

文章编号: 1000-4750(2012)11-0123-06

# 自适应重要抽样方法的改进算法

陈向前, 董 聪, 闫 阳

(清华大学土木工程学系, 北京 100084)

**摘 要:** 失效概率的计算是结构可靠度分析的核心问题之一, 发展精确高效的失效概率估计方法渐成国际学术与工程界关注的焦点。该文提出了一种基于样本概率密度加权的采样中心确定方法, 该方法兼顾了以下 2 个目标: 1) 增加有效抽样中对失效概率贡献大的样本出现的概率; 2) 提高有效抽样比例。通过将该方法与基于主动引导技术的自适应抽样方法相集成, 得到了一种改进的自适应重要抽样方法。理论分析与数值算例表明: 该文提出的自适应重要抽样算法具有精度高、计算量小的优点。

**关键词:** 结构可靠度; 自适应; 重要抽样; 最优抽样中心; 主动引导

**中图分类号:** TB114.3 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.04.0220

## IMPROVED ADAPTIVE IMPORTANCE SAMPLING ALGORITHM

CHEN Xiang-qian, DONG Cong, YAN Yang

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** Structural reliability analysis requires an accurate and efficient evaluation for failure probability. A new scheme is proposed to identify the optimal importance sampling center, based on weighing samples by their probability density functions (PDF). By incorporating the scheme into the adaptive importance sampling method ISAG (adaptive Importance Sampling based on Active Guiding technology), an improved adaptive importance sampling method is proposed. The accuracy and efficiency of the proposed method is demonstrated and verified by two numerical experiments.

**Key words:** structural reliability; adaptive; importance sampling; optimal sampling center; active guiding

失效概率可采用式(1)进行计算:

$$P_f = \int_{\Omega_f} f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$  是服从概率密度函数  $f_X(\mathbf{x})$  (简称为  $f(\mathbf{x})$ ) 的  $n$  维基本随机变量;  $\Omega_f$  表示失效域。

式(1)通常不存在显示表达, 采用随机模拟的方式进行计算渐成热点<sup>[1-8]</sup>。

为满足估计精度要求, 直接蒙特卡罗模拟 (Direct Monte Carlo Simulation, DMCS) 需要的样本太大, 各种方差缩减技术得到广泛的应用<sup>[9]</sup>。其中, 重要抽样方法是一种比较有效的方法<sup>[1-5]</sup>。

重要抽样方法的模拟精度依赖于抽样中心的

合理选择<sup>[1]</sup>。本文提出了一种选取抽样中心的方法, 为改进重要抽样方法的模拟精度与效率提供了一条新的途径。通过将这种抽样中心方法与基于主动引导技术的自适应抽样方法集成, 得到了一种新的自适应重要抽样算法。

## 1 抽样中心对计算误差的影响

### 1.1 重要抽样法

重要抽样的基本思想是通过修改抽样过程, 用重要抽样密度函数代替原来的抽样密度函数, 使对  $P_f$  贡献大的抽样出现的概率增大, 从而提高抽样效率<sup>[1]</sup>。

收稿日期: 2011-04-18; 修改日期: 2011-10-11

基金项目: 国家“十一五”科技支撑项目(2006BAJ01B01-2)

通讯作者: 陈向前(1985-), 男, 江苏南通人, 博士生, 主要从事结构系统可靠性研究(E-mail: cxq04@mails.tsinghua.edu.cn).

作者简介: 董 聪(1964-), 男, 陕西西安人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构系统可靠性、结构优化、结构健康诊断研究(E-mail: dongcong@tsinghua.edu.cn);

闫 阳(1985-), 男, 四川遂宁人, 硕士生, 主要从事结构系统可靠性研究(E-mail: oiameice@gmail.com).

重要抽样方法可表示为:

$$P_f = \int_{\mathbb{R}^n} \mathbb{I}_{\Omega_f}(\mathbf{x}) \frac{f(\mathbf{x})}{h(\mathbf{x})} h(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = E_h[\mathbb{I}_{\Omega_f}(\mathbf{x})R(\mathbf{x})] \quad (2)$$

其中:  $\mathbb{I}_{\Omega_f}(\cdot)$  为示性函数,  $\mathbf{x} \in \Omega_f$  时  $\mathbb{I}_{\Omega_f}(\mathbf{x})=1$ , 否则取 0;  $h(\mathbf{x})$  为重要抽样密度;  $E_h[\cdot]$  为期望函数;  $R(\mathbf{x})$  为重要抽样权函数。

$$R(\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x})}{h(\mathbf{x})} \quad (3)$$

采用  $h(\mathbf{x})$  抽取样本, 得到  $P_f$  的无偏估计:

$$P_f \approx \hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbb{I}_{\Omega_f}(\mathbf{x}_j) \frac{f(\mathbf{x}_j)}{h(\mathbf{x}_j)} \quad (4)$$

### 1.2 最优抽样中心的推导

记失效概率  $P_f$  的变异系数 (coefficient of variation, c.o.v.) 为  $\delta_{IS}$ , 则:

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \delta_{IS} \sqrt{N} = \Delta_{IS} \quad (5)$$

式中,  $\Delta_{IS}$  称为单位变异, 与样本量  $N$  无关, 可表示为:

$$\Delta_{IS}^2 = \frac{\text{Var}_h[\mathbb{I}_{\Omega_f}(\mathbf{x})R(\mathbf{x})]}{P_f^2} \quad (6)$$

当  $\Delta_{IS}$  取最小值时, 可获得最优采样中心。

$$\text{Var}_h[\mathbb{I}_{\Omega_f}(\mathbf{x})R(\mathbf{x})] = E_h[\mathbb{I}_{\Omega_f}(\mathbf{x})R(\mathbf{x})^2] - P_f^2 \quad (7)$$

令

$$s(\mathbf{x}_0) = E_h[\mathbb{I}_{\Omega_f}(\mathbf{x})R(\mathbf{x})^2]; \quad s(\mathbf{x}_0) = \int_{\Omega_f} \frac{f(\mathbf{x})^2}{h(\mathbf{x})} d\mathbf{x} \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{x}_0$  是重要抽样密度函数  $h(\mathbf{x})$  的抽样中心。

考虑下述情况(简记为 C1): 维数  $n=1$ , 功能函数  $g(x) = -x + \beta$ ,  $\Omega_f = \{x|g(x) < 0\}$ , 基本随机变量  $X$  服从标准正态分布, 重要抽样密度函数是中心为  $\mathbf{x}_0$ 、方差为 1 的正态概率密度:

$$s(x_0) = \int_{\beta}^{+\infty} \frac{f(x)^2}{h(x)} dx = \int_{\beta}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2} - x_0x + \frac{x_0^2}{2}\right) dx \quad (9)$$

令

$$\frac{ds(x_0)}{dx_0} = 0 \quad (10)$$

则

$$2x_0\Phi(-\beta - x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\beta + x_0)^2}{2}\right] \quad (11)$$

其中,  $\Phi(\cdot)$  为标准正态累积分布函数。由正态概率密度函数  $f(x)$ , 式(11)可化简为:

$$\frac{f(\beta + x_0)}{2\Phi(-\beta - x_0)} = x_0 \quad (12)$$

式(12)可采用求交点的方法确定其解:

$$\begin{cases} y = \frac{f(\beta + t)}{\Phi(-\beta - t)} \\ y = 2t \end{cases} \quad (13)$$

图 1 显示了对应不同  $\beta$  值的最优抽样中心。

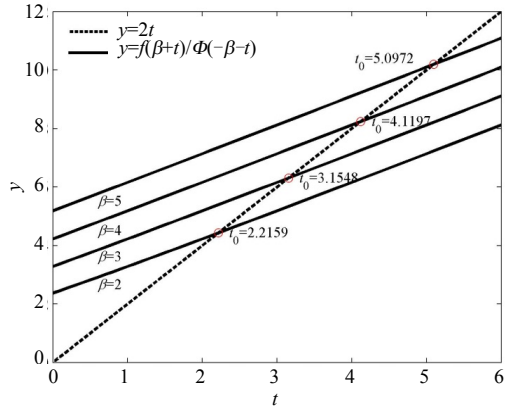


图 1 式(12)求解示意图

Fig.1 A schema for solving equation (12)

### 1.3 不同抽样中心选取方法的比较

#### 1.3.1 抽样中心选取方法

对于一维问题, 可以采取数值方法得到最优采样中心。但在可靠度分析中, 往往因为功能函数不能显示表达或过于复杂, 无法预先获得最优采样中心, 需要预先选定或采用预抽样的方式迭代获取优化采样中心。分别记五种采样中心确定方法为 M1~M5, 说明如下。

M1: 将重要抽样中心选为设计点  $\mathbf{x}_0^{(1)}$ , 设计点是在标准正态空间下失效面上离原点最近的点。该方法需预先获取设计点, 设计点可采用 H-L 算法、R-F 算法<sup>[1-2]</sup>或优化方法<sup>[10-11]</sup>获得。

M2: Bucher 建议采样中心应为失效域均值点  $\mathbf{x}_0^{(2)} = E_f(\mathbf{X}|\mathbf{X} \in \Omega_f)$ , 采用迭代方式获取<sup>[4]</sup>。

M1 以增加有效抽样中对  $P_f$  值贡献大的样本出现概率为目标来确定抽样中心, 而 M2 以增加有效抽样比例为目标来确定抽样中心。

M3: 董聪认为, 最优采样中心应该在两者之间, 并推荐了一种复合寻找采样中心的方法<sup>[1]</sup>:

$$\mathbf{x}_0^{(3)} = \frac{\mathbf{x}_0^{(1)} f(\mathbf{x}_0^{(1)}) + \mathbf{x}_0^{(2)} f(\mathbf{x}_0^{(2)})}{f(\mathbf{x}_0^{(1)}) + f(\mathbf{x}_0^{(2)})} \quad (14)$$

其中,  $f(\mathbf{x})$  为原概率密度函数。

M4: M3 方法的提出为获取优化抽样中心提供了一种可行的思路, 但它与 M1 方法一样需要预先

获取设计点。最优抽样中心的选择应该兼顾有效样本数量与对  $P_f$  值贡献大的样本数量, 因此用原概率密度函数  $f(\mathbf{x})$  对落入失效域的样本加权求均值作为抽样中心是合理的:

$$\mathbf{x}_0^{(4)} = \frac{E_h[\mathbf{X} f(\mathbf{X}) | \mathbf{X} \in \Omega_f]}{E_h[f(\mathbf{X}) | \mathbf{X} \in \Omega_f]} \quad (15)$$

式中,  $h$  代表预抽样所采用的概率密度函数。M4 更适合采用迭代方法优化选择抽样中心。

M5: 采样中心为使单位变异系数  $\Delta_{IS}$  取最小值的理论最优采样中心  $\mathbf{x}_0^{(5)}$ 。

### 1.3.2 抽样中心比较

考虑 1.2 节中 C1 情况, 对 M4 作如下说明:

预抽样概率密度函数  $h(x)$  选择为中心在  $a$ 、方差为 1 的正态分布, 参数  $a$  满足  $a = \beta - r$ ,  $r = \Phi^{-1}(1 - p_0)$ ,  $\Phi^{-1}(\cdot)$  表示标准正态累积分布函数的逆函数。取分布函数  $h(x)$  时, 落入 C1 条件下失效域  $\Omega_f$  的概率为  $p_0$ 。在下一节中用迭代方式选取抽样中心、逐步逼近失效域, 要求落入失效域样本占总样本量的 10% 以上,  $p_0 = 0.1$  对应于  $r = 1.2816$ 。M1~M5 的采样中心如表 1 所示。

表 1 不同抽样方法的采样中心表达  
Table 1 Expressions of sampling center

方法	$x_0$
M1	$x_0^{(1)} = \beta$
M2	$x_0^{(2)} = \frac{f(\beta)}{\Phi(-\beta)}$
M3	$x_0^{(3)} = \frac{x_0^{(1)} f(x_0^{(1)}) + x_0^{(2)} f(x_0^{(2)})}{f(x_0^{(1)}) + f(x_0^{(2)})}$
M4	$x_0^{(4)} = \frac{\beta - r}{2} + \frac{f((\beta + r)/\sqrt{2})}{\sqrt{2}\Phi(-(\beta + r)/\sqrt{2})}$
M5	$x_0^{(5)} \in \left\{ x_0 \mid \frac{f(\beta + x_0)}{2\Phi(-\beta - x_0)} = x_0 \right\}$

图 2 显示了采用不同方法对应的采样中心与  $\beta$  的关系。可以看出 M3、M4 选取的采样中心相比 M1、M2 更接近最优采样中心, 而 M4 不需要设计点的信息, 因此更适合于下节中介绍的自适应重要抽样方法。

### 1.3.3 单位变异系数比较

由式(6)、式(7)和式(9)得:

$$\Delta_{IS}^2 = \frac{s(x_0)}{P_f^2} - 1 = \frac{\Phi(-\beta - x_0) \exp(x_0^2)}{P_f^2} - 1 \quad (16)$$

M1~M5 单位变异系数比较见图 3。

更小的单位变异系数意味着达到相同的估计精度所需要的样本量更少。图 3 表明, M3、M4 的

单位变异系数优于 M1、M2, 并且很接近 M5; 由于 M4 不需要设计点信息, 因此 M4 使用起来比 M3 方便。

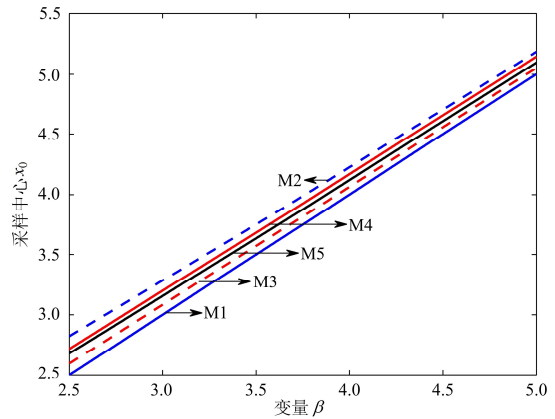


图 2 不同算法的采样中心对比

Fig.2 Comparison of sampling center with different methods

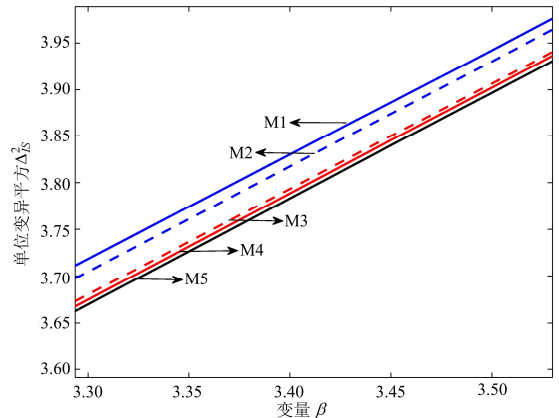


图 3 不同算法的单位变异系数比较

Fig.3 Comparison of unit c.o.v. with different methods

## 2 改进的自适应重要抽样算法

### 2.1 算法简介

为解决结构可靠度分析问题中普遍存在的小失效概率估计问题, 本文提出了一种基于主动引导技术的自适应重要抽样方法(adaptive Importance Sampling based on Active Guiding technology, ISAG), 利用主动引导程序快速逼近失效域, 通过自适应选择抽样中心优化重要抽样密度函数, 从而提高计算精度、压缩样本容量。

ISAG 包含了 2 个主要步骤: 1) 利用正则化临界功能函数(Normalized Critical Performance Function, NCPF)解决多功能函数复合问题; 2) 利用主动引导技术快速逼近失效域。

#### 2.1.1 正则化临界功能函数

结构系统失效事件往往可由元部件失效事件

的交并集表示, 例如, 图 4 所示的系统失效事件可表示为:

$$F = \bigcap_{j=1}^L \bigcup_{k=1}^{L_j} \{g_{jk}(\mathbf{X}) < 0\} \quad (17)$$

式中,  $g_{jk}(\mathbf{X}) < 0$  表示第  $(j, k)$  个元件失效。

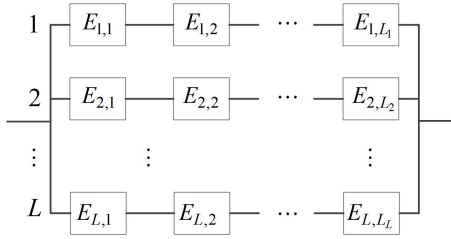


图 4 串并联系统示例

Fig.4 Demonstration of a system model

假设第  $s$  步预抽样抽取的  $N_1$  个样本为

$\mathbf{x}_1^{(s)}, \mathbf{x}_2^{(s)}, \dots, \mathbf{x}_{N_1}^{(s)}$ , 令:

$$\lambda_{j,k}^{(s)} = \max_{t=1,2,\dots,N_1} \{g_{jk}(\mathbf{x}_t^{(s)})\} \quad (18)$$

将集合交运算替代为  $\max$  算子, 集合并运算替代为  $\min$  算子, 则第  $s$  步的 NCPF 为:

$$\bar{V}^{(s)}(\mathbf{x}) = \min_{j=1,\dots,L} \max_{k=1,\dots,L_j} g_{jk}(\mathbf{x}) / \lambda_{j,k}^{(s)} \quad (19)$$

利用 NCPF 可解决多功能函数复合问题, 实现样本点向失效域的同步逼近。

### 2.1.2 主动引导技术

重要性抽样密度函数取正态概率密度函数, 第  $k+1$  步 ( $k=1, \dots, m-1$ ) 重要性抽样密度函数的均值与协方差为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\mu}_{k+1} = E[\mathbf{X}^{(k+1)}] = E[\mathbf{X}^{(k)} | \mathbf{X}^{(k)} \in \Omega_{f_k}] \\ \boldsymbol{\Sigma}_{k+1} = \boldsymbol{\Sigma}_k = \mathbf{I}_n \end{cases} \quad (20)$$

主动引导技术的关键在于中间失效域的合理选择, 使抽样中心快速逼近失效域。

中间失效域根据中间失效概率  $p_0$  由抽样样本自适应确定。假定第  $s$  步抽取的  $N_1$  个样本按 NCPF 值  $\bar{V}(\cdot)$  从小到大排序为  $\mathbf{x}_1^{(s)}, \mathbf{x}_2^{(s)}, \dots, \mathbf{x}_{N_1}^{(s)}$ , 取  $b_s = \bar{V}(\mathbf{x}_{p_0 N_1}^{(s)})$ , 则中间失效域可表示为:

$$\Omega_{f_s} = \{\mathbf{x} | \bar{V}^{(s)}(\mathbf{x}) < b_s\}, \quad s = 1, 2, \dots, m-1 \quad (21)$$

将落入中间失效域  $\Omega_{f_s}$  的  $p_0 N_1$  个样本用于采样中心  $\boldsymbol{\mu}_{s+1}$  的估计:

$$\boldsymbol{\mu}_{s+1} = \frac{1}{p_0 N_1} \sum_{i=1}^{p_0 N_1} \mathbf{x}_i^{(s)} \quad (22)$$

### 2.2 程序流程图

ISAG 算法的计算流程如图 5 所示, 假定  $\mathbf{x}$  为  $n$

维标准正态随机矢量。

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} \frac{I_{\Omega_f} \{ \mathbf{x}_i^{(m+1)} \} f(\mathbf{x}_i^{(m+1)}, \boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}_1)}{f(\mathbf{x}_i^{(m+1)}, \boldsymbol{\mu}_{m+1}, \boldsymbol{\Sigma}_{m+1})} \quad (23)$$

ISAG 算法是以落入失效域的样本达到一定的数量来作为主动引导停止准则的。  $p_0$  为中间失效概率, 建议取  $p_0 = 0.1$ ;  $\xi$  控制落入失效域的样本数, 一般可取  $\xi = 1$ ;  $N_1$  为预抽样数, 通常应有 30 个以上点落入中间失效域, 可取  $N_1 = 300 \sim 400$ 。

从图 5 可以看出, 最终重要抽样参数的确定共有两种方式: ISAG1 与 ISAG2。两种方式的主要差别在于采样中心的确定上, ISAG1 对落入最终失效域的样本直接求均值, 而 ISAG2 则采用 M4 方法, 即式(15)确定采样中心, 采用样本概率密度加权确定采样中心。

图 5 所示算法流程中, 每次抽样都对应着一次结构分析, 结构分析可由通用有限元软件完成。已有的有限元分析软件大多提供了程序调用接口, 因此可直接与上述 ISAG1 和 ISAG2 算法相结合, 进行大型结构系统可靠性分析。

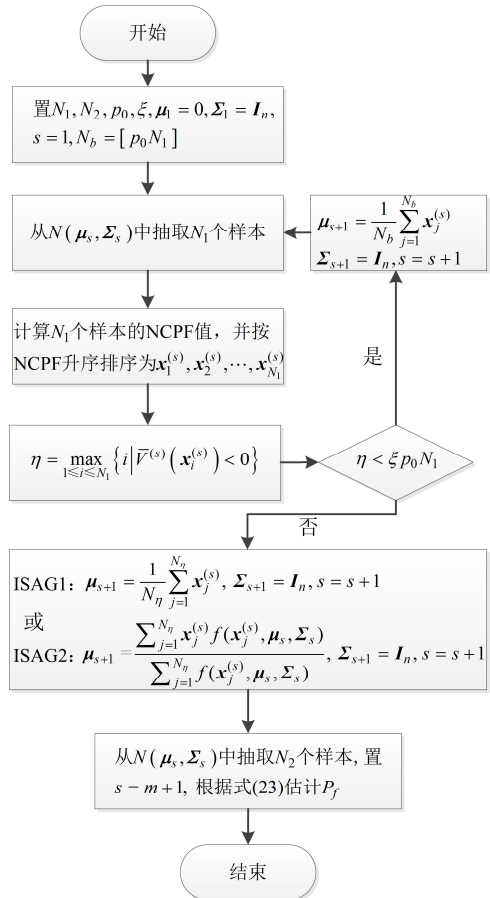


图 5 ISAG1 与 ISAG2 算法流程图

Fig.5 Flow chart of ISAG1 and ISAG2

### 3 数值算例

算例 1. 结构功能函数为  $g(\mathbf{x}) = -x_1 + x_2^2 + 3.5$ , 其中  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}_2)$ , 失效域为  $\Omega_f = \{\mathbf{x} | g(\mathbf{x}) < 0\}$ 。

本文用此算例比较子集模拟 SubS<sup>[6]</sup>、ISAG1 算法和 ISAG2 算法的模拟效率与精度。SubS 可参见文[6], 中间过程模拟样本量为  $N_1=2000$ , 中间失效概率  $p_0 = 0.1$ , 预选分布取为正态分布。ISAG1 与 ISAG2 方法的参数相同:  $N_1 = 300$ ,  $N_2 = 1500$ ,  $p_0 = 0.1$ , 其余参数取默认值。 $P_f$  的参照值采用以设计点 [3.5, 0.0] 为中心、协方差阵为单位矩阵的标准正态分布作为采样分布, 样本量  $N = 10^7$ 。表 2 为 SubS、ISAG1 与 ISAG2 各运行 500 次对应的  $P_f$  估计值、变异系数, 对于 ISAG1 与 ISAG2 算法进一步统计了优化抽样中心均值。

表 2 SubS、ISAG1 与 ISAG2 比较  
Table 2 Comparison of SubS, ISAG1 and ISAG2

方法	$P_f$	c.o.v.	平均样本数	平均采样中心
IS( $10^7$ 个样本)	$7.83 \times 10^{-5}$	—	—	—
SubS(运行 500 次)	$8.17 \times 10^{-5}$	$4.25 \times 10^{-1}$	8772	—
ISAG1(运行 500 次)	$7.86 \times 10^{-5}$	$8.93 \times 10^{-2}$	2400	[4.37, -0.01]
ISAG2(运行 500 次)	$7.84 \times 10^{-5}$	$8.16 \times 10^{-2}$	2400	[3.80, 0.00]

表 2 表明, 相对 SubS, ISAG1、ISAG2 无论在精度上还是效率上都具有较大优势; ISAG2 在样本数目相同的条件下变异系数比 ISAG1 约缩减了 10%, 因此 ISAG2 具有更高的精度, ISAG2 的  $P_f$  估计值更接近  $P_f$  参照值。

图 6 比较了 ISAG1 与 ISAG2 的最终采样中心。从图 6 可以看出, 由于考虑了原概率密度加权, ISAG2 估计的采样中心相对于 ISAG1 估计的采样中心更接近于设计点 [3.50, 0.00], 而表 2 结果预示着 ISAG2 的采样中心可能比 ISAG1 更优。

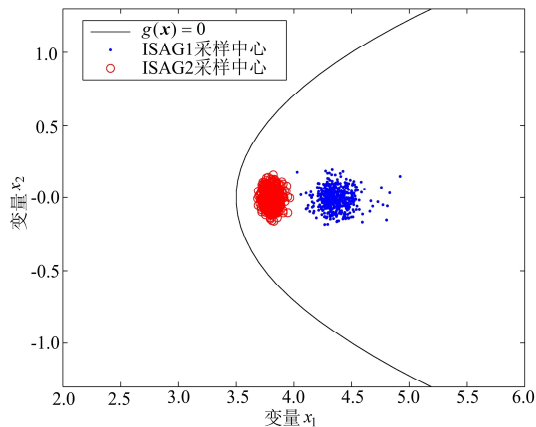


图 6 ISAG1 与 ISAG2 采样中心对比

Fig.6 Comparison of ISAG1 and ISAG2 with sampling center

算例 2. 算例 2 为一双层框架算例, 如图 7 所示, 该计算取自文[1], 文中董聪利用这一双层框架算例介绍并拓展了系统失效模式识别的  $\beta$  约界法, 本文用此算例对比 ISAG1 与 ISAG2 算法。

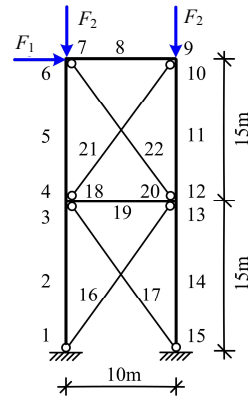


图 7 双层框架模型

Fig.7 A two floor frame model

这里考虑在失效历程的第 3 阶段, 节点 14 和 11 失效后, 考虑节点 17 为失效候选节点的极限状态方程, 并将原可靠度问题从原空间转化到标准正态空间中, 得到的功能函数如式所示:

$$g(\mathbf{x}) = \max \{ \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b} \} \quad (24)$$

式中,  $\mathbf{x}$  为 5 维标准正态随机向量,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 61.95 & 0.00 & 0.00 & -22.50 & -26.64 \\ 1.84 & 40.10 & 0.00 & -7.94 & -25.02 \\ 74.45 & 0.00 & 37.80 & -36.06 & -42.04 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = [128.15, 89.83, 341.57]^T.$$

ISAG1 与 ISAG2 方法所取的参数相同:  $N_1 = 400$ ,  $N_2 = 2000$ ,  $p_0 = 0.1$ , 其余参数取默认值。 $P_f$  的参照值采用直接蒙特卡罗模拟(DMCS), 样本量为  $N = 1.4 \times 10^8$ , DMCS 对应 c.o.v.估计值  $c.o.v. = \sqrt{(1 - \hat{P}_f) / \hat{P}_f N}$ 。ISAG1、ISAG2 分别运行 500 次估计失效概率  $P_f$  与变异系数, 计算结果如表 3 所示。

表 3 ISAG1 与 ISAG2 比较  
Table 3 Comparison of ISAG1 and ISAG2

方法	$P_f$	c.o.v.
DMCS( $1.4 \times 10^8$ 个样本)	$7.05 \times 10^{-5}$	$1.01 \times 10^{-2}$
ISAG1(运行 500 次)	$7.06 \times 10^{-5}$	$8.71 \times 10^{-2}$
ISAG2(运行 500 次)	$7.07 \times 10^{-5}$	$7.11 \times 10^{-2}$

表 3 表明, 同一样本量下, ISAG2 的 c.o.v.仅为 ISAG1 的 0.816 倍, 也即同样的  $P_f$  估计精度下, ISAG2 所需样本数仅为 ISAG1 的 2/3, 表明 ISAG2 在抽样中心的改进上是有效的。

## 4 结论

理论分析与数值算例表明:

(1) 基于样本概率密度加权的采样中心确定方法由于兼顾了增加有效抽样中对失效概率贡献大的样本出现的概率与提高有效抽样比例这 2 个目标, 并且抽样过程不需要设计点信息, 因此是一种更方便合理的抽样中心确定方法。

(2) 相对于子集模拟方法与 ISAG1 方法, 本文所提的改进的自适应重要抽样方法(ISAG2)具有精度高、计算量小的优点。

(3) 本文所提算法便于与通用有限元分析程序相结合, 进行大型结构可靠性分析评估。

### 参考文献:

- [1] 董聪. 现代结构系统可靠性理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001: 270—279.  
Dong Cong. The theory of structural systems reliability and its applications [M]. Beijing: Science Press, 2001: 270—279. (in Chinese)
- [2] Melchers R E. Structural reliability analysis and prediction [M]. 2nd ed. New York: J Wiley & Sons, 1999: 64—93.
- [3] 董聪, 郭晓华. 基于广义遗传算法的自适应重要抽样理论[J]. 计算机科学, 2000, 27(4): 1—5, 23.  
Dong Cong, Guo Xiaohua. An adaptive importance sampling theory based on the generalized genetic algorithm [J]. Computer Science, 2000, 27(4): 1—5, 23. (in Chinese)
- [4] Bucher C G. Adaptive sampling—an iterative fast Monte Carlo procedure [J]. Structural Safety, 1988, 5(2): 119—126.
- [5] Au S K, Beck J L. A new adaptive importance sampling scheme [J]. Structural Safety, 1999, 21(2): 135—158.
- [6] Au S K, Beck J L. Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2001, 16(4): 263—277.
- [7] Katafygiotis L S, Zuev K M. Geometric insight into the challenges of solving high-dimensional reliability problems [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2008, 23(2/3): 208—218.
- [8] Valdebenito M A, Pradlwarter H J, Schuëller G I. The role of the design point for calculating failure probabilities in view of dimensionality and structural nonlinearities [J]. Structural Safety, 2010, 32(2): 101—111.
- [9] Robert C P, Casella G. Monte carlo statistical methods [M]. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 2004: 90—106, 267—299.
- [10] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 373—399.  
Yuan Yaxiang, Sun Wenyu. Optimization theory and methods [M]. Beijing: Science Press, 1997: 373—399. (in Chinese)
- [11] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, Flannery B P. Numerical recipes—the art of scientific computing [M]. 3rd ed. New York: Cambridge University Press, 2007: 487—555.