

文章编号: 1000-4750(2012)05-0200-06

不同压力差下微通道尺寸和表面粗糙度对摩擦系数的影响

刘赵淼, 逢 燕

(北京工业大学机电学院, 北京 100124)

摘 要: 该文数值模拟液体在圆形和梯形截面微通道内的流动, 分析了层流和湍流下液体在微圆管内的流动状态。着重研究不同压力差、微通道尺寸和表面粗糙度下, 液体在微通道内的流动摩擦系数, 并通过摩擦系数随雷诺数的变化曲线推断微通道流动转捩的雷诺数范围。研究表明: 微通道中流动的摩擦系数随雷诺数的增大逐渐减小; 通道截面的当量直径会改变过渡状态存在的雷诺数范围; 粗糙度会影响湍流状态下流动的摩擦系数, 相同雷诺数下, 粗糙度越大, 摩擦系数越大。

关键字: 微通道; 液体流动; 数值模拟; 摩擦系数; 粗糙度

中图分类号: O357 文献标志码: A

INFLUENCES OF SIZE AND ROUGHNESS OF MICROCHANNELS ON FRICTION FACTORS UNDER DIFFERENT PRESSURES

LIU Zhao-miao, PANG Yan

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: The characteristics of liquid flow in the microchannels with circular and trapezoidal cross-sections were studied by numerical simulation. The friction factor of liquid flow in microchannels was investigated with different pressures, the sizes and roughness of microchannels. The different flow regimes of laminar and turbulence were also analyzed in the microtubes. In addition, the range of a transition Reynolds number can be inferred from the friction factor profiles under different Reynolds numbers. The friction factors in the microchannels decrease with the increasing of Reynolds numbers gradually. The Reynolds number at transition from laminar to turbulent flow changes with the cross-section's equivalent diameter. At the same Reynolds number, the friction factor increases with the roughness of the inner wall of the microchannel when the flow is turbulent.

Key words: microchannel; liquid flow; numerical simulation; friction factor; roughness

微机电系统(Micro Electro Mechanical Systems, MEMS)无论是在商业化应用还是在科学研究上都变得越来越普及。微流动系统作为 MEMS 的一个重要分支, 由于其尺寸小、重量轻、响应快、精度高、性能好和成本低等特点^[1], 而且集成化程度很高, 使得其应用渗透到各个领域, 如流量配给、化学分析、微型注射和药物运送、电子器件的微冷却、

微小型卫星的定位和姿态调整等。微通道是微流动系统中结构最简单、应用最广泛的微尺度元件之一。微通道可以用于实现微尺度下介质的混合、分离、冷却、检测等, 其在生物医药工程, 电子芯片冷却, 生物物理科学以及多孔介质性能等方面都有广泛的应用^[2], 因而液体在微通道中的流动和换热机理的研究也越来越受到关注。

收稿日期: 2010-07-23; 修改日期: 2011-04-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(11002007, 11072001)

通讯作者: 刘赵淼(1970—), 女, 吉林德惠市人, 教授, 博士, 副院长, 主要从事计算流体力学和微流体力学研究(E-mail: lzm@bjut.edu.cn).

作者简介: 逢 燕(1986—), 女, 山东诸城人, 硕士生, 从事微流体力学研究(E-mail: caibing@emails.bjut.edu.cn).

流动摩擦系数的大小将直接影响微通道的流动性能,进而影响微元器件的工作性能,并且微通道内流体的流动状态和流动是否发生转捩等都对微元器件的性能有影响,因此,对微通道内流动摩擦系数的研究有助于设计和改进微元器件。

目前,国内外学者对于微通道内液体的流动和转捩有着不同的观点, Mala^[3]等对直径范围 50 μm ~254 μm 的硅微管和不锈钢微管进行实验研究,发现流动摩擦系数从 $Re=650$ 开始偏离常规尺度管道层流的规律, Mala 等认为发生流动转捩的雷诺数提前。郝鹏飞^[4]等通过对直径 230 μm 的玻璃微管进行实验发现从层流到湍流的转捩发生在 $Re=1800$ ~ $Re=1900$, 与常规尺度管流的转捩雷诺数接近。Vijayalakshmi^[5]等对水力直径为 60.5 μm ~211 μm 的梯形截面微通道内的流动进行了实验研究,得到转捩雷诺数为 1600~2300,认为微尺度通道内的转捩雷诺数比常规尺度下略有减小,原因是表面粗糙度和梯形截面边角对流动造成了影响。关于微通道内液体流动状态和层流到湍流转变的研究中较广泛的是实验研究,研究结果的正确性对实验设备、实验条件以及人为因素的依赖性比较大,对于一些复杂问题较难分离其影响因素。因此需要数值模拟或者理论推导等方法对结果进行验证或者相互对比研究。本文基于郝鹏飞^[4]和 Vijayalakshmi^[5]关于液体微流动的实验研究,模拟了液体在圆形和梯形截面微通道内的流动,与其实验结果进行了比照并进行了相应的补充研究。分析了层流和湍流下液体在微圆管内的流动状态,着重研究了不同压力条件、微通道尺寸和表面粗糙度下,液体在微通道内的流动摩擦系数,并通过摩擦系数随雷诺数的变化曲线推断流动转捩的雷诺数的存在范围。

1 理论基础和计算模型

微尺度流动可以从宏观和微观两种角度进行模拟。宏观角度模拟普遍认为连续介质假设成立,通过质量、动量和能量守恒,可以推导出描述流体运动的控制方程。由于连续介质方法在数学上容易处理,所以基于连续介质假设而进行的模拟计算效率高。微观角度的模拟认为流体是很多流体分子的集合,基于分子的角度对流体流动进行模拟。该方法需要记录分子的位置、速度和内能等,因而对计算机的计算速度和内存能力要求很高。对于气体微

流动,一个关键的无量纲参数是克努森数 Kn ,它定义为分子平均自由程与特征几何长度的比值。当 $Kn < 0.1$ 时可以采用连续介质方法进行模拟^[6], $Kn > 0.1$ 时连续介质假设不再成立,必须用微观角度的方法进行模拟。对于液体,连续介质模型仍适用于微尺度流动^[7],因而本文采用宏观角度的连续介质方法进行模拟。

本文所采用的微圆管模拟计算模型是基于文献[4]中玻璃拉制而成的圆形截面微管道(图 1(a)),模型基准尺寸为:内径 $d=230\mu\text{m}$,管长 $L=30\text{mm}$ 。梯形截面微通道的计算模型是基于文献[5]的实验模型,如图 1(b)所示,其尺寸为:管长 52mm, $W_t=540\mu\text{m}$, $H=150\mu\text{m}$, $\beta=54.74^\circ$ 。文献[4-5]分别对这 2 个模型进行了液体流动的实验研究,并且实验结果与理论结果都吻合的比较,可以作为数值模拟的对比结果进行分析。但是由于实验的局限性,文献[4-5]中没有分析影响摩擦系数的各种因素,因此本文选用以上两种微通道为基础进行进一步研究,并分别研究了微通道截面当量直径和通道表面粗糙度对流动摩擦系数等的影响。流动介质为水,其密度为 $\rho=998.2\text{kg/m}^3$,该温度下水的动力粘度 $\mu=1.003 \times 10^{-3}\text{Pa} \cdot \text{s}$ 。

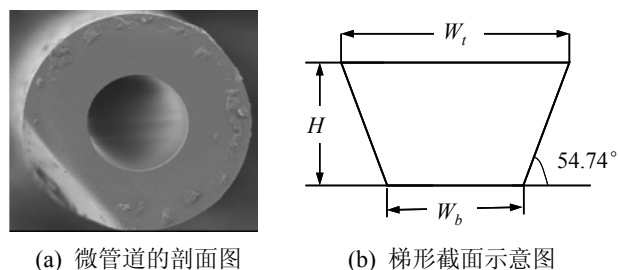


图 1 计算模型图

Fig.1 The geometry of calculation model

利用计算流体力学软件 Fluent 进行三维数值模拟,进口和出口分别选用压力入口和压力出口边界条件。压力与速度耦合采用 SIMPLE 算法,采用绝热无滑移边界条件^[8]。图 2 为采用标准 $k-\varepsilon$ 湍流模型和增强壁面函数所得数值模拟结果与实验结果^[4]对比,模拟中所用到的壁面网格的 y^+ 约为 3~5。通过与实验中速度曲线的对比可知,湍流模型选用标准 $k-\varepsilon$ 模型所得到的结果与实验结果的吻合较好,因此选用标准 $k-\varepsilon$ 模型进行模拟。由于计算的温度场和压力场的变化均不大,本文中假定去离子水的密度和粘度为常数^[9]。

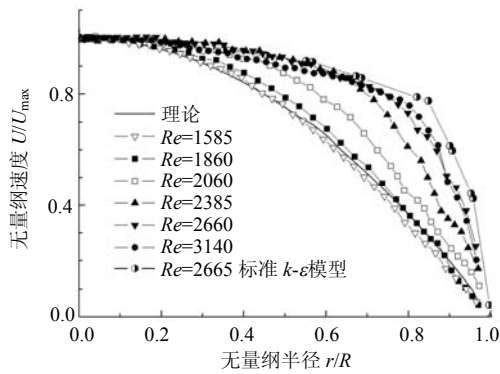


图2 不同湍流模型下微圆管内无量纲轴向速度分布
Fig.2 Dimensionless axial velocity profiles of the microtube under different turbulence model

2 数值模拟结果及分析

层流与湍流状态下的内部流动结构的不同影响液体流动过程中所表现出的摩擦系数。微通道的性质和流动介质的性质对水在微通道中的流动摩擦系数具有影响,并且利用摩擦系数随雷诺数的变化曲线可以判断流动的转捩区域。

等截面管道流动中,影响沿程损失的大小的可能因素主要包括管路截面形状、当量直径、平均流速、流体密度、流体粘度、管路长度和管壁粗糙度等。利用量纲分析可以得到:

$$f = g(Re, Ra/d) \quad (1)$$

其中: Ra 为壁面粗糙度; Ra/d 为壁面相对粗糙度。式(1)表明摩擦系数只依变于雷诺数和管壁的相对粗糙度。分别取可能涉及式(1)的参数包括流动介质、管路直径以及管路粗糙度,进行数值模拟的验证并确定存在过渡区域的雷诺数范围。

2.1 微通道内液体流动状态

计算模拟的摩擦阻力系数可由不可压缩牛顿流体的达西方程得到,表达式为:

$$f = \Delta P \frac{d}{L} \frac{2}{\rho \bar{v}^2} \quad (2)$$

其中: ΔP 是微通道进出口间的压差; \bar{v} 为水在微通道内的平均流速。从式(2)中可见,微通道几何尺寸和流动介质一定的条件下,微通道进出口压差和微通道内液体的流动速度是影响摩擦系数的直接因素。

图3给出了相同截面上流动状态分别是层流($Re=95$)和湍流($Re=2678$)时的无量纲轴向速度分布。层流状态下,轴向速度沿径向近似呈抛物线分布,与不可压缩粘性流体在等截面水平直管中的定常层流运动的理论值相符。湍流状态下,靠近圆管

轴心位置的流体速度近似相等,随着相对半径增大无量纲轴向速度先变化不明显,随后在靠近壁面处迅速减小。这是因为粘性流体的层流运动速度相对较小,由于牛顿内摩擦力的影响使得流体越靠近壁面速度越小,与壁面接触部分速度降为0。而湍流运动的速度相对较大,流体之间的粘滞切应力也相应较大,因而圆管轴线附近速度变化不大,然而靠近壁面处,由于固体表面与水分子之间的相互作用远大于流体分子之间的相互作用力^[10],使得流动速度迅速减小。因此,图3所示湍流状态下的最大流速为平均速度的约1.25倍,层流状态下可以达到约1.8倍。

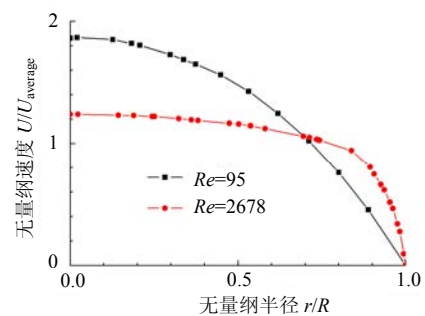
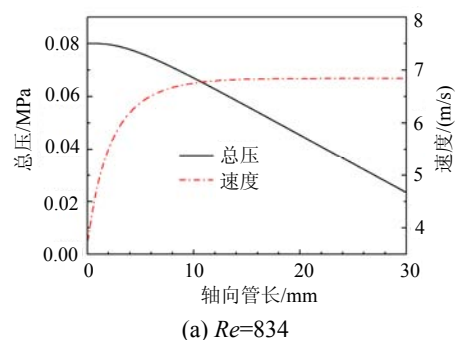


图3 微圆管内无量纲轴向速度分布
Fig.3 Dimensionless axial velocity profiles of the microtube

不同流动状态下,微圆管轴线上的速度和总压变化如图4所示。对比图4(a)和图4(b)可以发现,在层流($Re=834$)和湍流($Re=6032$)状态下,总压沿微圆管轴线的变化趋势基本相同,但降低的幅度差别很大,即流动过程中的沿程损失差别很大。原因是雷诺数不同的相同尺寸微管内的液体流动速度不同,沿程损失的大小与速度的平方成正比,因而高雷诺数流动状态下的沿程损失要大于低雷诺数的流动状态。层流状态和湍流状态下的轴向速度变化也有较大差别。层流状态下,从入口处速度沿管长方向逐渐增大,达到一定速度值后,速度不再变化,并以该速度到达圆管出口;湍流状态下,轴向速度先沿管长方向迅速增大再小幅降低,然后以固定速度流动直到出口。



(a) $Re=834$

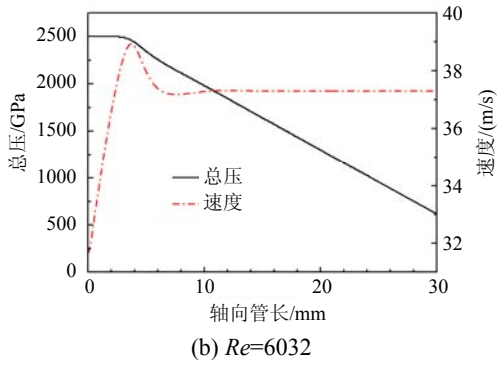


图4 微圆管轴线上速度和总压变化曲线

Fig.4 Velocity and total pressure profiles along the axis

2.2 雷诺数对微通道内的流动摩擦系数的影响

定常圆管层流流动的泊肃叶数为 $fRe=64$, 其中 f 为摩擦系数。然而, 考虑微管道入口效应的影响, 流体在入口发展段的摩擦阻力要大于充分发展段的摩擦阻力, 因而要对摩擦阻力系数进行修正^[11], 因而需要引入修正公式:

$$fRe = \frac{13.76}{(x^+)^{1/2}} + \frac{5/(4x^+) + 64 - 13.76/(x^+)^{1/2}}{1 + 0.00021(x^+)^{-2}} \quad (3)$$

$$x^+ = L/(dRe)。$$

由式(3)计算得到层流状态下的摩擦系数的理论值。湍流部分的理论值可以由 Blasius 方程进行计算得到^[5], 其表达式为:

$$f = 0.316Re^{-1/4} \quad (4)$$

因此, 随着雷诺数的增大, 摩擦系数近似线性减小。在雷诺数较大的湍流状态, 摩擦系数与雷诺数的关系符合 Blasius 公式, 随着雷诺数的增大摩擦系数减小, 但减小的速度较层流状态低。

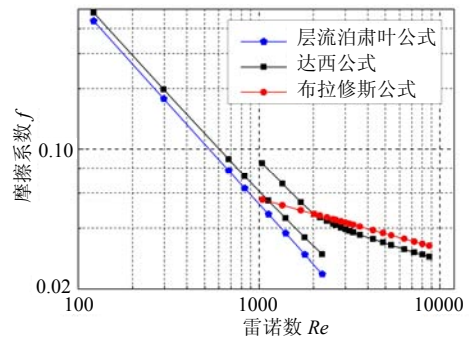
$$fRe = 13.9 \left(\frac{90^\circ}{\beta} \right)^{-0.07} + 10.4 \exp \left[-3.25\alpha \left(\frac{90^\circ}{\beta} \right)^{0.23} \right] \quad (5)$$

其中: $\alpha = H/W_b$ 。

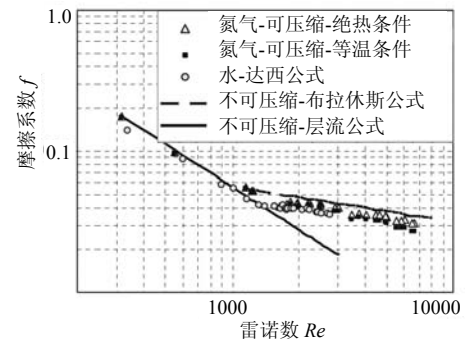
梯形截面微通道在层流状态的泊肃叶数可由式(5)^[12]得到 $fRe=53$ ^[5]。摩擦系数随雷诺数线性减小。湍流状态摩擦系数随雷诺数的变化也可以由 Blasius 公式得到, 与微圆管的变化趋势相同。

微通道截面形状为梯形时, 文献[5]中实验所得摩擦系数随雷诺数的变化如图 5(b)所示。层流状态下, 摩擦系数随雷诺数的变化趋势与理论值吻合情况较好。湍流状态下, 由于 Blasius 方程由圆管流得来, 因而不能完全描述梯形截面流动的特性, 只能从曲线变化趋势上分析结果^[5]。如图 5(a)为数值模拟水在相同尺寸的梯形截面微通道中流动所得

到的摩擦系数随雷诺数的变化曲线。对比图 5(a)和图 5(b)可以发现, 雷诺数介于大约 1000~2000 之间时, 用层流和湍流模拟得到的摩擦系数与实验值和理论值均不能吻合, 但在其他雷诺数下, 模拟结果与实验值和理论值的吻合情况都非常好。造成这种情况的原因主要是, 尽管不可压缩牛顿流体层流和湍流理论能分别很好的描述层流和湍流的运动状态, 然而在流动由层流转变为湍流的过渡区域, 其流动状态不能用单一的层流或者湍流模型予以描述。



(a) 模拟计算结果



(b) 文献[5]中实验结果

图5 梯形截面微通道摩擦系数随雷诺数的变化曲线
Fig.5 Friction factor profiles of trapezoidal cross-section microchannel under different Reynolds numbers

摩擦系数随雷诺数的变化曲线可以反应微通道内流动状态的不同, 因此可以利用其得到流动从层流到湍流状态的转捩雷诺数。但是, 由于数值模拟不能很好的描述湍流发展过程中过渡状态的流动状况, 并且层流和湍流状态下的理论值计算公式所得曲线的重合点并不是理论转捩点, 所以过渡状态的雷诺数下界不能确定, 但是通过模拟结果和湍流部分理论值的对比得到过渡区域的雷诺数上界约为 2000, 即在该微尺度通道中, $Re>2000$ 时流动进入完全发展湍流状态。

当量直径为 $230\mu\text{m}$ 的圆形截面微通道内, 摩擦系数随雷诺数的变化如图 6 所示。可以看出采用层流模拟所得的结果与层流理论值吻合较好。但在湍

流模拟中，雷诺数大于约 3000 时，数值模拟结果与理论结果吻合很好；雷诺数小于 3000 时，随着雷诺数的降低，摩擦系数逐渐偏离湍流状态下的摩擦系数理论值，且偏离幅度较大。对于截面当量直径为 230 μm 的微圆管，层流到湍流的转捩雷诺数介于 1500 与 3000 之间，符合文献[3]中由实验得到的转捩雷诺数 1700 的结论， $Re > 3000$ 时，流动进入完全发展湍流状态。

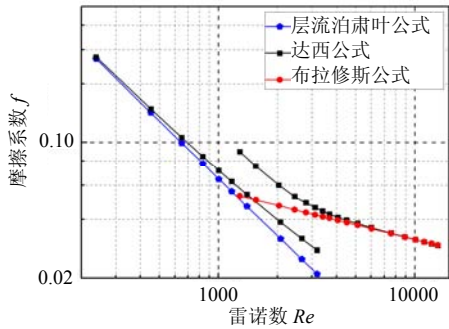
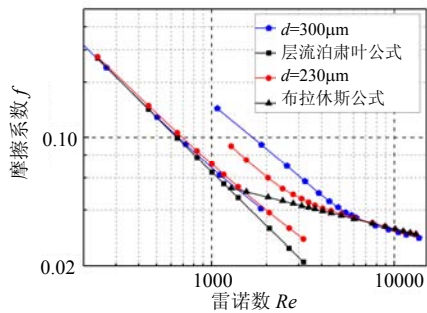


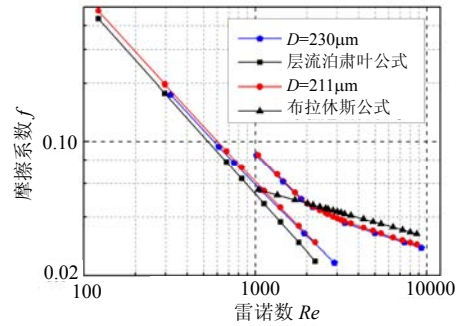
图 6 微圆管摩擦系数随雷诺数的变化曲线
Fig.6 Friction factor profiles of microtubes under different Reynolds numbers

2.3 微通道截面当量直径对摩擦系数的影响

图 7(a)所示为内径分别为 230 μm 和 300 μm ，管长为 30mm 的微圆管中，流动介质为水的摩擦系数随雷诺数的变化曲线。管路直径的变化对 $f-Re$ 曲线的层流和完全发展湍流部分影响很小，变化曲线能较好的符合理论值，即在层流或者湍流状态下微圆管的截面半径对于摩擦系数基本没有影响。但微管道截面半径的不同对于过渡状态存在的雷诺数范围有显著影响，即流动进入完全发展湍流状态的雷诺数不同。从图 7 中可见，对于内径为 300 μm 的微圆管，过渡状态的雷诺数上界为 5000，较内径为 230 μm 微圆管的雷诺数上界 3000，其转捩雷诺数上界有较大的提高。对于图 7(b)所示梯形截面微通道，当量直径对摩擦系数的影响与圆形截面微通道相同，当量直径为 300 μm 时，流动状态为过渡状态的雷诺数上界提高到约为 2500。



(a) 微圆管

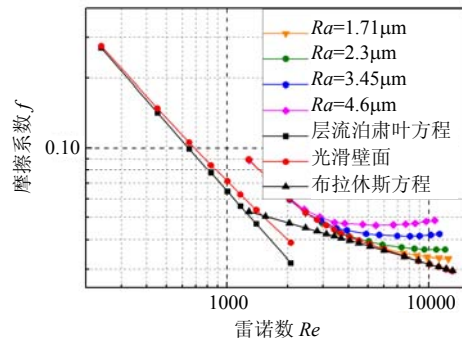


(b) 梯形截面微通道

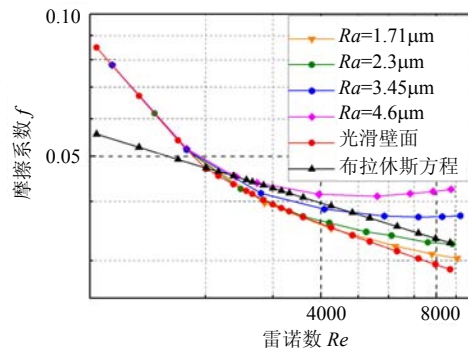
图 7 不同当量直径微圆管中摩擦系数随雷诺数的变化曲线
Fig.7 Friction factor profiles of different equivalent diameters

2.4 微通道壁面粗糙度对摩擦系数的影响

图 8 所示为不同粗糙度下微圆管和梯形截面微通道内的摩擦系数随雷诺数的变化曲线。粗糙度较小时($Ra=1.71\mu\text{m}$, $Ra=2.3\mu\text{m}$)，摩擦系数随雷诺数的变化曲线先与光滑壁面下的变化曲线一致，随着雷诺数变大而逐渐脱离光滑壁面情况下的变化曲线。粗糙度较小 ($Ra \leq 2.3\mu\text{m}$ ，相对粗糙度为 1.487%~2%)时，粗糙度对流动进入完全发展湍流状态的雷诺数大小没有影响。相同雷诺数下，粗糙度越大，流动的摩擦系数越大，模拟结果越早脱离 Blasius 曲线，这与常规尺寸通道中的尼古拉斯实验



(a) 微圆管



(b) 梯形截面微通道

图 8 不同粗糙度下微通道中摩擦系数随雷诺数的变化曲线
Fig.8 Friction factor profiles under different surface roughness

曲线的结论一致。由于在粗糙度较大($Ra=3.45\mu\text{m}$, $Ra=4.6\mu\text{m}$)时模拟结果在较小雷诺数下就脱离 Blasius 曲线,从而不能判断过渡状态存在的雷诺数范围是否变化,但是粗糙度对摩擦系数曲线的影响说明,在微尺度通道中 Blasius 曲线仅适用于壁面粗糙度较小的流动中,在粗糙度较大时,Blasius 曲线不能作为流动摩擦系数的对比值。

3 结论

通过数值模拟液体在微通道内的流动状况,分析了层流和湍流下液体在微圆管内的流动状态,研究了微通道管路直径以及管路粗糙度等影响流动摩擦系数的因素,并将模拟结果与相同模型的实验计算结果和宏观流动中的经验理论相比较,得到以下结论:

(1) 摩擦系数的变化趋势与常规尺寸下类似,随流动雷诺数的增加而减小,且层流状态下的减小速率大于湍流状态。

(2) 通过摩擦系数随雷诺数的变化曲线可以得到微通道内流动的转捩雷诺数或者过渡状态存在的雷诺数范围。对于基准模型,圆形截面微通道内流动进入完全发展湍流状态的雷诺数约为 3000,梯形截面微通道内流动进入完全发展湍流状态的雷诺数约为 2000。

(3) 微尺度通道的截面直径会改变过渡状态存在的雷诺数范围;粗糙度会影响湍流状态下流动的摩擦系数,粗糙度较小($Ra \leq 2.3\mu\text{m}$)时,其对过渡状态存在的雷诺数范围没有影响,粗糙度较大($Ra \geq 3.45\mu\text{m}$)时,Blasius 曲线不能作为流动摩擦系数的对比值。

参考文献:

- [1] 尹执中, 胡桅林, 过增元. 微流动系统的发展概况[J]. 流体机械, 2000, 28(4): 33—37.
Yin Zhizhong, Hu Weilin, Guo Zengyuan. Review on microflow devices and systems [J]. Fluid Machinery, 2000, 28(4): 33—37. (in Chinese)
- [2] Qi S L, Zhang P, Wang R Z, Xu L X. Single-phase pressure drop and heat transfer characteristics of turbulent liquid nitrogen flow in micro-tubes [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007, 50(9/10): 1993—2001.
- [3] Mala Gh Mohiuddin, Li Dongqing. Flow characteristics of water in microtubes [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1999, 20(2): 142—148.
- [4] 郝鹏飞, 何枫, 朱克勤. 微管道内湍流转捩的实验研究[J]. 工程力学, 2006, 23(增刊 I): 30—34.
Hao Pengfei, He Feng, Zhu Keqin. Experimental study of transitional and turbulent flow in a microtube [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(Sup. I): 30—34. (in Chinese)
- [5] Vijayalakshmi K, Anoop K B, Patel H E, Harikrishna P V, Sundararajan T, Das Sarit K. Effects of compressibility and transition to turbulence on flow through microchannels [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2009, 52(9/10): 2196—2204.
- [6] 刘赵淼, 张谭. Laval 型微喷管内气体流动的计算及分析[J]. 航空动力学报, 2009, 24(7): 1556—1563.
Liu Zhaomiao, Zhang Tan. Numerical investigation on gas flow in Laval micronozzle [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(7): 1556—1563. (in Chinese)
- [7] 陶文铨, 王良璧, 曾敏. 传热与流动问题的多尺度数值模拟: 方法与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
Tao Wenquan, Wang Liangbi, Zeng Min. Heat transfer and flow problems of multi-scale numerical simulation: Methods and applications [M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese)
- [8] Bahrami M, Yovanovich M M, Culham J R. A novel solution for pressure drop in singly connected microchannels of arbitrary cross-section [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007, 50(13/14): 2492—2502.
- [9] El-Genk M S, Yang In-Hwan. Numerical analysis of laminar flow in micro-tubes with a slip boundary [J]. Energy Conversion and Management, 2009, 50(6): 1481—1490.
- [10] 文书明. 微流边界层理论及其应用[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2002.
Wen Shuming. Micro-flow boundary layer theory and its application [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2002. (in Chinese)
- [11] Shah R K, London A L. Laminar flow forced convection in duct [M]. New York: Academic, 1978.
- [12] Rensizbulut M, Niazmand H. Laminar flow and heat transfer in the entrance region of trapezoidal channels with constant wall temperature [J]. Heat Transfer, 2006, 128(1): 63—74.