

文章编号: 1000-4750(2011)02-0107-04

管材包裹预应力混凝土方形柱优化数值模拟研究

陈 波

(兰州交通大学土木工程学院, 兰州 730070)

摘 要: 对 PE 材料、HDPE 材料、PVC 材料和钢材等不同弹性模量管材包裹下的预应力混凝土轴压方柱, 建立了以稳定作为约束条件的非线性规划问题的数学模型。引入管材截面尺寸和壁厚的比值, 将组合构件的截面特性用此系数表示, 从而将非线性规划问题转化为可通过迭代计算公式直接获得优化解的问题。最后, 利用该文方法对不同材料外包下的预应力混凝土轴压方柱在相同承载力条件下, 分别进行了截面优化设计计算, 并做了比较。分析表明, 该文方法简单实用。

关键词: 管材包裹混凝土; 非线性规划; 预应力; 约束方程; 迭代公式

中图分类号: TU318; TU398⁺.9 **文献标识码:** A

NUMERICAL STUDY ON OPTIMIZATION DESIGN OF SQUARE TUBULAR COLUMN FILLED WITH PRE-STRESSED CONCRETE

CHEN Bo

(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: The nonlinear programming models with stability constraints are established for pre-stressed square concrete column wrapped with different materials, such as PE, HDPE, PVC, steel etc. By introducing the ratio of tube cross-sectional length to tube wall thickness, the cross-sectional characteristics of a composite member are indicated by this coefficient, and the nonlinear programming problem is transferred into the optimal design problem solved directly through the iteration formulas. Finally, by using this method, the calculations of cross-sectional optimization design are carried out for the pre-stressed square concrete column wrapped with different materials under the same capacity condition, and the comparison is made between the optimized design and no optimized one. The analysis shows that the proposed method is simple and practical.

Key words: concrete wrapped with tubing; nonlinear programming; pre-stressed; constraint equation; iteration formulas

尽管 PE、HDPE 和 PVC 材料的强度小于钢材, 但是 PE、HDPE 和 PVC 材料的耐腐蚀性、耐老化性以及耐磨性都优于钢材, 因此对耐腐蚀性有较高要求的地区, 采用 PE、HDPE 和 PVC 管混凝土柱要优于钢管混凝土柱。长期以来, 国内外学者对不同管材包裹混凝土柱做了大量的研究工作^[1-6], 并取得了许多具有实用价值的成果。这使得管材包裹混凝土组合构件被广泛地应用于工业与民用建筑

中, 如框架柱、厂房柱、设备构架柱等。由于方形管材包裹混凝土柱外形规则, 其截面开展而惯性矩大, 稳定性往往优于圆形管材包裹混凝土柱。因此, 工程实践中, 经常面临如何提高长细比较大的方形管材包裹混凝土轴压柱稳定承载力问题和截面优化设计问题。但是, 目前对此类构件的设计计算还没有规范可依。文献[7-8]采用施加预应力的方法解决了等截面和截锥形截面钢管混凝土轴压构

件的稳定问题。文献[9]采用罚函数外点法,解决了圆钢管预应力混凝土组合构件的截面优化设计问题。但是,该法仅适用于圆形截面,并且在罚因子进行迭代时,若罚因子的初始值选取不当,则无法得到收敛解。

本文针对不同管材包裹的预应力混凝土轴压方形柱,建立起以稳定作为约束条件的优化设计数学模型。利用方形管材截面边长与壁厚之比以及构件长细比,将稳定约束条件方程做处理,得到优化设计变量的迭代计算公式,以及迭代计算步骤,从而建立起了此类构件截面优化设计方法。同时,对不同材料外包下的预应力混凝土轴压方形柱在相同承载力条件下,分别进行了截面优化设计计算,结果表明本文方法简单实用。

1 力学计算模型和外包管材

实际工程中,方形管材混凝土柱两端的约束情况较为复杂。为了便于优化设计计算,本文计算模型取柱子两端5种约束情况:① 两端铰接;② 一端铰接一端固定;③ 两端固定;④ 一端固定一端自由;⑤ 两端复杂约束情况。两端铰接柱的计算模型如图1所示。对于柱子两端复杂约束情况,可参考文献[10]有关计算长度系数 m 的取值规定,确定柱子的计算长度 l_0 。

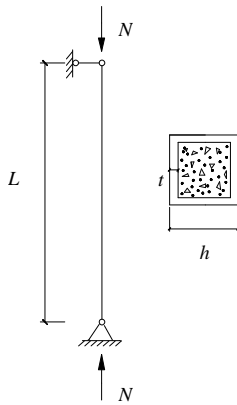


图1 柱子两端铰接情况

Fig.1 Hinge situation of both sides of pillar

对不同材料外包下的预应力混凝土轴压方形柱进行优化设计时,本文考虑了4种不同的外包管材:1) PE(聚乙烯)材料;2) HDPE(高密度聚乙烯);3) PVC(聚氯乙烯);4) 钢材。各种管材的弹性模量及质量密度如表1所示。

表1 各种外包管材弹性模量和质量密度

Table 1 Elasticity coefficient and mass density of each kind of outsourcing tubing

管材	弹性模量/MPa	密度/(kN/m ³)
PE	800	9.5
HDPE	1500	9.8
PVC	3000	14.0
钢材	210000	78.5

2 优化数学模型

设管材包裹预应力混凝土轴压方形柱长度为 l ,管材截面边长为 h ,壁厚为 t 。下面以两端铰接柱(如图1所示)情况,建立优化设计数学模型。对于其他支承情况,方法相同。显然,优化设计变量为方形管材截面边长 h 和壁厚 t 。引入系数 $k = h/t$,则有 $t = h/k$ 。通过事先假定 k ,就可将双变量的优化设计问题转变成单变量的优化设计问题。同时,设4种类型管材的质量密度均为 r_s ,核心区混凝土质量密度为 r_c 。忽略不计重量一般常小于组合柱重量1%的预应力筋的重量,只考虑管材和核心混凝土。选取组合柱重量最轻设计为目标函数,经推导以单变量 h 表示的目标函数 C 为:

$$C = j h^2 \quad (1)$$

其中, $j = 4r_s l(1 - 1/k) / k + r_c l(1 - 2/k)$ 。

当构件长细比 l 大于界限长细比 l_c 时,对管材包裹混凝土轴压方形柱,可通过施加预应力的方法来提高稳定承载力。可施加预应力的条件为^[4]:

$$l \geq l_c = \pi \sqrt{E_s / f_s} \quad (2)$$

式中: E_s 为管材弹性模量; f_s 为管材强度设计值。

此时,组合柱由稳定条件控制设计。根据文献[7]中的相关公式,可导出用初始张力 T_0 表示的稳定约束条件:

$$s = \frac{N}{A_n} \leq s_{cr} = \frac{N_{cr}}{A_n} \quad (3)$$

$$s_{cr} = \frac{E_s A_n}{E_s A_n + E_p A_p} (N_0 + T_0 - \Delta T_0) \quad (4)$$

其中: $A_n = A_s + a_c A_c$, $a_c = \frac{E_c}{E_s}$, $N_0 = \frac{\pi^2 E_s I_n}{l^2}$ 。

式中: A_n 、 I_n 分别为组合柱换算截面面积和换算截面惯性矩; A_s 为管材截面面积; A_c 、 E_c 分别为核心区混凝土截面面积和弹性模量; E_p 、 A_p 分别为预应力筋的弹性模量和截面面积; ΔT_0 为初始张拉力的损失值。

由式(1)和式(3),以稳定作为约束条件的管材包

裹预应力混凝土轴压方形柱，其非线性规划问题的数学模型为：

$$\begin{cases} \{X\} = \{h\}^T \\ \min F(\{X\}) = C = j h^2 \\ \text{s.t. } \frac{N}{A_n} \leq S_{cr} \\ h > 0 \end{cases} \quad (5)$$

3 迭代法计算公式及步骤

式(5)属于非线性规划问题，难以直接获得求解。为了能直接求得优化设计变量 h 的迭代计算公式，需要对换算截面面积 A_n 和换算截面惯性矩 I_n 做变换处理。引入系数 k 后， A_n 和 I_n 可用单变量 h 表示，进而可用长细比 l 表示。对于两端铰接柱，用长细比 l 表示的 A_n 和 I_n 为：

$$\begin{cases} A_n = \frac{f_1^2}{f_2} \left(\frac{l}{l} \right)^2 \\ I_n = \frac{f_1^2}{f_2} \left(\frac{l}{l} \right)^4 \end{cases} \quad (6)$$

其中： $f_1 = 4(1-1/k) + a_c(1-2/k)^2$ ， $f_2 = 1/(6k) + (1-2/k)(1-1/k)^2/(2k) + a_c(1-2/k)^4/12$ 。

将式(6)代入式(5)，并整理后，难以求解的式(5)变成可解的优化设计数学模型为：

$$\begin{cases} \{X\} = \{h\}^T \\ \min F(\{X\}) = C = j h^2 \\ \text{s.t. } h^2 \geq \frac{x_1 l^2 + x_2 l^4}{x_3 + x_4 l^4} \\ h > 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中： $x_1 = f_1^2 l^2 E_s N$ ， $x_2 = f_2 E_p A_p N$ ， $x_3 = f_1^3 l^2 \pi^2 E_s^2$ ， $x_4 = f_1 f_2 E_s (T_0 - \Delta T_0)$

其它边界条件 x_2 、 x_4 的计算公式与两端铰接情况相同，而 x_1 、 x_3 的计算公式如表 2 所示。

表 2 各种边界条件 x_1 、 x_3

Table 2 x_1 、 x_3 of other boundary condition

支承条件	x_1	x_3
一端固定一端自由	$4f_1^2 l^2 E_s N$	$4\pi^2 f_1^3 l^2 E_s^2$
两端固定	$f_1^2 l^2 E_s N / 4$	$\pi^2 f_1^3 l^2 E_s^2 / 4$
一端铰接一端固定	$\pi^2 f_1^2 l^2 E_s N / 21$	$\pi^4 f_1^3 l^2 E_s^2 / 21$
两端复杂约束	$4m^2 f_1^2 l^2 E_s N$	$4\pi^2 m^2 f_1^3 l^2 E_s^2$

直接对式(7)中约束条件方程求解，得优化设计

变量 h 、 t 的迭代计算公式为：

$$\begin{cases} h_j = \sqrt{\frac{x_1 l^2 + x_2 l^4}{x_3 + x_4 l^4}} \\ t_j = \frac{h_j}{k} \end{cases} \quad (8)$$

优化设计变量 h 和 t 按下述迭代法求解。设对比值 k 的外层循环迭代为 $i=1,2,\dots,n$ ；对长细比 l 的内层循环迭代为 $j=1,2,\dots,m$ 。因此，本文迭代法的第 ji 步计算如下：

1) 假定 k_{ji} 和 l_{ji} ($j=1,2,\dots,m$ ， $i=1,2,\dots,n$)。一般可取 $k_{j1} > 2$ ， $k_{jn} \leq 110$ ， k_{jn} 过大会导致钢管壁厚太小。长细比的假定范围为 $l_c \leq l_{ji} \leq [l]$ ， $[l]$ 为满足组合构件刚度要求的容许长细比，实际计算时可根据具体情况选取不同设计规范中的规定值。

2) 由式(8)计算管材外径 h_{ji} 和壁厚 t_{ji} ，并计算实际长细比 \bar{l}_{ji} ，对图 1 所示组合构件情况 $\bar{l}_{ji} = l/h_{ji} \sqrt{f_1/f_2}$ 。

3) 检查 $|\bar{l}_{ji} - l_{ji}| \leq e$ ， e 为给定的允许误差值，如果满足则停止内层迭代，最优解为 $\{X\}_i^* = \{X\}_{ji}^*$ ，此时目标函数值为 $F_i(\{X\}_i^*)$ ，再选取 $k_{j,i+1} > k_{ji}$ ，回到步骤 1)；若不满足允许误差，当 $\bar{l}_{ji} > l_{ji}$ 时，再选取 $l_{j+1,i} = l_{ji} + 0.618(\bar{l}_{ji} - l_{ji})$ ，当 $\bar{l}_{ji} < l_{ji}$ 时，再选取 $l_{j+1,i} = \bar{l}_{ji} + 0.618(l_{ji} - \bar{l}_{ji})$ ，回到步骤 2)。

通过二重循环迭代，可得到一系列目标函数值 $F_1(\{X\}_1^*)$ 、 $F_2(\{X\}_2^*)$ 、 \dots 、 $F_n(\{X\}_n^*)$ ，对它们进行比较，对应目标函数值最小的设计变量为最优解。

4 算例

柱高 15m 的管材包裹预应力混凝土轴压方形柱，其两端铰接支承。预应力筋的弹性模量为 $1.95 \times 10^2 \text{ kN/mm}^2$ ，截面面积为 197.89 mm^2 ，初始张拉力 201kN，该柱承受的轴向压力为 1500kN。试求在满足稳定条件下，方形柱重量最轻设计。管材分别采用 PE、HDPE、PVC 和钢材，相应弹性模量和质量密度参见表 1，混凝土质量密度为 25.0 kN/m^3 ，弹性模量为 30.0 kN/mm^2 。

根据本文迭代法，得到不同管材包裹混凝土方形柱非线性规划问题的最优解，其计算结果如表 3 所示，目标函数 C 和比值 k 的关系曲线如图 2 所示。

图 2 中曲线 1、曲线 2、曲线 3 和曲线 4 分别为 PVC 管材、PE 管材、HDPE 管材和钢材包裹混凝土方形柱 $C-k$ 曲线。实际设计时,可根据理论最优解、各种管材壁厚的构造要求以及现有管材规格尺寸来合理地选择管材边长 h 和壁厚 t 。

表 3 各种管材柱的最优解
Table 3 Optimal solution of tubing column

管材	h/mm	t/mm	组合柱重/kN	比值 k
PE	348.58	8.94	42.74	39
HDPE	348.57	9.17	42.72	38
PVC	344.94	7.67	42.91	45
钢材	246.52	13.70	33.03	18

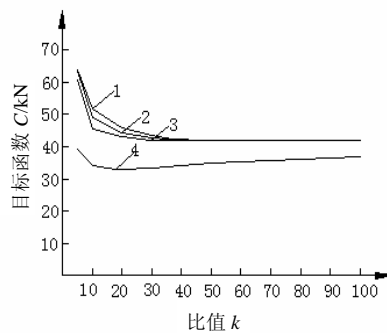


图 2 C 和 K 的关系曲线

Fig.2 C and K relational curve

本文方法同样可以求解以造价为目标函数的截面优化设计问题,只需将目标函数式(1)中 j 的第一项乘以管材单位重量造价系数,第二项乘以混凝土单位重量造价系数即可。

5 结论

对长细比较大的可施加预应力的管材包裹混凝土方形柱,其截面优化设计是以稳定作为约束条件,属于非线性规划问题。本文通过引入系数 k ,建立起合理的优化设计数学模型,以及设计变量的优化迭代计算方法,较好地解决了可施加预应力的管材包裹混凝土方形轴压柱截面优化设计问题。通过算例计算结果,可以看出:

(1) 在相同承载力情况下,4种不同管材包裹预应力混凝土方形柱中,优化计算结果以钢材作为管材的柱截面尺寸和重量最小,其他3种情况比较接近。

(2) 通过大量计算,与文献[6]中罚函数外点法相比,本文迭代法收敛速度快,迭代初值的选取不会产生不收敛现象。

(3) 本文方法概念简单,便于实用。

管材包裹预应力混凝土轴压柱的设计计算目前尚无规范可依,而这方面的研究工作也不多见,因此本文方法可为此类构件的实际设计提供参考。

参考文献:

- [1] Shakir K H, Mouli M. Further tests on concrete-filled rectangular hollow-section columns [J]. Structural Engineer, 1990, 68(20): 405-413.
- [2] Bradford M A. Design strength of slender concrete-filled rectangular steel tubes [J]. ACI Structural Journal, 1996, 93(2): 229-235.
- [3] Schneider S P. Axially loaded concrete-filled steel tubes [J]. Journal of Structural Engineering, 1998, 124(10): 1125-1138.
- [4] 钟善桐. 预应力钢结构[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1986.
Zhong Shantong. Prestressed steel structure [M]. Harbin: Publishing House of Harbin Institute of Technology, 1986. (in Chinese)
- [5] 舒赣平, 侯善民, 陈大好. 内撑式预应力撑杆柱的稳定承载能力试验研究[J]. 建筑结构学报, 2006, 27(5): 79-85.
Shu Ganping, Hou Shanming, Chen Dahao. Experimental research on prestressed stayed columns with inner brace [J]. Journal of Building Structures, 2006, 27(5): 79-85. (in Chinese)
- [6] 陈勇, 张耀春, 唐明. 设置直肋方形薄壁钢管混凝土长柱优化设计[J]. 沈阳建筑大学学报, 2005, 21(5): 478-481.
Chen Yong, Zhang Yaochun, Tang Ming. Optimal designs of square concrete filled thin-walled steel tube long columns with straight ribs [J]. Journal of Shenyang Jianzhu University, 2005, 21(5): 478-481. (in Chinese)
- [7] 陈波. 预应力钢管混凝土组合构件的稳定性研究[J]. 力学与实践, 2006, 28(3): 30-33.
Chen Bo. The stability of the prestressed concrete filled steel tubular member [J]. Mechanics in Engineering, 2006, 28(3): 30-33. (in Chinese)
- [8] 陈波. 截锥形预应力钢管混凝土组合构件的稳定承载力[J]. 固体力学学报, 2007, 28(2): 212-216.
Chen Bo. Stable carrying capacity of the prestressed concrete filled cut-off-cone steel tubular member [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2007, 28(2): 212-216. (in Chinese)
- [9] 陈波. 预应力钢管混凝土柱优化设计的罚函数法[J]. 特种结构, 2008, 25(1): 28-30.
Chen Bo. Penalty function method of optimization problem for prestressed concrete filled steel tubular column [J]. Special Structures, 2008, 25(1): 28-30. (in Chinese)
- [10] 欧阳可庆. 钢结构[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995.
Ouyang Keqing. Steel structure [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1995. (in Chinese)