

文章编号: 1000-4750(2013)Suppl-0115-05

局部断裂能在砂浆试件中的分布规律研究

杨树桐¹, 黄维平²

(1. 中国海洋大学工程学院土木系, 山东, 青岛 266100; 2. 中国海洋大学工程学院海洋工程系, 山东, 青岛 266100)

摘 要: 似水泥材料断裂能的尺寸效应可通过局部断裂能沿试件韧带方向的分布得以合理解释。该文针对砂浆三点弯曲切口梁, 通过解析方法建立了梁的极限荷载与裂缝尖端区域局部断裂能的关系, 并进行了不同高度、不同缝高比的三点弯曲梁试验。通过极限荷载的理论与试验结果的对比, 确定了不同初始裂缝尖端区域局部断裂能的大小, 进而得到了局部断裂能沿试件韧带方向的分布。结果表明, 与混凝土中局部断裂能的分布规律相似, 砂浆局部断裂能分布受试件的前后边界及裂缝尖端位置的虚拟边界影响, 呈三线性, 即远离试件后边界和虚拟边界时, 局部断裂能值几乎保持不变; 靠近两个边界时, 局部断裂能值不断降低。因此, 局部断裂能分布的三线性模型不仅适用于混凝土, 对砂浆等似水泥材料同样适用。

关键词: 砂浆; 局部断裂能分布; 极限荷载; 边界影响; 三线性模型

中图分类号: TU578.1 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.05.S015

STUDY ON LOCAL FRACTURE ENERGY DISTRIBUTION IN MORTAR SPECIMENS

YANG Shu-tong¹, HUANG Wei-ping²

(1. Department of Civil Engineering, College of Engineering, Ocean University of China, Qingdao, Shandong 266100, China;

2. Department of Ocean Engineering, College of Engineering, Ocean University of China, Qingdao, Shandong 266100, China)

Abstract: Size effect on fracture energy of cementitious materials can be explained reasonably in virtue of the local fracture energy distribution along the ligament of specimen. The correlation between the peak load and the local fracture energy at the crack tip region is established analytically for three-point-bending notched beams of mortar. Then tests are carried out for beams with different depths and different notch-to-depth ratios. Upon the comparison between the analytically predicted peak loads and the experimentally measured loads, the values of local fracture energy at different crack tip regions are determined, and then the local fracture energy distribution along the ligament of the specimen can be obtained. Results show that the local fracture energy distribution of mortar is affected by the front and back free boundary effects and the fictitious boundary effect at the notch tip, which is very similar with the phenomenon observed in concrete. A Tri-linear model of the local fracture energy distribution is yielded with almost constant values far away from the back free boundary and the fictitious boundary, but decreased values towards the referred two boundaries. Therefore, it can be concluded that the tri-linear model is suitable not only for concrete, but also for mortar and other cementitious materials.

Key words: mortar; local fracture energy distribution; peak load; boundary effect; tri-linear model

断裂能作为断裂力学中的重要参数, 可以很好地描述材料的断裂特性。国际材料与结构研究实验

联合会(RILEM)^[1]采用三点弯曲切口梁试验测混凝土与砂浆的断裂能, 假设外力所做的功全部转化为

收稿日期: 2012-05-06; 修改日期: 2013-01-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(50908136, 51079136)

通讯作者: 杨树桐(1979—), 男, 山东青岛人, 副教授, 博士, 硕导, 从事混凝土断裂力学、混凝土结构加固与锚固理论研究

(E-mail: yangshutong1979@yahoo.com.cn)

作者简介: 黄维平(1954—), 男, 辽宁抚顺人, 教授, 博士, 博导, 从事深水立管与浮式平台设计理论和分析方法研究(E-mail: wphuang@ouc.edu.cn)

裂缝扩展所需要的能量,单位裂缝面上所吸收的能量即为断裂能。断裂能作为一种材料常数,应该只与砂浆或混凝土的配比有关。然而,研究表明试验测得的混凝土与砂浆的断裂能具有明显的尺寸效应。20世纪80年代初,Bazant等^[2-3]提出的尺寸效应模型及 Carpinteri等^[4-6]提出的多分形尺寸定律用以解释混凝土断裂参数的尺寸效应。这两种模型认为断裂参数的尺寸效应仅与试件的绝对厚度或绝对高度有关。然而,Hu等认为导致尺寸效应发生的并非试件的绝对尺寸,而是裂缝前缘的断裂过程区与试件边界的相互作用^[7-9]。并引入了局部断裂能的概念,通过局部断裂能沿试件韧带方向的分布合理地解释了混凝土与砂浆断裂能的尺寸效应^[7-8]。此外,局部断裂能的大小与断裂过程区的宽度有关,且靠近试件的后边界时,局部断裂能不断降低^[7-8]。Duan等^[9]提出了一个双线性模型以描述局部断裂能的分布。该模型表明^[9],远离试件后边界时,局部断裂能保持为定值,即无尺寸效应的断裂能 G_F 。靠近后边界时,局部断裂能的值开始降低直至后边界时降为零。然而,该模型仅强调了试件后边界的影响。Muralidhara等^[10]通过声发射技术

观察混凝土三点弯曲切口梁中裂缝的扩展,结果发现局部断裂能的分布不仅受后边界的影响,还受初始裂缝尖端位置虚拟边界的影响。进而提出了三线模型,即虚拟边界上局部断裂能为零,随着远离虚拟边界,局部断裂能不断增加至无尺寸效应的断裂能。作者针对混凝土三点弯曲切口梁^[11],采用解析方法建立了梁的极限荷载与初始裂缝尖端区域局部断裂能的关系,通过与试验结果比较,得到了局部断裂能随初始裂缝长度的变化,进而确定了局部断裂能沿试件韧带方向的变化规律。结果表明^[11],混凝土中局部断裂能的分布,不仅受试件后边界和虚拟边界的影响,还受到试件前边界的影响。

本文将基于前期提出解析方法^[11],针对砂浆三点弯曲切口梁,通过建立极限荷载与初始裂缝尖端区域局部断裂能之间的关系,确定砂浆中的局部断裂能沿试件韧带方向的分布,进而可以将局部断裂能三线分布模型推广至所有似水泥材料。

1 极限荷载的求解

图1所示为一砂浆标准三点弯曲梁,高为 h ,宽为 b ,初始缝长为 a_0 ,跨长为 L ,且 $L=4h$ 。

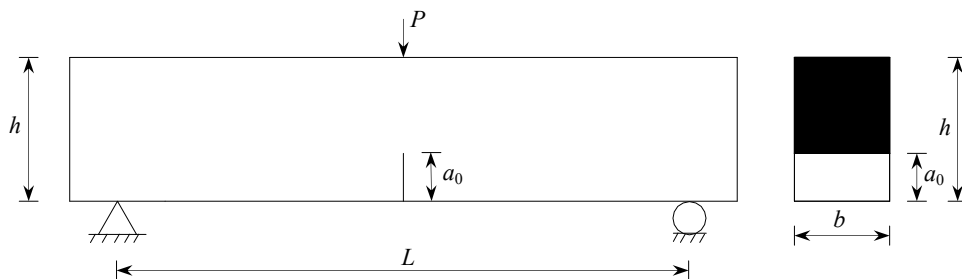


图1 砂浆标准三点弯曲梁

Fig.1 A standard three-point-bending notched beam of mortar

根据虚拟裂缝模型^[12],裂缝起裂后,其前缘微裂缝区可用一条虚拟裂缝模拟。虚拟裂缝面上粘聚力 σ_w 与裂缝宽度 w 的关系可采用图2所示的双线性模型^[13],其表达式为:

$$\sigma_w = f_{t-\max} \left(1 - \frac{36}{5} w / w_0 \right), \quad 0 \leq w \leq \frac{1}{9} w_0 \quad (1a)$$

$$\sigma_w = \frac{9}{40} f_{t-\max} (1 - w / w_0), \quad \frac{1}{9} w_0 \leq w \leq w_0 \quad (1b)$$

式中, $f_{t-\max}$ 指的是虚拟裂缝面上的最大拉应力。曲线下包围的面积 g_f 即为局部断裂能,指的是试件韧带高度方向上任意位置裂缝宽度从零增加至最大值 w_0 所释放的能量。

图3表示的是裂缝起裂和达到极限荷载之间某

时刻梁跨中截面应力与应变的分布。这里假设梁

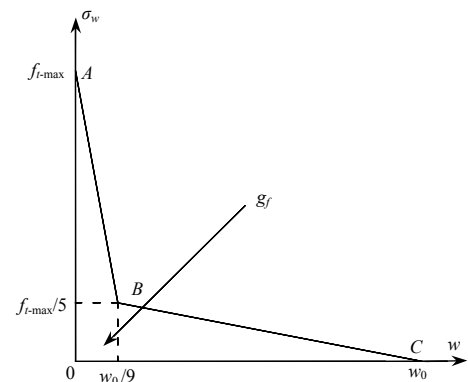


图2 σ_w 与 w 的双线性模型

Fig.2 Bilinear model for σ_w - w relationship

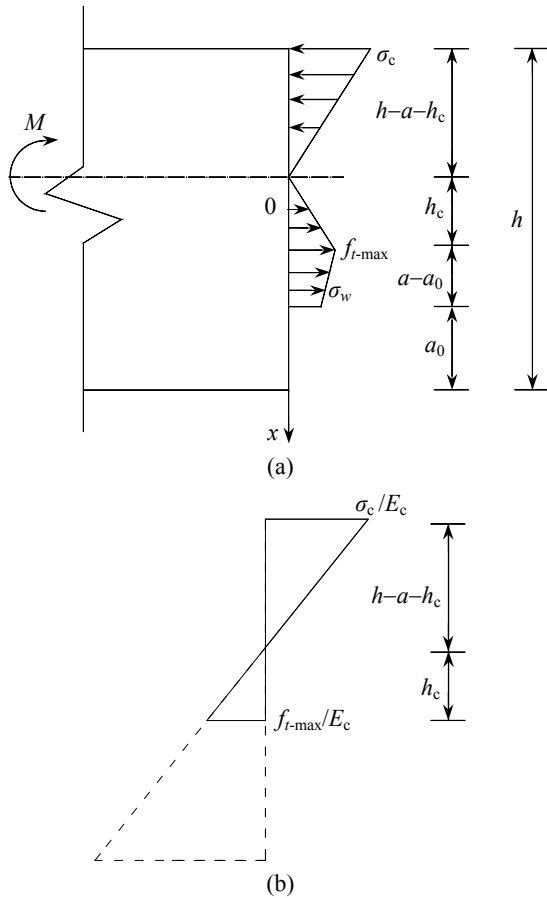


图3 跨中截面应力与应变沿梁高度方向的分布

Fig.3 Distributions of stresses and strains along the depth of beam in the mid-span

截面非开裂部分应力与应变沿梁高方向线性分布。此外，梁达到极限荷载时，裂缝的扩展量很小，通常为最大粒径的1倍~2倍。因此，为简化起见，假设达到极限荷载之前断裂过程区内的局部断裂能 g_f 保持不变。即图3中 g_f 在 $h_c \leq x \leq h_c + a - a_0$ 范围内为定值，记为初始裂缝尖端区域局部断裂能。

由图3(a)中力的平衡并结合图3(b)中应变的线性分布，可将截面上的弯矩 M 表示为裂缝长度 a 和初始裂缝尖端位置裂缝张开位移 w_l 的函数 $M(a, w_l)$ 。具体推导详见文献[11]。此外，裂缝口张开位移 $CMOD$ 可表示为^[14]：

$$CMOD = \frac{24Ma}{h^2 b E_c} \left[0.76 - 2.28 \frac{a+H_0}{h+H_0} + 3.87 \left(\frac{a+H_0}{h+H_0} \right)^2 - 2.04 \left(\frac{a+H_0}{h+H_0} \right)^3 + 0.66 \left(\frac{h+H_0}{h-a} \right)^2 \right] \quad (2)$$

其中： E_c 指的是砂浆的弹性模量； H_0 表示夹式引伸计的刀口厚度。这里假设裂缝张开面为平面，则裂缝口张开位移与初始裂缝尖端位置裂缝张开位移

的关系为：

$$CMOD = \frac{a+H_0}{a-a_0} w_l \quad (3)$$

将式(3)与弯矩 M 的表达式代入式(2)中，可以得到一个关于 a 和 w_l 的平衡方程，记作：

$$M_1(a, w_l) = 0 \quad (4)$$

为了计算 M 的最大值，本文采用拉格朗日乘数法。首先利用 M 的表达式和式(4)建立一个拉格朗日函数 $\Phi(a, w_l, \lambda)$ 如下：

$$\Phi(a, w_l, \lambda) = M(a, w_l) + \lambda \times M_1(a, w_l) \quad (5)$$

式中， λ 是一个待求参数。由下式：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a} = \frac{\partial \Phi}{\partial w_l} = \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 0 \quad (6)$$

可得到一个关于 a, w_l, λ 的非线性方程组。求解这个非线性方程组，可得 M 的最大值 M_{max} 。则最大荷载可通过下式求得：

$$P_{max} = \frac{4M_{max}}{L} - \frac{W}{2} \quad (7)$$

其中， W 为梁的自重。

很显然，计算得到的极限荷载大小主要取决于虚拟裂缝面上的最大应力 f_{t-max} 与初始裂缝尖端区域局部断裂能 g_f 。

2 局部断裂能沿试件韧带方向的分

前面已经假设梁达到极限荷载之前，断裂过程区内的局部断裂能保持为定值，且仅取决于初始裂缝的长度 a_0 。为了研究局部断裂能分布对梁极限荷载的影响，本文进行了不同缝高比且初始缝长变化范围较大的砂浆三点弯曲梁试验。砂浆的配合比为水：水泥：砂子=0.67：1：4。水泥采用标号为42.5的普通硅酸盐水泥。砂子采用中砂，最大粒径 $d_{max}=2mm$ 。砂浆28d的立方体抗压强度为36.1MPa，弹性模量为21.5GPa。试验中共准备了2种高度的砂浆试件，高度分别为80mm和120mm，跨高比为4，厚度均为40mm。其中，高度为80mm的试件，缝高比从0.15变化至0.6；高度为120mm的试件，缝高比从0.15变化至0.75。

由于砂浆材料结构组织的不均匀性，虚拟裂缝面上最大拉应力 f_{t-max} 的值在不同位置具有一定的随机性，但从统计意义上说它应该是一个材料常数。因此，对每种高度的梁，均考虑 f_{t-max} 的一个变化范围，以反映其数值上的随机特征。对于高度为

80mm 的梁, $f_{i-\max}$ 的上下限分别取 5.7MPa 和 4.7MPa。对于高度为 120mm 的梁, $f_{i-\max}$ 的上下限分别取 5.5MPa 和 3.5MPa。此外, 还将考虑初始裂缝尖端区域局部断裂能 g_f 的上下限。取 g_f 的上限为 100N/m, 即无尺寸效应的断裂能。下限为 0, 即裂缝很容易地绕过骨料而不需吸收任何能量, 且没有粘聚力产生。基于 $f_{i-\max}$ 和 g_f 的上下限计算出来的极限荷载及其与试验结果的比较见图 4 和图 5。

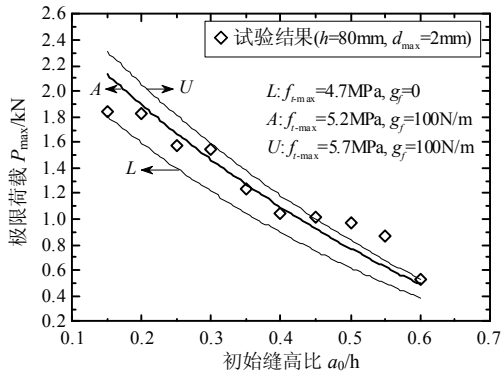


图 4 高度为 80mm 试件极限荷载的理论及试验结果比较
Fig.4 Comparison between the analytically predicted and experimentally measured peak loads for the beams with heights 80mm

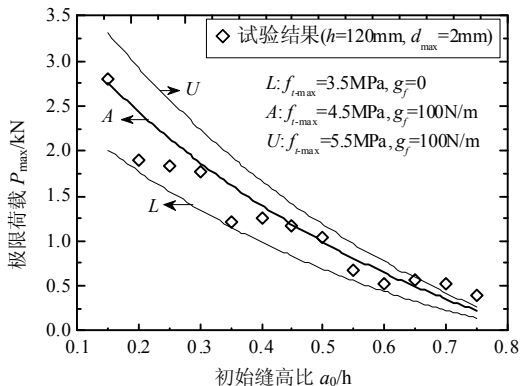


图 5 高度为 120mm 试件极限荷载的理论及试验结果比较
Fig.5 Comparison between the analytically predicted and experimentally measured peak loads for the beams with heights 120mm

从图 4 和图 5 中可以看出, 绝大多数试验点落在曲线 L 与曲线 U 之间, 这说明所取的 $f_{i-\max}$ 和 g_f 的上下限值是合理的。其中, 曲线 U 代表的是 $f_{i-\max}$ 取上限值, 且假设局部断裂能沿韧带方向大小均为无尺寸效应断裂能的值计算出来的极限荷载。显然, 仅有少量的试验点分布于曲线 U 上或其外侧。曲线 L 代表一种最差的情况, 此时 $f_{i-\max}$ 取下限值, 且裂缝一起裂, 即到达极限状态。 $f_{i-\max}$ 的平均值分别为 5.2MPa 和 4.5MPa, 相对误差分别是 $\pm 9.6\%$ 和 $\pm 22\%$, 这在实际工程中是可以接受的。取 $f_{i-\max}$ 的

平均值及 g_f 的上限值计算得到的极限荷载分别见图 4 和图 5 中的曲线 A 。

根据图 4 中试验点与曲线 A 之间的关系, 可以发现这些试验点可以分为 2 个部分。第 1 部分 ($a_0/h=0.15\sim 0.2$) 中, 所有的点均在曲线 A 之下。而在第 2 部分 ($a_0/h=0.2\sim a_0/h=0.6$) 中, 试验点几乎均匀地分布于曲线 A 上下两侧, 且非常接近该曲线。这说明该范围内, g_f 几乎保持不变, 大小为无尺寸效应的断裂能 G_F 。前已述及, 极限荷载大小主要取决于虚拟裂缝面上的最大应力 $f_{i-\max}$ 与初始裂缝尖端区域局部断裂能 g_f 。因此, 第 1 部分中试验点均在曲线 A 之下的原因有 2 个。一个是该区域内的 $f_{i-\max}$ 较低。然而, 尽管 $f_{i-\max}$ 的值有一定的随机性, 但从统计意义上说它是一个材料常数。对于同种材料的三点弯曲梁, $f_{i-\max}$ 不可能随缝高比发生变化。因此, 唯一的可能便是该区域内初始裂缝尖端区域的局部断裂能 g_f 明显低于第 2 部分中的局部断裂能 G_F 。根据文献[11]对混凝土中局部断裂能分布的分析, 说明对于高度为 80mm 的砂浆试件, 距离试件前边界为 $0.2h(\approx 8d_{\max})$ 范围内, 局部断裂能 g_f 大小明显受到试件前边界的影响。而在距离前边界为 $0.2h\sim 0.6h$ 范围内, 局部断裂能大小不受试件前后边界的影响, 因此保持为无尺寸效应的断裂能 G_F 。但由于该种高度的梁, 最大缝高比只有 0.6, 因此试件后边界的影响尚未体现出来。但根据文献[7]的结论, 砂浆试件的后边界效应是存在的, 且文献中仅强调了试件的后边界效应, 未提及前边界的影响。

图 5 中的现象与图 4 不同。在缝高比的变化范围内 ($0.15\sim 0.75$), 试验点几乎始终均匀地分布于曲线 A 的上下两侧。说明该范围内, 局部断裂能大小始终保持为 G_F , 未受到试件前后边界的影响。这是因为在高度为 120mm 的梁中, 最小缝高比为 $0.15(\approx 9d_{\max})$ 。按照前面的分析, 前边界的影响范围约为 $8d_{\max}$ 。显然, 图 5 中试件的 g_f 均超出了前边界的影响范围, 故而 g_f 的值几乎保持不变。此外, 缝高比为 0.7 和 0.75 的试件, 试件断裂后发现初始裂缝尖端有大石子存在, 且破坏型式为大石子被拉断, 导致试验测得的极限荷载偏高。因此, 从图 5 的试验点与曲线 A 的关系中未发现试件后边界的影响。

实际上, 裂缝扩展过程中, 紧靠初始裂缝尖端位置为微裂缝扩展区, 该处的局部断裂能应该为零。随着远离初始裂缝尖端, 局部断裂能的值急剧

上升,这就是所谓的初始裂缝尖端位置的虚拟边界影响^[10]。基于此,结合上述的分析,可以得到砂浆试件中局部断裂能沿试件韧带方向的三线性分布,见图6。显然,砂浆试件中的局部断裂能分布受前

后边界与虚拟边界的影响。且只有当初缝长及韧带足够长时,局部断裂能分布在很大范围内才能保持为无尺寸效应的断裂能 G_F 。由此按照 RILEM 标准^[1]计算出来的断裂能 G_f 无明显的尺寸效应。

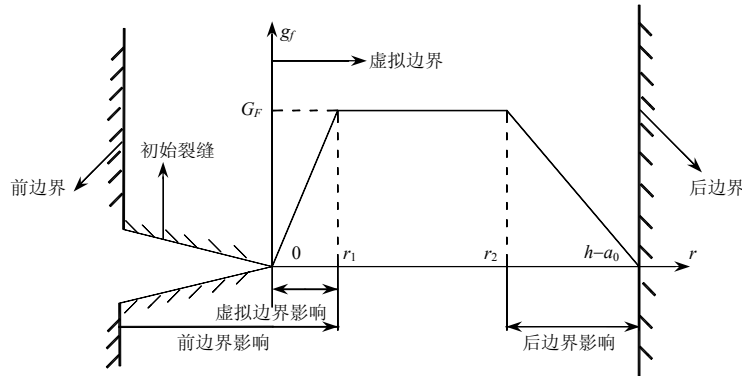


图6 局部断裂能沿砂浆试件韧带方向的分布

Fig.6 Local fracture energy distribution along the ligament of mortar specimen

3 结论

本文针对砂浆三点弯曲切口梁,基于虚拟裂缝模型^[12],通过力的平衡及变形协调条件,将梁的荷载表示为裂缝长度 a 与初始裂缝尖端位置裂缝宽度 w_l 的表达式,并建立了 a 与 w_l 的平衡方程。采用拉格朗日乘数法,计算得到了梁的极限荷载 P_{\max} 。结果表明, P_{\max} 的大小取决于虚拟裂缝面上的最大拉应力 $f_{l-\max}$ 及初始裂缝尖端区域局部断裂能 g_{r_0} 。进而进行了不同高度、不同缝高比的砂浆三点弯曲切口梁试验。通过极限荷载的理论及试验结果的对比,确定了初始裂缝尖端区域局部断裂能随初始裂缝长度的变化规律,进而得到了局部断裂能沿试件韧带方向的分布。结果表明,与混凝土中局部断裂能的分布规律相似,砂浆局部断裂能分布受试件的前后边界及裂缝尖端位置的虚拟边界影响,呈三线性,即远离试件后边界和虚拟边界时,局部断裂能值几乎保持不变;靠近两个边界时,局部断裂能值不断降低。由此可见,局部断裂能分布的三线性模型不仅适用于混凝土,对砂浆等似水泥材料同样适用。

参考文献:

- [1] RILEM Draft Recommendation. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams [J]. *Materials and Structures*, 1985, 18(106): 287-290.
- [2] Bažant Z P. Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1984,

- 110(4): 518-535.
- [3] Bažant Z P, Kazemi M. Determination of fracture energy, process zone length and brittleness number from size effect, with application to rock and concrete [J]. *International Journal of Fracture*, 1990, 44(2): 111-131.
- [4] Carpinteri A, Chiaia B, Ferro G. Size effects of nominal tensile strength of concrete structures: multifractality of materials ligaments and dimensional transition from order to disorder [J]. *Materials and Structures*, 1995, 28(180): 311-317.
- [5] Carpinteri A, Chiaia B. Multifractal nature of concrete fracture surfaces and size effects on nominal fracture energy [J]. *Materials and Structures*, 1995, 28(182): 435-443.
- [6] Carpinteri A, Chiaia B. Size effects on concrete fracture energy: Dimensional transitions from order to disorder [J]. *Materials and Structures*, 1996, 29(189): 259-266.
- [7] Hu X Z, Wittmann F H. Fracture energy and fracture process zone [J]. *Materials and Structures*, 1992, 25(6): 319-326.
- [8] Hu X Z. Fracture process zone and strain softening in cementitious materials [R]. Switzerland, AEDIFICATIO, 1995.
- [9] Duan K, Hu X Z, Wittmann F H. Boundary effect on concrete fracture and non-constant fracture energy distribution [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2003, 70(16): 2257-2268.
- [10] Muralidhara S, Raghu Prasad B K, Karihaloo B L, Singh R K. Size-independent fracture energy in plain concrete beams using tri-linear model [J]. *Construction and Building Materials*, 2011, 25(7): 3051-3058.

(参考文献[11]-[14]转第131页)

- & Technology (Natural Science Edition), 2004, 19(3): 53—57. (in Chinese)
- [3] 顾安忠. 迎向“十二五”中国 LNG 的新发展[J]. 天然气工业, 2011, 31(6): 1—11.
Gu Anzhong. Outlook of LNG development in the twelfth Five-Year plan of China [J]. Natural Gas Industry, 2011, 31(6): 1—11. (in Chinese)
- [4] Bamforth. The structural permeability of concrete at cryogenic temperatures [D]. Birmingham: University of Aston, 1987.
- [5] 李会杰, 谢剑. 超低温环境下钢筋与混凝土的粘结性能[J]. 工程力学, 2011, 28(增刊 I): 80—84.
Li Huijie, Xie Jian. Bonding properties between reinforcement and concrete at cryogenic temperatures [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(Suppl I): 80—84. (in Chinese)
- [6] Takashi Miura. The properties of concrete at very low temperatures [J]. Materials and Structures, 1989, 22: 243—254.
- [7] 王传星, 谢剑, 李会杰. 低温环境下混凝土性能的试验研究[J]. 工程力学, 2011, 28(增刊 II): 182—186.
Wang Chuanxing, Xie Jian, Li Huijie. Experimental research on the properties of concrete under low-temperature [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(Suppl II): 182—186. (in Chinese)
- [8] 王传星, 谢剑, 杨建江. 超低温环境下混凝土的性能[J]. 低温建筑技术, 2009, 31(9): 8—10.
Wang Chuanxing, Xie Jian, Yang Jianjiang. Properties of concrete under extremely low temperature [J]. Low Temperature Architecture Technology, 2009, 31(9): 8—10. (in Chinese)
- [9] 山根昭. 超低温混凝土[J]. 低温建筑技术, 1980, 2(1): 57—60.
Shan Genzhao [Japan]. Cryogenic concrete [J]. Low Temperature Architecture Technology, 1980, 2(1): 57—60. (in Chinese)
- [10] Vandewalle L. Bond between a reinforcement bar and concrete at normal and cryogenic temperatures [J]. Journal of Materials Science Letters, 1989, 8: 147—149.
- [11] Rostasy F S, Schneider U, Wiedemann G. Behavior of mortar and concrete at extremely low temperatures [J]. Cement and Concrete Research, 1979, 9(3): 365—376.
- [12] Lahlou Dahmani, Amar Khenane, Salah Kaci. Behavior of the reinforced concrete at cryogenic temperatures [J]. Cryogenics, 2007, 47: 517—525.
- [13] 刘爽, 顾祥林, 黄庆华. 超低温下钢筋力学性能的试验研究[J]. 建筑结构学报, 2008, 29(增刊 I): 47—51.
Liu Shuang, Gu Xianglin, Huang Qinghua. Experimental study on mechanical properties of steel bars at super-low temperature [J]. Journal of Building Structures, 2008, 29(Suppl I): 47—51. (in Chinese)
- [14] 刘爽, 黄庆华, 顾祥林. 超低温下钢筋混凝土梁受弯承载力研究[J]. 建筑结构学报, 2009, 30(增刊 II): 86—91.
Liu Shuang, Huang Qinghua, Gu Xianglin. Study on bending bearing capacity of reinforced concrete beams at super-low temperature [J]. Journal of Building Structures, 2009, 30(Suppl II): 86—91. (in Chinese)
- [15] Liu Shuang, Gu Xianglin, Huang Qinghua. Experimental study on the bending behavior of reinforced concrete beams under super-low temperature [C]// ASCE. Earth and Space 2010: Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments. USA: ASCE, 2010: 3537—3544.
- [16] 谢剑, 王传星, 李会杰. 超低温混凝土降温回温曲线的试验研究[J]. 低温建筑技术, 2009, 32(3): 1—3.
Xie Jian, Wang Chuanxing, Li Huijie. Experimental study on the curve of the temperature reduction and comeback in concrete [J]. Low Temperature Architecture Technology, 2009, 32(3): 1—3. (in Chinese)
- [17] 吴洪海, 谢剑. 超低温冻融循环作用对混凝土性能的影响[C]//《工程力学》杂志社. 第 20 届全国结构工程学术会议论文集(第 I 册). 宁波:《工程力学》杂志社, 2011: 403—406.
Wu Honghai, Xie Jian. Ultra-low temperature freeze-thaw cycle effects on concrete performance [C]// Engineering Mechanics. 20th National Structure Engineering Conference Proceedings (Volume one). Ningbo: Engineering Mechanics, 2011: 403—406. (in Chinese)

(上接第 119 页)

- [11] Yang S, Hu X, Wu Z. Influence of local fracture energy distribution on maximum fracture load of three-point-bending notched concrete beams [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(18): 3289—3299.
- [12] Hillerborg A, Modeer M, Petersson P. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements [J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773—782.
- [13] Abdalla H M, Karihaloo B L. A method for constructing the bilinear tension softening diagram of concrete corresponding to its true fracture energy [J]. Magazine of Concrete Research, 2004, 56(10): 597—604.
- [14] Tada H, Paris P C, Irwin G R. The stress analysis of cracks handbook [M]. St. Louis, Missouri: Paris Productions Incorporated, 1985: 1—463.