

文章编号: 1000-4750(2013)Suppl-0195-05

考虑初始缺陷的碳纤维增强压弯钢构件 稳定问题研究

钮 鹏^{1,2}, 金春福³, 杨 刚⁴, 张 迪¹

(1. 沈阳大学建筑工程学院, 辽宁, 沈阳 110044; 2. 沈阳大学辽宁省环境岩土工程重点实验室, 辽宁, 沈阳 110044;

3. 辽宁省交通高等专科学校公路工程质量检测中心, 辽宁, 沈阳 110122; 4. 大连海事大学道路与桥梁工程研究所, 辽宁, 大连 116026)

摘 要: 该文推导了在轴压和弯矩共同作用下具有初始几何缺陷且拉压侧外表面粘贴碳纤维片后的 H 形截面构件绕强轴失稳时极限荷载的计算公式。通过采用弹塑性有限元法, 结合非线性屈曲理论, 进行了受初始几何缺陷影响的碳纤维增强钢构件在压弯荷载共同作用下的屈曲分析, 并得到极限承载力的数值解。将有限元结果与 Ježek 法得到的解析解进行比较, 可以发现两种结果吻合较好。计算结果表明, 当构件两端给定的弯矩超过某一数值后, 具有缺陷的碳纤维增强 H 型钢构件的极限承载力高于完善的 H 型裸钢构件的极限承载力, 表明了碳纤维作为增强材料的有效性和可用性。

关键词: 结构工程; 钢结构; 弹塑性稳定; 初始缺陷; Ježek 法

中图分类号: O344.7; TU391 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.06.S031

A STUDY ON STABILITY OF STEEL MEMBER WITH INITIAL IMPERFECTION WRAPPED BY CARBON FIBER

NIU Peng^{1,2}, JIN Chun-fu³, YANG Gang⁴, ZHANG Di¹

(1. Institute Of Architectural Engineering, Shenyang University, Shenyang, Liaoning 110044, China;

2. Key Laboratory of Geoenvironmental Engineering of Liaoning Province, Shenyang University, Shenyang, Liaoning 110044, China;

3. Highway Engineering Quality Inspection Center of Liaoning Provincial Communications College, Shenyang, Liaoning 110122, China;

4. Institute of Road and Bridge Engineering, Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning 116026, China)

Abstract: Considering the initial imperfection, the analytical expressions of calculating the ultimate load of buckling about the neutral axis with the maximum moment of inertia for an H-shaped member with flange outsides wrapped by carbon fiber are derived. Using the elastic-plastic finite element method and the theory of nonlinear buckling, the impact by initial geometric imperfections on an H-shaped steel member wrapped by carbon fiber under axial compressive load and bending moment are analyzed and the numerical solutions of ultimate bearing capacity are obtained. By the comparison with the values of the finite element method (FEM), it shows that the analytical method proposed is valid. When the given moment is more than a certain value, the ultimate bearing capacity of the steel member wrapped by carbon fiber is higher than that of the H-shaped perfection bare steel member. It is taken to illustrate that it is the effectiveness and availability to carbon fiber as reinforcement material.

Key words: structure engineering; steel structure; elastic-plastic buckling; initial imperfection; Ježek method

收稿日期: 2012-06-18; 修改日期: 2013-03-22

基金项目: 国家科技支撑计划项目(2011BAJ06B04); 沈阳大学辽宁省环境岩土工程重点实验室开放基金项目(201243)

通讯作者: 钮 鹏(1979—), 女, 辽宁抚顺人, 讲师, 博士, 主要从事结构工程研究(E-mail: np777@126.com).

作者简介: 金春福(1977—), 男, 辽宁沈阳人, 讲师, 博士, 主要从事地下结构工程及桥梁监控研究(E-mail: kim777@126.com);

杨 刚(1959—), 男, 辽宁沈阳人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构工程研究(E-mail: yanggang@dlnu.edu.cn);

张 迪(1992—), 男, 辽宁兴城人, 主要从事结构工程研究(E-mail: binaoqao@163.com).

工程中绝对完善的构件是不存在的。在构件的生产, 运输, 安装等一系列活动中不可避免地会产生初始缺陷, 而这些初始缺陷所引起的大量安全问题都属于构件的第二类稳定问题, 即非完善体系的极值点失稳^[1-7]。结构的极限承载力除了取决于其承受的荷载之外还要受到初始缺陷的分布的影响。而实际结构中的初始几何缺陷都是随机分布的, 在理论分析中需要假定一个缺陷的分布形式。本文仅考虑初始几何缺陷的影响, 且曲线采用常见的呈正弦的一个半波形式, 其中将半波最大值作为实际初始几何缺陷来考虑, 其值取构件长度的 1/1000。

对于构件截面规则简单且受力明确而不复杂的稳定问题, 利用 Ježek^[8-9]方法来求解其解析解是一种新的研究方法。目前对于此方法的研究和文献都比较少。本文推导了两端简支并受轴向集中压力和弯矩共同作用下的具有初始弯曲缺陷且在构件的外表面粘贴碳纤维片的 H 型钢构件绕截面强轴发生失稳破坏时极限荷载的计算公式, 将最终的解析解与大型有限元软件计算结果进行对比与分析。以前期工作为基础^[9], 本文继续沿用相同的分析与计算思路。认为屈服面由受压侧翼缘开始进入到此侧腹板, 再到受拉侧也开始屈服, 并由此情形逐渐扩大到受拉侧腹板内这一系列状态。

1 基本假定

本文公式推导将限于如下基本假设: ① 构件两端铰支且两端仅受纵向集中力 P 和弯矩 M 的作用, 见图 1; ② 构件为理想弹塑性体, 材料的应力与应变关系曲线参见图 2; ③ 碳纤维为正交各向

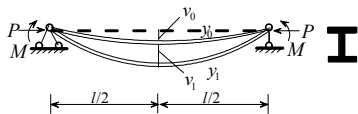


图 1 简支 H 型钢构件两端受压弯荷载作用

Fig.1 The H-shaped steel member with simply supported edges under the axial compressive load and bending moment

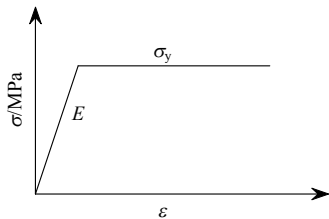


图 2 材料的应力与应变关系曲线

Fig.2 Stress-strain the relationship of material

贴于构件受拉压外表面上且两者之间粘接完好, 相对无滑移; ⑤ 仅对截面强轴发生平面内弯曲; ⑥ 弯曲变形为小变形且为正弦曲线的半个波。

2 弹塑性失稳分析

2.1 仅受压区翼缘进入屈服状态(见图 3)

参见文献[8], 根据假定 $y_1 = v_1 \sin(\pi x / l)$ 及中点挠曲率公式 $\varphi = -y_1''(l/2) = v_1 \pi^2 / l^2 = (\sigma_y + \sigma_t) / Eh_e = (\sigma_y + \sigma_t) / Eh_e$, 得 $\sigma_t = \kappa v_1 h_e - \sigma_y$, 其中 $\kappa = \pi^2 E / l^2$ 。直接给出 x 轴方向上的力和弯矩平衡方程:

$$P = P_y - \frac{b\kappa v_1}{2}(t - h + h_e)^2 - \frac{t_w \kappa v_1}{2}(2h_e - h)(h - 2t) - \frac{bt\kappa v_1}{2}(2h_e - t) + \lambda bs(\kappa v_1 h - 2\kappa v_1 h_e + 2\sigma_y) \quad (1)$$

$$M_x = M + P(v_0 + v_1) = \frac{1}{12}(3h - 2h_e)\kappa b v_1 h_e^2 - \frac{\kappa v_1}{12}(h - 2t)^3(b - t_w) + \frac{1}{2}\lambda bs\kappa v_1 h^2 \quad (2)$$

其中, $P_y = \sigma_y A$, $A = bh - (b - t_w)(h - 2t)$ 。 A 为构件横截面积; h 和 b 分别为 H 形截面的总高度和截面总宽度; t 和 t_w 分别为上下翼缘高度及腹板厚度; h_e 为构件截面弹性核高度(如图 3 所示, 阴影部分为塑性区); E_f 和 E 分别为碳纤维弹性模量及钢构件弹性模量; s 为纤维厚度; ϵ_c 为构件上表面碳纤维应变; ϵ_t 为构件下表面及粘贴于此的碳纤维应变; σ_y 和 σ_t 分别为构件的屈服强度及下表面应力; σ_{fc} 和 σ_{ft} 分别为构件上下翼缘碳纤维所受应力; v_0 和 v_1 分别为构件中点初始挠度和受力变形的挠度, 总体变形挠度为这两者之和。

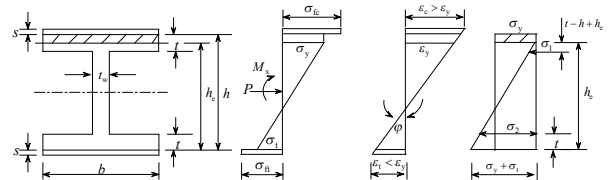


图 3 中央截面仅受压区上翼缘内屈服的应力和应变

Fig.3 The strain and stress of the central section only when the plastic region yielded in compression top flange

将式(2)分别对 v_1 求导, 并对式(2)进行移项处理, 有:

$$P = \frac{1}{2}\kappa b h_e^2 \left(\frac{h}{2} - \frac{h_e}{3} \right) + \frac{1}{2}\kappa v_1 b (h h_e - h_e^2) \frac{dh_e}{dv_1} -$$

$$\frac{\kappa}{12}(h-2t)^3(b-t_w) + \frac{\lambda b s \kappa h^2}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda b s \kappa v_1 h^2}{2(v_0 + v_1)} - \frac{M}{(v_0 + v_1)} \quad (4)$$

$$P = \frac{3h-2h_e}{12(v_0 + v_1)} \kappa b v_1 h_e^2 - \frac{\kappa v_1 (h-2t)^3}{12(v_0 + v_1)} (b-t_w) +$$

从式(1)中解出:

$$h_e = h - 2t + \frac{t_w(2t-h)}{b} - 2\lambda s +$$

$$2\lambda s \sqrt{1 + \frac{(4t-h) + t_w(h-2t)}{2\lambda s} + \frac{\sigma_y}{\lambda s \kappa v_1} + \frac{2t^2 - th}{2\lambda^2 s^2} + \frac{t_w^2(2t-h)^2}{4\lambda^2 s^2 b^2} + \frac{t_w(-h+2t)(h-4t)}{4\lambda^2 s^2 b} - \frac{P - P_y}{2\lambda^2 s^2 \kappa v_1 b}}.$$

其中, λ 为碳纤维与钢材弹性模量之比。在同一坐标系下画出这 2 条 $P-v_1$ 关系曲线, 其交点即为压弯构件的极限荷载 P_u 。

2.2 屈服逐步进入受压区腹板内(见图 4)

按照上述分析方法可得到屈服面扩展到受压侧腹板内的情况, 此时 $P-v_1$ 关系的 2 个方程为:

$$P = \frac{b\kappa h_e^2}{12}(3h-2h_e) + \frac{1}{2}\lambda b s \kappa h^2 + \left\{ \frac{b\kappa v_1}{2}(hh_e - h_e^2) +$$

$$\frac{\kappa v_1}{2}(h_e - t)(b-t_w)(t-h+h_e) \right\} \frac{dh_e}{dv_1} -$$

$$\frac{\kappa}{12}(h_e - t)^2(b-t_w) + (3h-2h_e-4t) \quad (5)$$

$$P = -\frac{\kappa v_1}{12(v_0 + v_1)}(h_e - t)^2(b-t_w)(3h-2h_e-4t) +$$

$$\frac{b\kappa v_1 h_e^2}{12(v_0 + v_1)}(3h-2h_e) + \frac{\lambda b s \kappa v_1 h^2}{2(v_0 + v_1)} - \frac{M}{(v_0 + v_1)} \quad (6)$$

其中:

$$h_e = t - \frac{bt}{t_w} - \frac{2\lambda bs}{t_w} + 2\lambda s \sqrt{\frac{-b}{t_w} \left(\frac{2t-h}{2\lambda s} + \frac{t^2}{4\lambda^2 s^2} \right) + \frac{b^2}{t_w^2} \left(1 + \frac{t}{\lambda s} + \frac{t^2}{4\lambda^2 s^2} \right) + \frac{b\sigma_y}{\lambda s \kappa v_1 t_w} - \frac{P - P_y}{2\lambda^2 s^2 \kappa v_1 t_w}}.$$

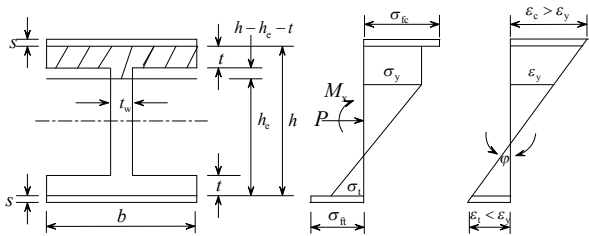


图 4 中央截面受压区翼缘和腹板屈服的应力和应变
Fig.4 The strain and stress of the central section when the plastic region yielded in compression flange and web

2.3 受拉区翼缘也开始屈服的情况(见图 5)

此时的 2 个 $P-v_1$ 曲线为:

$$P = -\frac{b\sigma_y^2}{3\kappa v_1^2} \left(3h - \frac{4\sigma_y}{\kappa v_1} - 6c \right) + \frac{b\sigma_y^2}{3\kappa v_1} \left(\frac{4\sigma_y}{\kappa v_1^2} - 6 \frac{dc}{dv_1} \right) + \sigma_y b(h-c) \frac{dc}{dv_1} - \frac{\kappa v_1}{6}(b-t_w) \left(\frac{2\sigma_y}{\kappa v_1} - t + c \right) \cdot \left(3h - \frac{4\sigma_y}{\kappa v_1} - 4t - 2c \right) \left(\frac{-2\sigma_y}{\kappa v_1^2} + \frac{dc}{dv_1} \right) - bc\sigma_y \frac{dc}{dv_1} - \frac{\kappa v_1}{6}(b-t_w) \left(\frac{2\sigma_y}{\kappa v_1} - t + c \right)^2 \left(\frac{2\sigma_y}{\kappa v_1^2} - \frac{dc}{dv_1} \right) +$$

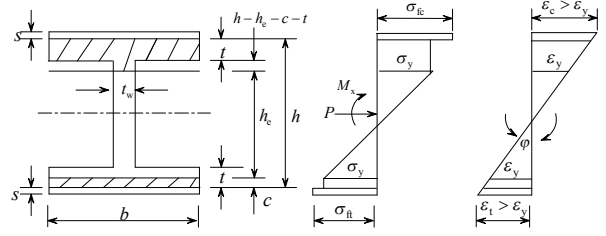


图 5 中央截面受压及受拉区下翼缘内屈服的应力和应变
Fig.5 The strain and stress of the central section when plastic region yielded in compression and tension bottom flange

$$\frac{\lambda b s h^2 \kappa}{2} - \frac{\kappa}{12}(b-t_w) \left(\frac{2\sigma_y}{\kappa v_1} - t + c \right)^2 \cdot \left(3h - \frac{4\sigma_y}{\kappa v_1} - 4t - 2c \right) \quad (7)$$

$$P = \frac{1}{(v_0 + v_1)} \left\{ \frac{b\sigma_y^2}{3\kappa v_1} \left(3h - \frac{4\sigma_y}{\kappa v_1} - 6c \right) + bc\sigma_y(h-c) + \frac{\lambda b s h^2 \kappa v_1}{2} - \frac{\kappa v_1}{12}(b-t_w) \left(\frac{2\sigma_y}{\kappa v_1} - t + c \right)^2 \cdot \left(3h - \frac{4\sigma_y}{\kappa v_1} - 4t - 2c \right) - M \right\} \quad (8)$$

其中, c 为构件受拉侧截面的屈服高度。

$$c = t + \frac{2\sigma_y t_w + 2\lambda b s \kappa v_1}{(b - t_w) \kappa v_1} - (2\sigma_y^2 (P - P_y)(b - t_w) / \kappa v_1 + 2\sigma_y^3 b(2bt - 2t_w t + 2\lambda t_w s + 2\lambda b s) / \kappa v_1 + 4\sigma_y^4 b t_w / \kappa^2 v_1^2 + \sigma_y^2 \lambda b s(4\lambda b s - 4t_w t + 4bt + 2ht_w - 2bh))^{1/2} / (\sigma_y (b - t_w))$$

2.4 上下翼缘和腹板均进入屈服状态(见图 6)

这一状态下的 2 个 $P-v_1$ 曲线为:

$$P = \frac{2\sigma_y^3 t_w}{3\kappa^2 v_1^3} + \frac{\lambda b s \kappa t_w \sigma_y P^2}{2(t_w \sigma_y + \lambda b s \kappa v_1)^3} + \frac{\lambda b s \kappa h^2}{2} \quad (9)$$

$$P = \frac{1}{(v_0 + v_1)} \left\{ \frac{\sigma_y t_w h^2}{4} - \frac{\sigma_y^3 t_w}{3\kappa^2 v_1^2} - \frac{t_w \sigma_y P^2}{4(t_w \sigma_y + \lambda b s \kappa v_1)^2} + \sigma_y t (h - t)(b - t_w) + \frac{\lambda b s \kappa v_1 h^2}{2} - M \right\} \quad (10)$$

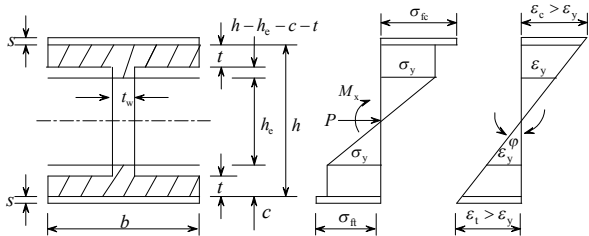


图 6 中央截面受压受拉区翼缘腹板均屈服的应力和应变
Fig.6 The strain and stress of the central section when plastic region yielded in tension、compression flange and web

3 算例与数值分析

本文选用与文献[9]相同的钢结构模型以及材料特性参数等。取初始曲率 v_0 为构件长的 1/1000。此时钢构件弹性极限弯矩与塑性极限弯矩分别为:

$$M_e = \sigma_y W = 108.34 \text{ kN} \cdot \text{m},$$

$$M_u = 1.11 M_e = 120.6 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

表 1 给出了 H 型钢构件在粘贴碳纤维片后各种参数随着弯矩的变化而变化的规律。当弯矩逐渐增加时, 构件的极限承载力和弹性核高度逐渐降低, 而中点挠度与受拉侧表面应力却逐渐增加。弯矩逐渐增加并达到某一特定值后, 相应的受拉侧屈服高度才开始出现并逐渐增加。当弯矩分别为特殊点 62.8/kN·m, 87.75/kN·m, 109.9/kN·m 时, 恰好是这 4 种情况的分界点。我们也可从以下数据来辨别分界点的位置, 例如第 1 种情况的弹性核高度值, 第 2 种情况的受拉侧表面应力及第 3 种情况的受拉侧表面屈服高度值。

表 1 弯矩变化对各参数的影响
Table 1 The influence of bending moment

弯矩 $M/$ (kN·m)	极限荷载 $P_u/$ (kN)	构件中点挠度 $v_1/$ (mm)	弹性核高度 $h_e/$ (mm)	受拉侧表面应力 $\sigma_n/$ (MPa)	受拉区屈服高度 $c/$ (mm)
10	729.27	64.23	194.09	18.48	
30	549.06	80.53	191.07	77.85	
62.8	323.96	101.17	188.0	151.72	
70	282.83	115.17	174.74	174.16	
80	232.19	140.25	155.0	206.98	
87.75	198.16	167.25	138.23	235.0	
90	188.9	170.84	135.3	240.12	1.457
100	147.98	181.41	127.43	264.03	7.87
109.9	102.84	172.21	134.24	277.04	12.00
110	102.41	173.03	133.6	278.82	12.46
115	80	246.15	92.91	426.67	38.3

本文在数值分析过程中选取了有限单元法中的 BEAM189 单元来模拟粘贴碳纤维片后 H 型钢构件的极限承载力的变化。首先根据特征值屈曲分析方法得到模型的初始几何缺陷, 同时利用弧长法进行非线性计算。最后图 7 给出了理论解析方法与非线性有限元分析方法所得到的结果的对比。由图 7 可知, 两种结果变化趋势基本一致, 吻合情况较好, 从而也说明了理论公式推导的正确性。

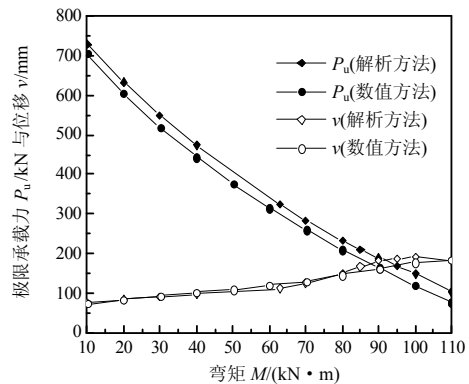


图 7 两种方法求解缺陷构件的 $M-P_u$ 与 $M-v$ 关系曲线
Fig.7 The relation curves of $M-P_u$ and $M-v$ of imperfection member by two methods

当两端所给定的弯矩值逐渐增加时, 简支构件的极限承载力逐渐降低, 这个基本规律在表 1 及文献[9]中已有说明, 在图 8 中也有所体现。当弯矩给定较小值时, 此时缺陷的影响比较大, 即使粘贴碳纤维增强之后, 钢构件的极限承载力也没有完善裸钢时的极限承载力高。而随着弯矩的逐渐增加, 初始几何缺陷的影响逐渐降低, 而碳纤维所发挥的增强效果却越来越明显。最终使得碳纤维增强后的钢构件在具有几何缺陷的情况下极限承载力达到或超出了完善裸钢构件的极限承载力。这也正说明了

碳纤维在增强和加固构件稳定性方面具有良好的应用性和优越性。

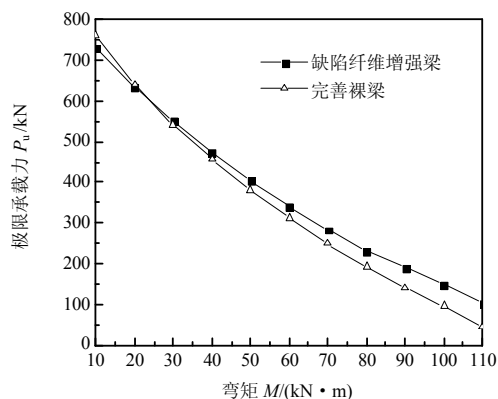


图8 两种构件的弯矩与极限承载力关系曲线

Fig.8 The relation curves of M - P_u of the two kinds of members

4 结论

(1) 本文理论推导了两端简支且具有初始几何缺陷的 H 型钢构件外表面粘贴碳纤维片后在轴心压力和弯矩的作用下极限承载力的计算公式。将理论推导的解析结果与有限元数值模拟结果相比较, 得到吻合较好的两组曲线, 从而说明了利用 Ježek 方法理论推导及分析的正确性。对于截面简单不复杂的构件, 使用 Ježek 方法可获得较为精准的解析解。

(2) 碳纤维的增强效果可以使具有初始几何缺陷的钢构件的极限承载力在一定程度上超越完善裸钢构件的极限承载力, 这有效的说明了碳纤维在增强和加固构件稳定性方面的适用性和材质得以充分发挥的优越性。若通过对简支构件两端给定的弯矩值加以设定, 即可对构件的极限承载力的大小有所掌握和控制, 从而避免和减少了构件发生失稳破坏所带来的损失^[10-11]。同时, 本文的计算结果也为工程设计和施工人员提供了较好的理论基础和应用参考依据。

参考文献:

[1] 钟炜辉, 郝际平, 樊春雷. 初始几何缺陷轴心压杆的弹塑性冲击屈曲研究[C]. 第 20 届全国结构工程学术会议. 北京: 《工程力学》杂志社, 2011: 552-556.
Zhong Weihui, Hao Jiping, Fan Chunlei. Study on elastic-plastic impact buckling of axial compression bar with initial imperfection [C]. The 20th Proceedings of the Conference on Structural Engineering. Beijing: Engineering Mechanics Press, 2011: 552-556. (in Chinese)

[2] 王小平, 林少书, 钟国辉. 切割对 C 形冷弯型钢短柱

初始几何缺陷的影响[J]. 武汉理工大学学报, 2005, 27(6): 58-61.

Wang Xiaoping, Lin Shaoshu, Zhong Guohui. Effect of cutting on initial geometric imperfections of cold-formed steel stub columns with C-section [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2005, 27(6): 58-61. (in Chinese)

[3] 马丽红, 邱志平, 王晓军. 不确定初始几何缺陷壳的动态屈曲分析[J]. 固体力学学报, 2009, 30(3): 301-308.

Ma Lihong, Qiu Zhiping, Wang Xiaojun. Dynamic buckling analysis of shells with uncertain initial geometrical imperfections [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2009, 30(3): 301-308. (in Chinese)

[4] 许强. 薄壁曲梁线弹性理论和弹塑性稳定极限承载力分析[D]. 浙江: 浙江大学, 2002.

Xu Qiang. Linear elastic theory and ultimate load carrying capacity analysis of thin-walled curved beams [D]. Zhejiang: Zhejiang University, 2002. (in Chinese)

[5] 丁阳, 齐麟, 杨律磊, 等. 考虑杆件失稳的初始缺陷单层网壳极限承载力分析[J]. 天津大学学报, 2011, 44(12): 1070-1074.

Ding Yang, Qi Lin, Yang Lülei, et al. Ultimate bearing capacity analysis of single layer latticed shell with initial imperfection considering member buckling [J]. Journal of Tianjin University, 2011, 44(12): 1070-1074. (in Chinese)

[6] 侯和涛, 李国强. 初始几何缺陷对钢框架柱性能的影响(II): 参数分析[J]. 建筑钢结构进展, 2007, 9(2): 20-26.

Hou Hetao, Li Guoqiang. Influence of the initial geometric imperfections on the behavior of steel frame columns (II): Parametric analysis [J]. Progress in Steel Building Structures, 2007, 9(2): 20-26. (in Chinese)

[7] Sawyer H A. Post-static behavior of wide-flange steel beams [J]. American Society of Civil Engineers Structure Division, 1961, 87(8): 43-71.

[8] Niu Peng, Yang Gang, Jin Chunfu. Analytical solution of elastic-plastic buckling of a square steel tube column under axial compressive load and bending moment [J]. Key Engineering Material, 2010(452/453): 485-488.

[9] 钮鹏, 杨刚, 金春福, 等. 碳纤维增强的 H 型压弯钢柱弹塑性失稳分析[J]. 工程力学, 2010, 27(增刊 I): 85-89.

Niu Peng, Yang Gang, Jin Chunfu, et al. Analytical solution of elastic-plastic buckling of an H-shaped steel column wrapped by carbon fiber under axial compressive load and bending moment [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(Suppl I): 85-89. (in Chinese)

[10] Liu X, Silva P F, Nanni A. Rehabilitation of steel bridge members with FRP composite materials [C]. Porto, Portugal: CCC2001, Composites in Construction, 2001: 613-617.

[11] Miller F C, Chajes M J, Mertz D R, et al. Strengthening of a steel bridge girder using CFRP plates [J]. Journal of Bridge Engineering, 2001, 6(6): 514-522.