

文章编号: 1000-4750(2013)Suppl-0053-06

# 高架桥-地铁站-桩-土复杂结构体系地震反应分析

张海顺, 姜忻良, 张亚楠

(天津大学建筑工程学院/滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室(天津大学), 天津 300072)

**摘 要:** 基于 ANSYS 对机场航站区高架桥与其下通过的地铁车站的交叉处结构进行了地震反应分析研究, 建立了高架桥-地铁站-桩-土相互作用复杂结构体系的计算模型, 同时与桥墩墩底简化为固定端模型单独来分析计算上部桥体以及取消地铁结构替换为承台和桩基础的整体模型进行了地震时程反应对比分析。结果表明: 考虑相互作用后, 整体结构的动力特性与刚性地基假定下的结果存在较明显的差异, 不但体系的自振周期增大, 并且前几阶主要振型也有很大改变; 整体结构的最大位移增大, 但顺桥向与横桥向增大幅度明显不同; 而对于最大位移节点的加速度、桥梁支座及桥墩墩底反力, 三者的顺桥向与横桥向的差别更加明显, 其顺桥向比固定端模型减小, 而横桥向出现增大的情况。这些现象表明: 对复杂结构体系进行抗震设计分析时, 考虑土-结构动力相互作用带来的影响十分必要。

**关键词:** 结构工程; 抗震分析; 有限元方法; 曲线桥梁; 地下结构; 活动盆式支座

**中图分类号:** TU317.1    **文献标志码:** A    **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.06.S041

## SEISMIC ANALYSIS ON THE VIADUCT-SUBWAY STATION-PILE-SOIL COMPLEX STRUCTURE SYSTEM

ZHANG Hai-shun, JIANG Xin-liang, ZHANG Ya-nan

(School of Civil Engineering, Tianjin University/Key Laboratory of Coastal Civil Engineering Structure and Safety (Tianjin University),

Ministry of Education, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** Based on ANSYS, a whole complex junction structure system between an airport viaduct project and a subway station was mainly analyzed. The complex structure model considering viaduct-subway station-pile-soil interactions was established and calculated by using an earthquake response analysis process. Also the conventional rigid foundation method and the whole model without subway station were contrast analyzed. The analysis results show that: due to the influence of PSSI(Pile-Soil and Structure Interactions), the overall structure dynamic properties have clear differences with the conventional rigid foundation model, the system natural vibration period increases, and first few main vibration modes have great changes. The bridge maximum displacement is raised, but the displacement changes of the longitudinal and transverse direction have differences. To the acceleration of the maximum displacement node, the bearing and the pier reaction, the longitudinal differences are more apparent than the transverse ones. Comparing the conventional rigid foundation method model, the longitudinal direction changes reduce above three items, but increase in the transverse direction. Therefore, when the whole complex structure system is analyzed, the dynamic analysis of considering PSSI is very necessary.

**Key words:** structural engineering; seismic analysis; finite element method; curved bridges; underground structure; activities tub bearing

收稿日期: 2012-06-20; 修改日期: 2012-11-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(51178308, 51278335)

通讯作者: 姜忻良(1951—), 男, 浙江嘉兴人, 教授, 博士, 博导, 主要从事地下工程土与结构相互作用的研究(E-mail: jiangxinliang@126.com).

作者简介: 张海顺(1984—), 男, 天津人, 博士生, 主要从事土与结构相互作用以及结构抗震研究(E-mail: zhangyibiao\_0216@163.com);

张亚楠(1982—), 女, 河北承德人, 博士生, 主要从事土与结构相互作用以及结构抗震研究(E-mail: zyn603@sina.com).

在当今交通工程中,市政公路桥梁与地下轨道交通不可避免会存在空间交叉现象,所带来的问题也日益突出,在无法错开的情况下较佳的解决方法是采用共用基础,该形式因节约城市用地、有效利用建筑空间等优点逐渐被采用。但同时此种复杂的交叉结构也对结构设计,特别是结构抗震设计提出了新的挑战,并且在其抗震设计中为了真实反映其实际情况,应建立三维实体有限元模型进行分析,并合理地考虑土-结构动力相互作用。基于 ANSYS 分析方法,以天津机场航站楼高架桥与其下通过的地铁线路采用共构形式的复杂交叉区域为例,以尝试揭示复杂交叉结构地震反应的受力机理。

## 1 工程概述与模型建立

天津滨海国际机场航站区高架桥工程见图 1,桥梁全长 656.2m,其中航站楼第 6 联、第 7 联钢箱梁桥体与城铁 M2 线机场站相交叉,斜交角度约 45°,结构形式为高架桥与下部地铁共构。这种交叉结构设计研究复杂,对高架桥-地铁站-桩-土复杂结构体系进行地震时程反应分析非常必要。

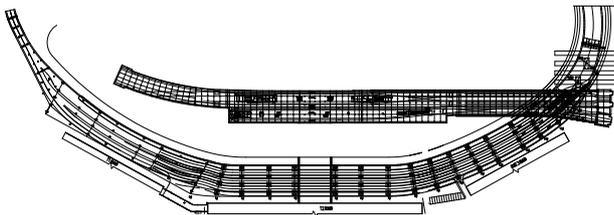


图 1 高架桥与地铁平面整体布置图  
Fig.1 The whole arrangement plane of the viaduct and subway

根据高架桥与地铁站交叉处的桥梁支座实际情况,截取第 6 联、第 7 联两个两跨连续钢箱梁作为上部高架桥的计算部分;下部地铁截取与上部高架桥相关部分长度计入计算。理论上土体截取范围应足够大,但由于三维土-结构相互作用分析的复杂性和巨大的计算量使其难以在实际中应用,所以将一致粘弹性人工边界引用到土-结构相互作用系统中。本文土体截取范围见图 2 四周边线,其边界采用粘弹性边界,模拟未计入的土体在地震波作用下对结构的影响<sup>[1-2]</sup>。

模型中将钢箱梁桥面,地铁楼板和两侧结构墙、地下连续墙定义为 ANSYS 中 SHELL43 单元,将桥墩,地铁梁柱定义为 BEAM188 单元;将桩与其周围土等效成桩-土复合结构并与剩余土体和承台利用 SOLID45 单元来模拟;再利用粘弹性弹簧

COMBIN14 单元来模拟土体边界,用双线性弹簧 COMBIN40 和线性 COMBIN14 单元来模拟桥梁的活动盆式支座。

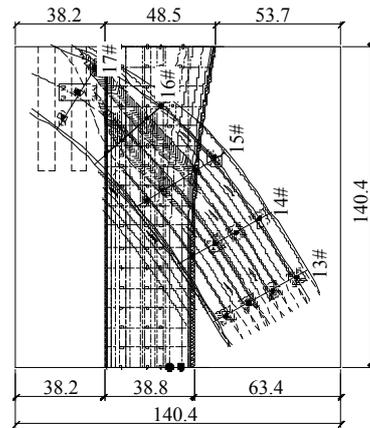


图 2 高架桥与地铁交叉处平面布置图 /m  
Fig.2 The floor plane of the viaduct and subway

钢箱梁采用 Q345D 钢材,桥墩、桩、承台、地铁梁柱、两侧墙体均采用 C30 混凝土,整个模型分为三步建立。首先依照坐标建立桥面节点,并形成钢箱梁;然后复制节点作为桥墩上端,并向下建立桥墩,再定义局部坐标系来建立承台和桩基础。其次建立下部地铁结构,包括地铁梁柱、楼板、两侧墙体以及桩-土复合结构。最后建立土体,据勘察报告中深度为 60m 的土层为岩层可设为固定端,为了计算方便将这 60m 深的不同土层按厚度加权等效分为 3 层类型土,具体土的参数见表 1,整体结构模型见图 3。

表 1 地基土地质参数

Table 1 The geological parameters of foundation soil

编号	厚度 h/m	E/MPa	泊松比 $\mu$	C/kPa	摩擦角 $\varphi(^{\circ})$	湿容重/(kg/m <sup>3</sup> )
1	3	23.1	0.40	12.0	10.0	1820
2	28	51.9	0.40	15.6	20.2	1960
3	29	74.2	0.35	27.1	18.9	2050

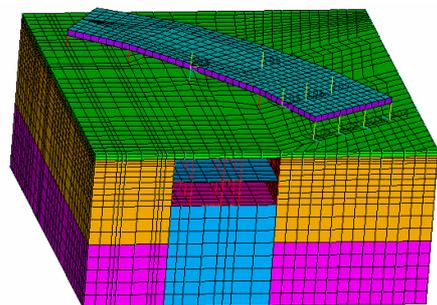


图 3 整体结构模型

Fig.3 The whole structure model

## 2 模型关键节点处理

### 2.1 桥梁支座处理

高架桥支座通常采用滑动支座,本文中采用活动盆式支座,有限元中采用双线性弹塑性弹簧单元来模拟,其临界滑动摩擦力  $F_{\max}$  (kN):

$$F_{\max} = \mu_d R \quad (1)$$

初始刚度为:  $k = F_{\max} / x_y \quad (2)$

式中:  $\mu_d$  为滑动摩擦系数,一般取 0.02;  $R$  为支座所承担的上部结构重力;  $x_y$  为活动盆式支座屈服位移。

ANSYS 中桥梁支座力学模型可以简化为由水平两方向的非线性弹簧 COMBIN40 单元以及竖向的线性弹簧 COMBIN14 单元所组成。盆式支座的水平方向基本参数主要有:  $K_u$  (屈服前刚度)、 $K_d$  (屈服后刚度)、 $Q_d$  (屈服力)和阻尼比。而 COMBIN40 弹簧单元的实常数主要有:  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $C$  (阻尼), FSLIDE (界限滑移力), GAP (间隙大小)。由力学原理可以得到这些实常数的选取方法:  $K_2 = K_d$ ,  $K_1 = K_u - K_d$ , FSLIDE =  $Q_d$ , GAP = 0, 支座的刚度与阻尼的取值,对本模型的计算起到很大影响。根据参考文献[3]以及试验结论,本文将桥梁支座中水平单元 COMBIN40 实常数设为  $K_1 = 20 \text{ MN/m}$ ,  $K_2 = 20 \text{ MN/m}$ , FSLIDE = 100kN,  $C = 5 \times 10^4$ , 而桥梁支座的竖向单元 COMBIN14 单元取为刚性弹簧。

### 2.2 桥墩墩底节点处理

桥墩墩底和承台的连接,有限元中通过节点耦合和约束方程来实现。节点耦合为桥墩 BEAM188 单元节点与承台 SOLID45 单元节点耦合其各自的 3 个平动自由度, BEAM188 的 3 个转动自由度则与 SOLID45 的上表面节点的平动自由度建立约束方程。而桥墩 BEAM188 与楼板 SHELL43 的连接与上述不同。其二者的节点为同一节点,不需要耦合其 3 个平动自由度。但是二者的 ROTz 概念不同,所以要单一建立 ROTz 的自由度约束方程。同理,将地铁柱和楼板同样建立两个约束方程,不再赘述。

### 2.3 结构粘弹性边界的建立

土-结构动力相互作用中的土体截取的地基范围过大会导致结构计算模型太大,而截取地基的范围太小又会使散射波在人工边界上产生反射而导致计算结果存在较大误差甚至错误。为了减小模型误差,需要在边界上设置人工边界。现有的粘弹性

人工边界在具体使用时采用弹簧和阻尼器模拟,据此可以利用一种等效的粘弹性人工边界单元来模拟。三维粘弹性人工边界等效物理系统的弹簧系数  $K_b$  和阻尼系数  $C_b$  分别为:

切向边界(两个)

$$K_{bt} = \alpha_t \frac{G}{R}, \quad C_{bt} = \rho c_s \quad (3)$$

法向边界(一个)

$$K_{bn} = \alpha_n \frac{G}{R}, \quad C_{bn} = \rho c_p \quad (4)$$

式中:  $K_{bt}$ 、 $K_{bn}$  分别为弹簧法向与切向刚度;  $R$  为波源至人工边界点的距离;  $c_s$  和  $c_p$  分别为 S 波和 P 波波速;  $G$  为介质剪切模量;  $\rho$  为介质质量密度;  $\alpha_t$  与  $\alpha_n$  分别为切向与法向粘弹性人工边界参数。参数  $\alpha_t$  与  $\alpha_n$  可以在一定范围内取值,均可以给出良好的计算结果,本文中  $\alpha_t$  取 0.5,  $\alpha_n$  取 1.0。

## 3 荷载工况组合和约束

### 3.1 地震波的选择和计算模型

时程分析的地震波均采用《天津滨海国际机场工程场地地震安全性评价报告》中地震加速度时程,为基岩波反演计算得来的地面波,3 种人工合成地震波 E1、E2 各一条。当地震波三向加载时,另外两个方向的地震波峰值分别取主方向地震波峰值的 0.85 倍和 0.65 倍。

为比较计算结果,本文考虑 3 种模型进行计算,分别定义为模型 1、模型 2 和模型 3。模型 1 为按常规算法的将桥墩墩底简化为固定端模型,单独分析计算上部桥体;模型 2 为考虑 PSSI,将高架桥-地铁站-桩-土作为一整体的计算模型进行计算分析;模型 3 为取消地铁结构替换为承台和桩基础,即每个桥墩均有独立的桩基础的整体结构来与前两种模型进行对比分析。将 3 种模型各施加 3 种地震波 E1 和 E2 进行时程分析。

### 3.2 地震波的输入方向

而对于地震波的施加方向的确定也是关键的一步,显然,地震沿不同的方向输入时,结构中产生的地震效应是不同的,只有在某一特定的地震波输入方向下,结构物内某点的某一应力才达到最大值<sup>[4-5]</sup>。对于平面形状复杂的不规则桥梁,结构没有明确的主方向。目前常见的处理方法是沿多个可能方向分别输入地震波,通过计算比较不同方向输入时的结果,确定最不利的地震输入方向。这种方

法不仅计算工作量大, 数据整理麻烦, 在工程设计中使用很不方便。

当单向地震波沿结构水平面内任意方向输入时, 若按反应谱方法计算结构地震反应, 用 SRSS 法进行振型组合, 则结构第  $i$  个自由度的最大地震位移响应为:

$$(u_{i\alpha})_{\max} = \sqrt{\sum_{j=1}^N (\beta_j \gamma_{j\alpha} \phi_{ij})^2} \quad (5)$$

式中:  $\phi_{ij}$  为结构第  $i$  个自由度的第  $j$  阶振型值;  $\beta_j$  为位移反应谱对应于频率  $\omega_j$  的值;  $\gamma_{j\alpha}$  为结构在水平面内  $\alpha$  方向的振型参与系数。

设单向地震动由结构水平面输入, 与  $x$  轴的夹角为  $\alpha$ , 则:

$$\gamma_{j\alpha} = \gamma_{jx} \cos \alpha + \gamma_{jy} \sin \alpha \quad (6)$$

式中,  $\gamma_{jx}$  和  $\gamma_{jy}$  分别为结构第  $j$  阶振型  $x$  方向、 $y$  方向的振型参与系数。

把式(6)代入式(5), 可得:

$$\begin{aligned} (u_{i\alpha})_{\max}^2 &= \sum_{j=1}^N (\beta_j \gamma_{j\alpha} \phi_{ij})^2 \cdot \\ &= \sum_{j=1}^N (\beta_j \phi_{ij} (\gamma_{jx} \cos \alpha + \gamma_{jy} \sin \alpha))^2 = \\ &= (u_{ix})_{\max}^2 \cos^2 \alpha + (u_{iy})_{\max}^2 \sin^2 \alpha + \\ &= \sum_{j=1}^N (u_{ixj})_{\max} (u_{iyj})_{\max} \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (7)$$

式中:  $(u_{ixj})_{\max}$ 、 $(u_{iyj})_{\max}$  为地震波沿结构  $x$  轴、 $y$  轴输入时第  $i$  个自由度的第  $j$  阶振型的反应最大值;  $(u_{ix})_{\max}$ 、 $(u_{iy})_{\max}$  为用 SRSS 法组合得到的第  $i$  个自由度的最大值。

设:

$$(u_{ixy})_{\max}^2 = \sum_{j=1}^N (u_{ixj})_{\max} (u_{iyj})_{\max} \quad (8)$$

则式(7)可以简化为:

$$(u_{i\alpha})_{\max}^2 = (u_{ix})_{\max}^2 \cos^2 \alpha + (u_{iy})_{\max}^2 \sin^2 \alpha + (u_{ixy})_{\max}^2 \sin 2\alpha \quad (9)$$

对式(9)进行求导, 可得到第  $i$  个自由度  $u_i$  的地震波输入主方向  $\alpha_{cr}$  及所有输入方向中的最大值  $(u_i)_{\max}$ :

$$\tan 2\alpha_{cr} = \frac{2(u_{ixy})_{\max}^2}{(u_{ix})_{\max}^2 - (u_{iy})_{\max}^2} \quad (10)$$

$$(u_{ixy})_{\max}^2 = \frac{(u_{ix})_{\max}^2 + (u_{iy})_{\max}^2}{2} \pm$$

$$\sqrt{\left[ \frac{(u_{ix})_{\max}^2 - (u_{iy})_{\max}^2}{2} \right]^2 + (u_{ixy})_{\max}^2} \quad (11)$$

如果双向地震波分别单独沿结构物  $x$  轴、 $y$  轴输入时, 结构物第  $i$  个自由度的最大地震反应分别为  $(u_{ixx'})_{\max}$ 、 $(u_{iyx'})_{\max}$ 、 $(u_{ixy'})_{\max}$ 、 $(u_{iyy'})_{\max}$ , 则当双向地震同时沿图 4 所示的  $x'$ 、 $y'$  方向输入, 空间组合采用 SRSS 方法时, 第  $i$  个自由度总的最大地震反应为:

$$\begin{aligned} (u_{i\alpha})_{\max}^2 &= (u_{ixx'})_{\max}^2 + (u_{iyy'})_{\max}^2 = \\ &= ((u_{ixx'})_{\max}^2 + (u_{iyy'})_{\max}^2) \cos^2 \alpha + \\ &= ((u_{iyx'})_{\max}^2 + (u_{ixy'})_{\max}^2) \sin^2 \alpha + \\ &= ((u_{ixy'})_{\max}^2 + (u_{iyy'})_{\max}^2) \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (12)$$

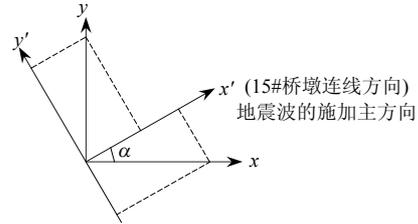


图 4 确定地震波的输入方向

Fig.4 Determine direction of the input seismic wave

比较式(9)和式(12)可以看出, 两式在形式上是相同的。因此, 地震波双向输入时的主方向  $\alpha_{cr}$  及所有方向中  $u_i$  最大值  $(u_i)_{\max}$  的计算公式与式(10)和式(11)形式是相同的。

如果双向地震输入谱之间有下列关系:

$$\beta_2 = \lambda \beta_1, \quad \lambda \leq 1 \quad (13)$$

则式(12)可简化为:

$$\begin{aligned} (u_{i\alpha})_{\max}^2 &= ((u_{ixx'})_{\max}^2 + \lambda^2 (u_{iyy'})_{\max}^2) \cos^2 \alpha + \\ &= ((u_{iyx'})_{\max}^2 + \lambda^2 (u_{ixx'})_{\max}^2) \sin^2 \alpha + \\ &= (1 - \lambda^2) (u_{ixy'})_{\max}^2 \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (14)$$

由式(14)得出:

$$\tan 2\alpha_{cr} = \frac{2(u_{ixy'})_{\max}^2}{(u_{ixx'})_{\max}^2 - (u_{iyx'})_{\max}^2} \quad (15)$$

式(15)表明, 当双向地震输入谱之间有式(13)关系时, 则单向与双向地震作用下的地震输入主方向相同。

根据式(10)和式(11), 不论对任何结构, 只要任取两个不重合的方向输入波, 便能得到地震沿最不利方向作用时结构中任一点或任一截面上的最大反应。对两个不重合方向的计算也可以在程序中同时进行, 直接得出最不利的反应, 这一特点对复杂

工程抗震设计非常有用。这种方法只需计算一次,就可得到结构中所有构件的最大值。通过计算,其结果是 $\alpha_{cr}$ 约为沿着轴 15#4 个桥墩连线方向时,三种结构的地震响应 $(u_i)_{\max}$ 最大,所以以地震波的施加方向取为 15#桥墩连线为主方向,也就是本文横桥向方向。

## 4 模态分析

对 3 种模型进行模态分析<sup>[6]</sup>,表 2 列出前 4 阶模态频率和振型说明。模型 1 的振型说明中显示其模态都是有规律地成对依次呈现,模型 2 考虑了地下结构和土体的影响,基本频率降低是由于考虑了地铁结构与桩土的影响而引起的,并且模型 2 的首阶振型与模型 1 的首阶振型不同,从横桥向平动为主改变为两联桥顺桥向平动为主。模型 3 仅考虑桩基,与存在地铁结构相比刚度降低,使得的体系基本频率进一步降低。由表 2 可以看出,3 种模型不但基本频率数值上有较大得差异,而且前几阶主要振型形状有很大的改变。

表 2 3 种模型前 4 阶频率及振型  
Table 2 Top 6 frequencies and vibration mode

	模态	频率/Hz	桥体振型说明
模型 1	1	2.15	横桥向平动
	2	2.36	顺桥向平动
	3	2.50	横桥向相反平动
	4	2.57	顺桥向相向平动
模型 2	1	0.85	两联桥顺桥向平动为主
	2	0.94	两联桥横桥向平动为主
	3	1.07	两联桥横、顺桥向均平动
	4	1.08	第六联绕 14#-1 桥墩转动为主
模型 3	1	0.52	两联桥顺桥向平动为主
	2	0.55	两联桥横桥向平动为主
	3	0.61	第六联绕 14#-1 桥墩转动为主
	4	0.72	横桥向相反平动为主

## 5 地震波时程分析

对上述 3 种模型分别施加若干条地震波进行时程对比分析<sup>[7-10]</sup>,其工况包括单向横桥方向、单向顺桥方向、三向横桥方向和三向顺桥方向,且上述 4 种工况均包含 E1 和 E2。篇幅所限,表 3 仅列出 3 种模型在上述 3 条 E2 地震波三向加载时作用下的最大地震响应的地震波所对应工况响应。

表 3 中包括 3 种模型中横桥向、顺桥向的桥面单向最大位移  $V$  和该点的加速度峰值  $A$ ; 活动盆式支座的单向最大反力  $F$ ; 桥墩墩顶的单向最大位移  $U$ ; 14#、15#、16#三排部分桥墩墩底的最大剪力,  $QX$  为横桥向剪力,  $QY$  为顺桥向剪力。

表 3 桥墩位移和反力响应峰值汇总分析  
Table 3 Pier max displacement and reaction summary comparative analysis

	模型 1	模型 2	模型 3
	横[顺]桥向	横[顺]桥向	横[顺]桥向
$V/cm$	5.82[4.27]	7.22[4.64]	6.97[4.82]
$A/gal$	757[589]	784[555]	670[475]
$F/kN$	751[631]	764[593]	731[559]
$U/cm$	2.19[1.61]	3.30[1.58]	4.13[2.68]
桥墩编号	$QX[QY]/kN$	$QX[QY]/kN$	$QX[QY]/kN$
14#-1	739[743]	767[738]	721[651]
14#-3	837[569]	860[529]	786[519]
15#-2	1066[637]	1158[636]	972[574]
15#-3	1065[648]	1129[667]	960[584]
16#-3	697[695]	756[729]	657[621]
16#-4	679[801]	739[829]	639[699]

单独对时程结果进行分析,从表 3 数据可以看出,相对于模型 1 中单独桥体顺桥向位移,模型 2、模型 3 因其考虑了地下结构和土体影响使二者的顺桥向位移均增大。对 3 种模型最大位移节点的位移时程进行二次微分得到该节点的加速度时程,并且将 3 种模型中部分桥梁支座的横桥向、顺桥向反力峰值统一汇于表 3。可以看出,相对于模型 1 中单独桥体顺桥向的加速度和支座反力,模型 2、模型 3 因其考虑了相互作用效应使二者均减小,其中模型 3 由于基础地基的刚度比模型 2 小,使其降低幅度比模型 2 大;对于该节点的横桥向加速度和支座反力,模型 2、模型 3 的变化却不同,与模型 1 相比,模型 2 增加,模型 3 则减少。

将 3 种模型中所有桥墩墩底的横桥向、顺桥向的反力汇于表 3。可以得到,除个别桥墩单向反力之外,相对于模型 1 中单独桥体墩底反力峰值,模型 2 和模型 3 因其考虑了相互作用效应使二者的反力变化不同。模型 2 的墩底反力峰值增加,而模型 3 的墩底反力峰值降低。

## 6 结论

本文对 3 种模型进行模态分析与地震时程反应分析,得到如下结论:

(1) 模态分析结果表明,考虑相互作用后,结构的动力特性与刚性地基假定下的结果存在较明显的差异。体系的自振基本频率均比不考虑土-结构共同作用时减小,且地基基础刚度越小,其变化幅度越大。同时考虑相互作用后体系的模态振型变得越为复杂,前几阶主要振型形状有很大的改变,这表明体系的动力特性不仅取决于上部结构本身的性质,而且与地基特性和基础刚度等密切相关。

(2) 整体结构(模型 2, 模型 3)的最大位移均比不考虑相互作用(模型 1)时增大,且地基基础刚度越小,则变化幅度越大,但顺桥向与横桥向有差别;最大位移节点加速度、桥梁支座及桥墩墩底反力,顺桥向与横桥向差别更加明显。

(3) 由计算结果可以看出地震反应(位移、内力、加速度)变化比较复杂,其原因是该体系比较复杂,地铁车站结构与桥体斜交,且桥体本身又带有一定的弧度。这充分说明,对复杂结构体系进行设计分析时考虑土-结构动力相互作用的必要性,刚性基础假定的计算不能保证其安全性。

#### 参考文献:

- [1] 刘晶波, 王振宇, 杜修力, 等. 波动问题中的三维时域粘弹性人工边界[J]. 工程力学, 2005, 22(6): 46—51.  
Liu Jingbo, Wang Zhenyu, Du Xiuli, et al. Three-dimensional viscous-spring artificial boundaries in time domain for wave motion problems [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(6): 46—51. (in Chinese)
- [2] Masaru Kikuchi, Sachie Yamamoto, Takahito Nakamura, et al. A three-dimensional multi-spring model for square lead-rubber bearings under large shear deformations [J]. Journal of Structural and Construction Engineering, 2009, 74(638): 647—655.
- [3] 吴彬, 庄军生, 臧晓秋. 铅芯橡胶支座的非线性动态分析力学参数试验研究[J]. 工程力学, 2004, 21(5): 144—149.  
Wu Bin, Zhuang Junsheng, Zang Xiaoqi. Experimental study of mechanical parameters of lead bearing for nonlinear dynamic analysis [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(5): 144—149. (in Chinese)
- [4] 于海丰, 张耀春. 地震动输入方法研究[J]. 工程力学, 2009, 26(增刊 I): 1—6, 19.  
Yu Haifeng, Zhang Yaochun. Discussion on earthquake input method [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(Suppl I): 1—6, 19. (in Chinese)
- [5] 朱东生, 虞庐松, 刘世忠. 不规则桥梁地震动输入主方向的研究[J]. 兰州铁道学院学报(自然科学版), 2000, 19(6): 37—40.  
Zhu Dongsheng, Yu Lusong, Liu Shizhong. The study of earthquake input principal direction for irregular bridges [J]. Journal of Lanzhou Railway University (Natural Sciences), 2000, 19(6): 37—40. (in Chinese)
- [6] 尚守平, 朱志辉, 涂文戈. 土-箱形基础-结构动力相互作用的模态试验分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2004, 31(5): 71—76.  
Shang Shouping, Zhu Zhihui, Tu Wen'ge. Modal experiment analysis for soil box foundation dynamic interaction system [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2004, 31(5): 71—76. (in Chinese)
- [7] Stewart J P, Fenves G L. System identification for evaluating soil structure interaction effects in buildings from strong motion recordings [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1998, 27(8): 869—885.
- [8] 王占飞, 隋伟宁, 吴权. E2 地震作用下部分填充钢管混凝土桥墩非线性时程分析及抗震性能评价[J]. 工程力学, 2011, 28(增刊 I): 189—194.  
Wang Zhanfei, Sui Weining, Wu Quan. Nonlinear time-history analysis and verification for seismic performance of partially concrete-filled steel bridge pier under E2 earthquake motion [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(Suppl I): 189—194. (in Chinese)
- [9] Li Haishan, Ding Yang. Application of 3D time domain method for seismic soil structure interaction analysis of spatial grid structure [J]. Advanced Materials Research, 2012, 383/384/385/386/387/388/389/390: 3713—3718.
- [10] Toyooki Nogami. Simplified subgrade model for three-dimensional soil foundation interaction analysis [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1996, 15(7): 419—429.