|$ 值，初步确定 λ 值，并判断各函数的单调性。若当大多数变量的单调性不易确定时，令 $M = G(\delta) = G(0, \dots, \delta_i, \dots, 0) = 0$ ，解方程得 δ_i ，从而确定 $|\delta_i|$ 的取值范围： $\eta = |\delta_1| = |\delta_2|,$

$\dots, = |\delta_n| < \lambda = \min |\delta_i|$ 。

3) 对 $x_i \in X_i' \in IR$ ，若有 $\frac{\partial M}{\partial x_i} > 0$ ，则令标准化形式极限状态函数中的 $\delta_i = -\delta$ ，同时，若有 $\frac{\partial M}{\partial x_i} < 0$ ，令 $\delta_i = \delta$ 。其中各变量的取值范围由 2) 步确定。对个别不易确定增减性的变量，令 $|\delta_i| = \pm \delta$ 。

4) 将 3) 中确定的变量分别代入标准化后的极限状态方程中，得到多个关于 δ 的一元方程并求解。

5) 舍去复数解，对实数解取绝对值，其中最小值就是该结构或系统的非概率可靠性指标。

2 在役桥梁非概率可靠性评估

2.1 在役桥梁的检测

在役桥梁的检测主要是获取桥梁结构主要参数的变化区间，检测的主要内容为：结构的外形外观检查与测量、主要构件的详细量测、混凝土所用材料的力学性能检测及载重车辆的轴距、轴载等参数。

2.2 在役桥梁的非概率可靠性评估

首先建立基于非概率可靠性评估的在役桥梁的极限状态方程：

$$M = R - S = 0$$

式中： R 表示结构的抗力； S 表示作用效应，其中 R 、 S 中各个需测量的变量参数由极限状态方程确定。

在役桥梁非概率可靠性评估的计算步骤：

1) 对测量数据进行整理，剔除异常数据，对各参数进行区间变量处理。

2) 建立基于各变量参数的极限状态方程。

3) 将极限状态方程中各参数区间标准化，并代入极限状态方程中。

4) 按本文介绍的改进一维优化算法进行非概率可靠性指标的计算。

5) 对桥梁进行非概率可靠性评估。

3 算例分析

某既有桥梁为跨径组合 4m×6m 实心板桥，桥面宽 10m，每跨由 10 块宽 0.99m 实心板组成。桥台形式为重力式桥台，原桥设计荷载不明。由于钢筋抗拉强度和受拉钢筋的面积不易测量，而两参数的变异性较小，故参照规范^[13]选取，其它各参数根据现场测量，取值见表 1。由于该桥下部结构较好，要求对上部结构进行非概率可靠性评估。

表 1 各变量参数的取值
Table 1 the values of variable parameters

参数	中值	离差	变异系数 f
钢筋抗拉强度 f_{sd}/kPa	388280	26600	0.0685
受拉钢筋面积 A_s/m^2	0.002815	0.00099	0.035
实心板厚度 h/m	0.32	0.0192	0.06
钢筋保护层厚度 a_s/m	0.05	0.003	0.06
混凝土轴心抗压强度值 f_{cd}/kPa	31200	4680	0.15
实心板截面宽度 b/m	0.99	0.0495	0.05
实心板容重 $\rho_1/(\text{kN}/\text{m}^3)$	25	2	0.08
实心板计算跨径 l/m	5.6	0.28	0.05
桥面铺装厚度 h'/m	0.1	0.01	0.1
桥面铺装容重 ρ_2/m	26	2.08	0.08
汽车作用荷载 F/kN	300	30	0.1
荷载横向分布系数 α	0.26	0.026	0.1

取该桥中一块质量最差的实心板进行非概率可靠性评估，其计算简图如图 2 所示。

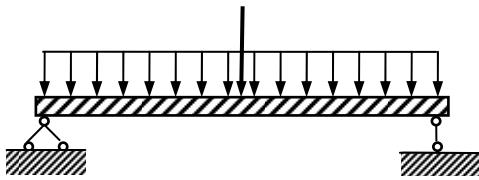


图 2 实心板计算简图

Fig.2 Schematic diagram of the simple supported solid plate

建立实心板的极限状态方程：

$$M = M_u - M_s = f_{sd} A_s \left(h - a_s - \frac{f_{sd} A_s}{2 f_{cd} b} \right) -$$

$$bh\rho_1 l^2 / 8 - bh'\rho_2 l^2 / 8 - F\alpha l / 4 = 0$$

将区间变量标准化后，可建立如下功能方程：

$$M = M_u - M_s = (388280 + 26600\delta_{f_{sd}})(0.002815 + 0.00099\delta_{A_s}) \left((0.32 + 0.0192\delta_h) - (0.05 + 0.003\delta_{a_s}) - \frac{(388280 + 26600\delta_{f_{sd}})(0.002815 + 0.00099\delta_{A_s})}{2(31200 + 4680\delta_{f_{cd}})(0.99 + 0.0495\delta_b)} \right) - (0.99 + 0.0495\delta_b)(0.32 + 0.0192\delta_h)(25 + 2\delta_{\rho_1}) \cdot (5.6 + 0.28\delta_l)^2 / 8 - (0.99 + 0.0495\delta_b)(0.1 + 0.01\delta_{h'}) \cdot (26 + 2.08\delta_{\rho_2})(5.6 + 0.28\delta_l)^2 / 8 - (300 + 30\delta_F) \cdot (0.26 + 0.026\delta_\alpha)(5.6 + 0.28\delta_l) / 4 = 0$$

3.1 非概率可靠性指标求解

根据 1.1 节中③判断 $\delta_{f_{sd}}$ 的系数最大，故令其它变量取 0，解得 $\delta_{f_{sd}} = 6.89$ ，则令 $\lambda = 6.89$ ，则在区间 $[-6.89, 6.89]$ 内，求得各变量的偏导关系为：

$$\frac{\partial M}{\partial \delta_{f_{sd}}} > 0, \frac{\partial M}{\partial \delta_{A_s}} > 0, \frac{\partial M}{\partial \delta_h} > 0, \frac{\partial M}{\partial \delta_{a_s}} < 0, \frac{\partial M}{\partial \delta_{f_{cd}}} > 0,$$

$$\frac{\partial M}{\partial \delta_b} < 0, \frac{\partial M}{\partial \delta_{\rho_1}} < 0, \frac{\partial M}{\partial \delta_l} < 0, \frac{\partial M}{\partial \delta_{h'}} < 0, \frac{\partial M}{\partial \delta_{\rho_2}} < 0,$$

$$\frac{\partial M}{\partial \delta_F} < 0, \frac{\partial M}{\partial \delta_\alpha} < 0。$$

按 1.2 节的计算步骤，解得非概率可靠性指标为 $\eta = 1.415$ 。说明该桥上部结构可靠。而目前该桥未见明显病害，说明对该桥进行的非概率可靠性评估是合理的、有效的。

3.2 参数的灵敏性分析

实践工程中，参数变量越多，测量工作量越大，且计算非概率可靠性指标的过程越复杂。因此，实践工程中应尽量减少变量的个数。为进一步探讨各参数对在役桥梁承载能力极限状态非概率可靠性指标的影响规律，结合本工程实例，探讨表 1 中 12 个参数对非概率可靠性指标的影响。在分析参数的灵敏性时，假设一参数的变异系数由 0 变化到表 1 中的变异系数值，其它参数取值不变，分别求得相应的非概率可靠性指标，见图 3。

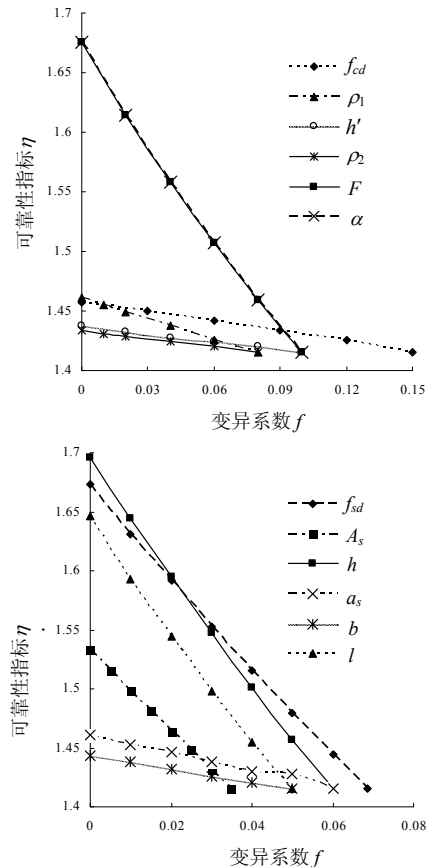


图 3 各变量变异系数变化与非概率可靠性指标的关系
Fig.3 The influence of the variation coefficient on the non-probabilistic reliability index

从图 3 可得到如下结论：

① 随着各参数变异系数的增大, 非概率可靠性指标是减小的。

② 参数 f_{cd} 、 ρ_1 、 h' 、 ρ_2 、 a_s 、 b 的变异系数变化对非概率可靠性指标 η 的影响较小, 影响值最大仅为 3.25%。

③ 参数 f_{sd} 、 h 、 l 、 F 、 α 的变异系数变化对非概率可靠性指标 η 的影响较大, 影响值最大达到了 20%。

④ 参数 A_s 的变异系数变化对非概率可靠性指标 η 的影响趋于中等, 影响值为 8.34%。

3.3 简单评估

由 3.1 节分析知, 该桥实心板的非概率可靠指标 $\eta=1.415$, 而由 3.2 知 f_{cd} 、 ρ_1 、 h' 、 ρ_2 、 a_s 、 b 对非概率可靠性指标 η 的影响较小, A_s 的影响一般。因此, 可以考虑上述区间变量取常数值, 而剩余变量继续按区间变量考虑, 进行非概率可靠性指标计算。

当 f_{cd} 、 ρ_1 、 h' 、 ρ_2 、 a_s 、 b 取最小值时(变量上界), 非概率可靠性指标为 1.485, 取中值时, 非概率可靠性指标为 1.639; 当 f_{cd} 、 ρ_1 、 h' 、 ρ_2 、 a_s 、 b 和 A_s 取最小值时, 非概率可靠性指标为 1.534, 取中值时, 非概率可靠性指标为 1.8。

从计算可知, 当 6 个变量取最小值时, 非概率可靠指标与实际仅相差 0.07, 相差比例不到 5%, 取中值时, 非概率可靠指标值相差 0.224, 相差比例为 15.83%; 当 7 个变量取最小值时, 非概率可靠指标与实际仅相差 0.119, 相差比例为 8.4%, 取中值时, 相差 0.385, 相差比例为 27.2%。因此, 为尽量减少计算量, 快速评估可靠性, 可考虑将影响不大的 6 个或 7 个变量取最小值参与非概率可靠性指标的计算。

3.4 小结

本实例若按一维优化算法求解, 则需解 2^{11} 个, 即 2048 个一元 6 次方程, 对工程应用而言, 计算量非常大。而采用改进的一维优化算法求解, 仅需求解 1 个一元 6 次方程, 可见改进后的一维优化算法在实际工程运用中的有效性。通过改进的维优化算法很容易的找到了影响在役桥梁非概率可靠性指标的几个主要参数, 为在役桥梁的简化评估提供了理论依据, 而采用一维优化算法进行计算, 会需要大量的时间进行处理。

4 结论

针对一维优化算法中计算量相对于区间向量

的维数 n 呈几何级数增长的不足, 本文将通过相关研究, 提出了改进的一维优化算法。改进后的一维优化算法有效地减少了方程的求解个数, 极大地提高了计算非概率可靠性指标的效率。基于改进一维优化算法能方便的计算出非概率可靠性指标, 提出了在役桥梁的非概率可靠性评估思路。以一实桥为工程背景, 进行非概率可靠性评估, 利用改进的一维优化算法能很好地处理多变量非概率可靠性指标的求解问题, 同时, 很方便的进行优化分析。本文验证了改进的一维优化算法的实用性和有效性, 同时验证了桥梁非概率可靠性评估的合理性。

参考文献:

- [1] Ellishakoff I. Essay on uncertainties in elastic and viscoelastic structures: from AM Freudenthal's criticisms to modern convex modeling [J]. Computers & Structures, 1995, 56(6): 871—895.
- [2] Ben-Haim Y. A non-probabilistic concept of reliability [J]. Structural Safety, 1944, 14(4): 227—245.
- [3] Elishakoff I. Discussion on a non-probabilistic concept of reliability [J]. Structural Safety, 1995, 17(3): 195—199.
- [4] Ben-Haim Y. A non-probabilistic measure of reliability of linear systems based on expansion of convex models [J]. Structural Safety, 1995, 17(2): 91—109.
- [5] 郭书祥, 吕震宇, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. 计算力学学报, 2001, 18(1): 56—62. Guo Shuxiang, Lu Zhenyu, Feng Yuansheng. A non-probabilistic model of structural reliability based on interval analysis [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001, 18(1): 56—62. (in Chinese)
- [6] Luo Y J, Kang Z, Luo Z, Li Alex. Continuum topology optimization with non-probabilistic reliability constraints based on multi-ellipsoid convex model [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009, 37: 297—310.
- [7] Jiang C, Han X, Liu G R. A nonlinear interval number programming method for uncertain optimization problems [J]. European Journal of Operational Research, 2008, 188(1): 1—13.
- [8] Jiang C, Han X, Liu G R. Optimization of structures with uncertain constraints based on convex model and satisfaction degree of interval [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196: 4791—4800.
- [9] 郭书祥, 吕震宙. 结构的非概率可靠性方法和概率可靠性方法的比较[J]. 应用力学学报, 2003, 20(3): 107—110. Guo Shuxiang, Lu Zhenzhou. Comparison between the non-probabilistic and probabilistic reliability methods for uncertain structure design [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(3): 107—110. (in Chinese)

(参考文献[10]—[13]转第 30 页)

- 1999.
- [8] 陶纪南, 张克利, 郑晋峰. 岩石破裂过程声发射特征参数的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(增刊): 452—455.
Tao Ji'nan, Zhang Keli, Zheng Jinfeng. Research of parameter of Acoustic Emission under rock failure [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1996, 15(Supplement): 452—455. (in Chinese)
- [9] 秦跃平, 孙文标, 王磊. 岩石损伤力学模型分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 702—705.
Qin Yueping, Sun Wenbiao, Wang Lei. Analysis on damage mechanics model of rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(5): 702—705. (in Chinese)
- [10] Itasca Consulting Group Inc. PFC2D (particle flow code in 2 dimensions) theory and background [R]. Minnesota, USA: Itasca Consulting Group Inc, 2002.
- [11] Hoek E. Brittle failure of rocks in rock mechanics in engineering practice [C]// Stagg K G, Zienkiewicz O C eds. Rock mechanics in engineering practice, New York: Wiley, 1968: 99—124.
- [12] Bieniawski Z T. Mechanism of brittle fracture of rock, parts I, II and III [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1967, 4(4): 395—430.

(上接第 25 页)

- [10] Du Xiaoping, Sudjianto Agus, Huang Beiqing. Reliability-based design with the mixture of random and interval variables [J]. Journal of Mechanical Design, 2005, 127: 1068—1076.
- [11] 郭书祥, 张陵, 李颖. 结构非概率可靠性指标的求解方法[J]. 计算力学学报, 2005, 22(2): 227—231.
Guo Shuxiang, Zhang Ling, Li Ying. Procedures for Computing the non-probabilistic reliability index of uncertain Structures [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2005, 22(2): 227—231. (in Chinese)
- [12] Jiang Tao, Chen Jianjun, Xu Yalan. A semi-analytic method for calculating non-probabilistic reliability index based on interval models [J]. Applied Mathematical Modeling, 2007, 31(7): 1362—1370.
- [13] 中华人民共和国交通部. GB/T 50283-1999 公路工程结构可靠度设计统一标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 1999.
Ministry of Transport of the People's Republic of China. GB50283-1999 Unified standard for reliability design of highway engineering structures [S]. Beijing: China Planning Press, 1999. (in Chinese)