

文章编号: 1000-4750(2013)04-0122-07

# 考虑桥梁几何非线性的风-车-桥耦合振动分析

王少钦, 夏 禾, 郭薇薇, 杜宪亭

(北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

**摘 要:** 考虑桥梁结构的几何非线性因素, 建立了风及列车荷载作用下大跨度桥梁的振动分析模型。以某大跨度三拱连续钢桁梁桥为例, 分析了脉动风及静风荷载的不同作用效应, 风速、车速变化以及结构几何非线性对桥梁振动响应的影响。结果表明: 在进行车桥耦合振动分析时要综合考虑风荷载的动力作用; 几何非线性因素会影响桥梁振动的极值, 但不影响其变化趋势; 风速及车速变化对桥梁位移极值均有较大影响。

**关键词:** 桥梁; 列车; 风; 几何非线性; 耦合振动

中图分类号: U24 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.11.0751

## COUPLING VIBRATION ANALYSIS OF WIND-TRAIN-BRIDGE SYSTEM CONSIDERING GEOMETRIC NONLINEARITY OF BRIDGE

WANG Shao-qin, XIA He, GUO Wei-wei, DU Xian-ting

(School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** Taking into account the geometric nonlinearity of structures, the dynamic analysis model for long-span bridges under train and wind actions is established. A long-span continuous steel trussed bridge is taken as an example to analyze the load effects of static wind and buffeting wind, the influence of wind velocity and train speed and the effect of geometric nonlinearity. The results show that the wind loads should be considered in analyzing the train and bridge system; the geometric nonlinearity affects greatly the maximum deflections of bridge, but it does not change the tendency of displacement histories; both wind velocity and train-speed have great influence on the maximum deflection of the bridge.

**Key words:** bridge; train; wind; geometric nonlinearity; coupling vibration

为适应交通运输系统的发展, 越来越多的用于跨越江河或海峡的大跨度铁路桥正在使用或建造之中。大跨度桥梁由于柔度很大, 在风的动力作用下, 会产生较大的变形和振动, 对桥梁结构的安全、桥上车辆的运行安全以及旅客的乘坐舒适度产生很大影响<sup>[1-2]</sup>。列车受到风荷载产生的横向力和倾覆力矩作用, 其自身振动特性会发生显著变化, 继而影响桥梁的振动。综合考虑风-车-桥耦合振动系统的交互作用对于正确评价桥梁和车辆的安全性是必要的, 国内外的许多学者对这方面的研究取得了一定的成果<sup>[1-4]</sup>。

随着桥梁跨度的增加, 相对较小的刚度使得几何非线性因素日趋明显, 无疑又增加了风-车-桥系统作用分析的困难性。

Zhang<sup>[5]</sup>考虑了由于空气力作用产生的大变形对结构几何形状、振动特性及空气弹性力引起的非线性因素, 提出一种进行桥梁非线性空气静力及动力行为研究方法, 以某悬索桥为例, 通过数值计算说明了非线性因素对大跨度悬索桥空气静力及动力行为的较大影响。Yang<sup>[6]</sup>采用两节点索单元模拟斜拉索, 建立了考虑几何非线性作用的斜拉桥模型, 分两步分别施加恒载和风荷载, 计算了桥梁几

收稿日期: 2011-11-10; 修改日期: 2012-02-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(50838006, 51078029)

通讯作者: 王少钦(1981-), 女, 河北辛集人, 博士生, 从事车桥耦合振动研究(E-mail: wangsq81@163.com)。

作者简介: 夏 禾(1951-), 男, 北京人, 教授, 硕士, 博导, 从事车桥耦合振动研究(E-mail: hxia88@163.com);

郭薇薇(1976-), 女, 江西乐平市人, 副教授, 博士, 从事车桥耦合振动研究(E-mail: wwguo@bjtu.edu.cn);

杜宪亭(1978-), 男, 山东济宁人, 讲师, 博士, 从事车桥耦合振动研究(E-mail: wadmdxt@163.com)。

何非线性的影响。王贵春<sup>[7]</sup>针对大跨度斜拉桥的几何非线性特征及铁路桥的特点,建立了结构空间动力分析模型,模拟了机车在桥梁上运行过程中桥梁的振动响应,通过计算说明了线性与非线性分析结果间的区别。Li<sup>[8]</sup>通过节段模型风洞实验,测定了车辆及桥梁的气动力系数,建立了风-车-桥耦合分析模型,推导了系统的运动方程并采用非线性迭代程序对其进行求解,并以某斜拉桥为例进行数值计算,验证程序的有效性。

本文通过建立脉动风作用下列车与桥梁系统的动力相互作用分析模型,以九江长江大桥主桥三拱连续钢桁梁为例,考虑其几何非线性因素的影响,对风与列车荷载同时作用下桥梁的动力响应进行了分析。

## 1 风-车-桥耦合系统模型

风荷载作用下列车-桥梁系统的动力响应分析是一个复杂的课题,对于这样的时变非线性系统,本文的做法是先建立车-桥系统动力分析模型,将紊流风序列作为系统的激励,得到车桥系统的动力平衡方程后,采用 FORTRAN 语言编写相应计算程序,并在时域内用 Newmark 积分及直接迭代的方法进行求解,程序计算时所需的桥梁自振频率及振型数据由 MIDAS 软件对桥梁建模并进行模态计算得到。

风-车-桥系统相互作用模型如图 1 所示,主要由三部分组成,即车辆模型、桥梁模型及风荷载模型,以下分别进行介绍。

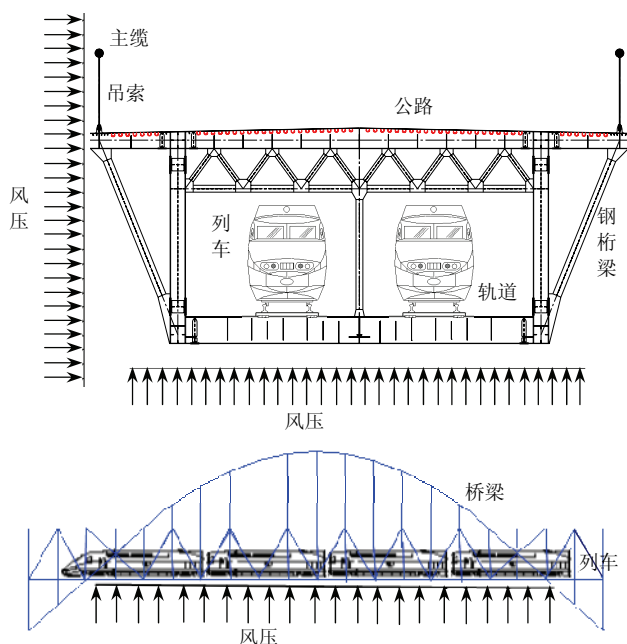


图 1 风-车-桥系统相互作用模型

Fig.1 Model of wind-train-bridge system

### 1.1 车辆模型

车辆模型是由机车和车辆组成的列车,每节车辆又是由车厢、转向架、轮对以及弹簧-阻尼悬挂装置组成的多自由度振动系统。假定车厢、转向架和轮对均视为刚体,即不考虑振动过程中车厢、转向架和轮对的弹性变形,车厢及每个转向架分别考虑横摆、侧滚、摇头、沉浮、点头 5 个自由度,每个轮对考虑横摆、侧滚、沉浮 3 个自由度。因此,对于具有两个转向架的 4 轴客车,每节车辆的计算自由度为 27 个<sup>[1-2]</sup>。

由 Lagrange 方程可以推导出车辆子系统的动力平衡微分方程:

$$M_v \ddot{X}_v + C_v \dot{X}_v + K_v X_v = F_v \quad (1)$$

式中:  $M_v$ 、 $C_v$ 、 $K_v$ 、 $X_v$  分别为车辆子系统的总体质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵和位移向量;  $F_v$  为车辆所受外力向量。矩阵和向量中各元素的具体表达式可见文献[1]。

当单节车辆模型的参数给定时,其质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵均为常数矩阵,外力向量由车桥相互作用力及风力叠加而成,具有时变特性。

在采用风-车-桥程序计算时,车辆模型中涉及的计算参数非常多,在输入时,可将车辆各构件的质量、一系及二系弹簧及阻尼刚度及各构件的尺寸按照固定的格式及顺序存储在 DAT 文本文件中,然后按照各矩阵元素的位置,依次读入,对号入座形成动力平衡方程中的各系数矩阵即可。

### 1.2 桥梁模型

桥梁结构一般被离散成三维空间有限元模型,考虑线性条件下的动力平衡方程为:

$$M_b \ddot{X}_b + C_b \dot{X}_b + K_b X_b = F_b \quad (2)$$

式中:  $M_b$ 、 $C_b$ 、 $K_b$ 、 $X_b$  分别为桥梁子系统的总体质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵和位移向量;  $F_b$  为桥梁所受的外力向量,由车辆作用力及风荷载组成。

若考虑大跨度桥梁大位移、小应变效应时的几何非线性因素,则其动力平衡微分方程可表示为:

$$M_b \ddot{X}_b + C_b \dot{X}_b + K_b(X_b) X_b = F_b \quad (3)$$

其中,  $K_b$  为桥梁的刚度矩阵,由弹性刚度矩阵  $K_E$  和几何刚度矩阵  $K_G$  叠加而成,是桥梁位移向量  $X_b$  的函数,在进行风-车-桥振动分析过程中,需要由前一荷载步的位移值重新进行计算,因此具有时变的特性。

### 1.3 风荷载模型

大跨度桥梁通常要跨越江河或海峡,这些地区一般风力很大,对桥梁及其上运行的列车产生的动

力作用不可小觑。

一些桥梁结构上安装了健康监测系统，则可以收集桥梁周围风场的实际数据，但在缺乏实测风速数据时，往往需要采用模拟的风速序列作为输入，因此，首先要进行随机风速场的数值模拟。

本文采用文献[9]提出的一种快速谱分析法，其基本假定为：桥面沿水平方向是等高程的，平均风速和风谱沿桥面不变，任意两个模拟风速点之间的距离相等。桥梁第  $j$  个节点的横桥向和竖桥向风速分量的时程  $u(t)$  和  $w(t)$  可由下式产生：

$$u_j(t) = \sqrt{2\Delta\omega} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \sqrt{S_u(\omega_{mk})} G_{jm}(\omega_{mk}) \cos(\omega_{mk}t + \varphi_{mk})$$

$$w_j(t) = \sqrt{2\Delta\omega} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \sqrt{S_w(\omega_{mk})} G_{jm}(\omega_{mk}) \cos(\omega_{mk}t + \varphi_{mk})$$

(4)

式中： $\Delta\omega$ 为谱线之间的频率间隔； $N$ 为频率分量的总数； $j=1, 2, \dots, n$ ； $n$ 为桥梁模拟风速点的总数； $\varphi_{mk}$ 为  $0 \sim 2\pi$  之间均匀分布的随机变量； $S_u(\omega)$ 和  $S_w(\omega)$ 分别为水平和垂直风速自功率谱  $G(\omega)$ 为不同风速点之间的相关系数矩阵，具体形式见文献[9]。

### 1.4 风-车-桥系统程序设计

考虑桥梁的几何非线性因素时，风-列车-桥梁

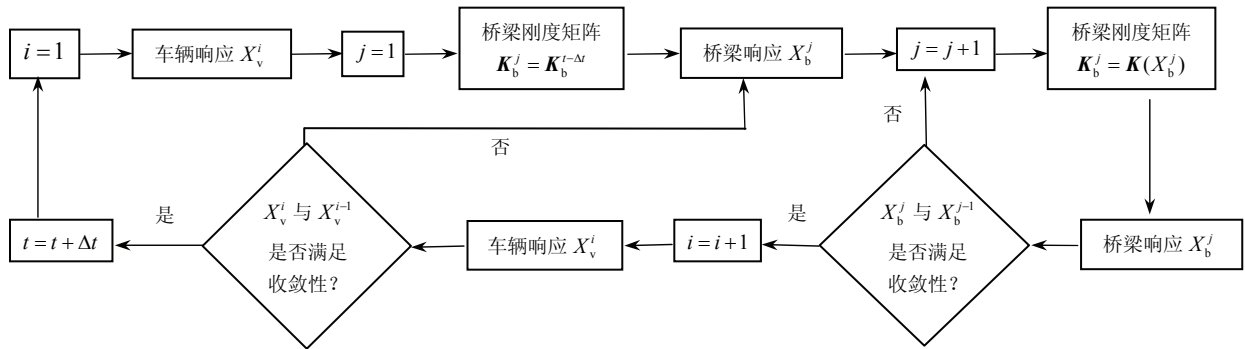


图 2 风-车-桥系统非线性求解流程

Fig.2 Process for solving the nonlinear wind-train-bridge system

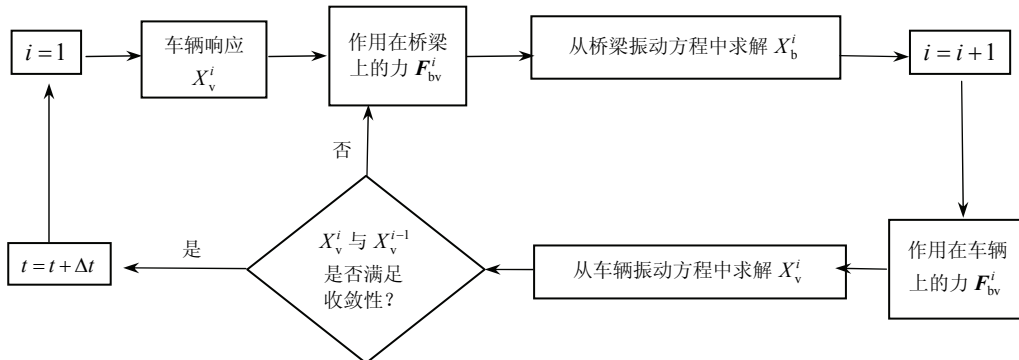


图 3 风-车-桥系统线性求解流程

Fig.3 Process for solving the linear wind-train-bridge system

系统运动方程可表示为：

$$M_b \ddot{X}_b + C_b \dot{X}_b + K_b(X_b) X_b = F_{bv} + F_b^{st} + F_b^{bf} + F_b^{se},$$

$$M_v \ddot{X}_v + C_v \dot{X}_v + K_v X_v = F_{vb} + F_v^{st} + F_v^{bf} \quad (5)$$

式中：下标 b、下标 v 分别表示桥梁及车辆； $F^{st}$ 、 $F^{bf}$  及  $F^{se}$  分别表示静风力、抖振力及自激力； $F_{vb}$ 、 $F_{bv}$  分别表示列车-桥梁系统间的相互作用力。

在风-车-桥系统中，风-列车系统的相互作用考虑定常力和拟定常力，风-桥梁系统的耦合作用通过对自激力的迭代来反映，列车-桥梁系统间的耦合作用通过列车、桥梁两子系统间的位移协调迭代来实现。对于风-车-桥系统，可将桥梁及车辆运动方程分别独立求解，通过分离迭代来满足车、桥两子系统间的几何、力学耦合关系。

根据系统的运动方程采用 FORTRAN 语言编写相应的计算机程序，可对桥梁进行线性振动响应分析，也可进行非线性分析。每个时间步内求解桥梁及车辆动力响应的非线性程序的求解流程见图 2。而对于线性计算，桥梁结构的刚度矩阵为固定值，则无需再采用计算图 2 中的  $j$  循环考虑迭代过程中由于结构位移引起的刚度变化，其计算流程可见图 3。

线性计算程序计算效率较高；非线性计算程序能更真实的反映结构的实际工作状态，但因为计算过程中增加了反复计算结构刚度矩阵的过程，计算效率较低，且计算工程中容易产生发散现象，要通过反复的试算调整积分步长，保证程序的收敛性。两种程序各有利弊，在实际工程的计算中需依据具体情况选用。

## 2 算例分析

京九线九江长江大桥是一座特大型公铁两用桥梁。桥位处长江河段，最大风力 7 级~9 级，阵风 8 级~11 级，每月都可能出现。该桥主跨为柔性拱加劲钢桁梁，这里作为算例进行分析，研究风及列车荷载同时作用下的车桥动力响应，分析几何非线性对桥梁动力响应的影响。九江长江大桥主跨为 180m+216m+180m 的用柔性拱加劲的钢桁梁，桁高 16m，两主桁中心距 12.5m，节间长度为 9m。加劲拱与桁梁组成刚性桁梁柔性拱体系，加劲拱的最大矢高 32m，两边跨为 24m。双线铁路布置于钢梁的下弦，纵横梁系统，铁路明桥面，两线路中心距 4.2m，桥梁立面图见图 4，横断面图见图 5。

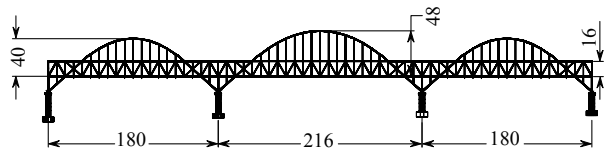


图 4 九江长江大桥立面图 /m  
Fig.4 Configuration of the Jiujiang bridge

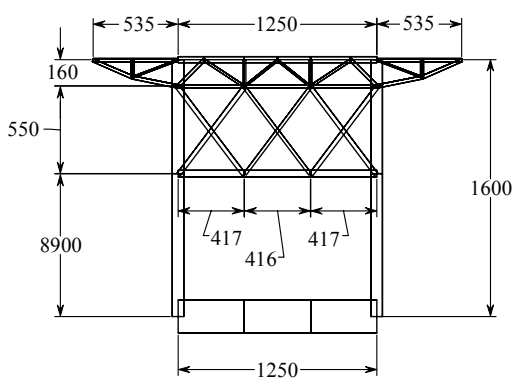


图 5 九江长江大桥断面图 /cm  
Fig.5 Cross-section of bridge girder

### 2.1 桥梁自振特性分析

采用大型有限元分析软件 MIDAS 建立跨度为 180m+216m+180m 的三拱连续钢桁梁桥方案有限元模型示意图见图 6。对其进行模态分析得到桥梁的各阶自振频率及振型。将其前 10 阶频率及相应

的振型特征描述列于表 1。可以看出，结构从第 1 阶到第 10 阶模态，频率在 0.470Hz~1.352Hz 范围内变化，各阶振型的振动频率间隔较为紧密。

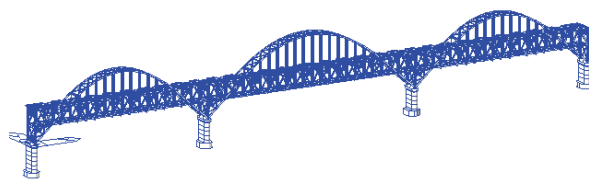


图 6 九江长江大桥有限元模型  
Fig.6 FEM model of the Jiujiang bridge

表 1 九江长江大桥动力特性计算结果

Table 1 Dynamic characteristic of the Jiujiang bridge

振型阶数	频率/Hz	振型特征描述
1	0.470	中跨主梁对称横向弯曲
2	0.550	主梁纵漂+竖向弯曲
3	0.560	三跨主梁反对称横向弯曲
4	0.574	三跨主梁对称横向弯曲
5	1.088	右边跨竖向弯曲
6	1.106	中跨主梁侧倾
7	1.131	二阶反对称横弯
8	1.307	左边跨竖弯
9	1.325	两侧边跨同向扭转
10	1.352	两侧边跨反向扭转

### 2.2 桥梁风荷载计算

九江长江大桥钢桁拱部分共有 64 个桁架节间，其有限元模型因此可划分为 65 个节点，桥梁模型的模拟风速点便依照这些节点选取。考虑到列车在上桥前及出桥后的一段时间内也处于风速场之中，故在桥前、桥后沿线路方向各增加 50 个风速点。因此，风速点总数沿线路方向上共有 165 个，水平间距均为 9m。风速时程的取样频率为 10Hz，样本长度为 600s，频率取样间隔和总数分别取为 0.004Hz 和 256。

作用在桥梁上的风荷载分为静风力、抖振风力和自激风力三部分。其中，静风力与平均风速及桥梁结构的截面尺寸及构型有关，在整个计算过程中为常量，直接在动力平衡微分方程右端施加即可；自激风力是桥梁运动位移的函数，所以只能在程序的迭代计算中考虑其作用。抖振风力是由脉动风产生的，是在时域内变化的随机函数，与桥梁风速场中各个风速点上的脉动风速以及桥梁结构的外形尺寸等参数有关。计算中，桥面的抖振阻力  $C_D$ 、升力  $C_L$ 、力矩  $C_M$  系数及它们在零攻角下的一阶导数  $C'_D$ 、 $C'_L$ 、 $C'_M$  采用南京大胜关长江大桥的试验结果<sup>[10]</sup>，取值分别为 1.8303、0.0158、0.0872、-0.0014、0.0155、0.1107。

图 7 绘制了平均风速为 20m/s 时九江长江大桥主跨跨中节点的抖振风力时程曲线。

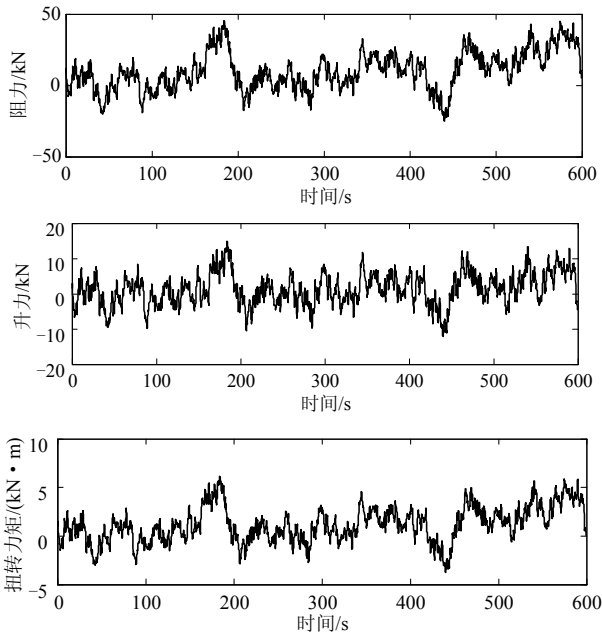


图7 桥梁跨中节点抖振风力时程曲线

Fig.7 Simulated buffeting load curves at bridge mid-span

### 2.3 静风及脉动风荷载作用效应分析

考虑列车及风荷载的同时作用，对九江长江大桥进行振动响应计算。分析中选用的列车编组为DF11 机车+5 节客车+DF4 机车，轨道不平顺采用美国五级谱，并考虑车辆的蛇行运动影响。桥梁结构阻尼比采用 2%，积分步长取为 0.005s。

图 8 为当列车以 100km/h 的速度匀速通过九江长江大桥时，分别考虑静风作用及脉动风作用后，

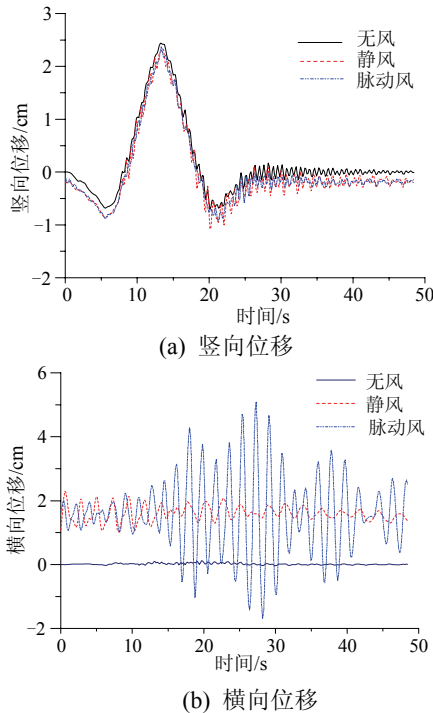


图 8 风荷载对桥梁位移的影响

Fig.8 Influence of wind load on bridge displacements

桥梁的跨中节点位移时程曲线对比情况，计算中平均风速为 20m/s。为更明显地比较静风荷载及脉动风荷载的作用效应，将以上施加不同风荷载情况下计算所得列车通过桥梁的过程中桥梁跨中节点位移极值列于表 2。

表 2 风荷载作用下桥梁位移极值列表

Table 2 Maximum bridge displacement with wind loads

计算条件	竖向位移/cm	横向位移/cm	扭转位移/(°)
无风	2.44	0.12	$1.74 \times 10^{-4}$
静风	2.38	2.29	$2.17 \times 10^{-4}$
静风+脉动风	2.34	5.10	$7.72 \times 10^{-4}$

由图 8 及表 2 的数据可知，桥梁的竖向位移主要由列车的重力加载引起，风荷载对其影响很小；桥梁受到静风荷载作用后横向位移急剧增加，而且偏向风荷载的方向；再施加脉动风荷载后，横向位移再次加剧，且呈现波动趋势，说明相对于竖向位移，桥梁的横向位移更容易受到风荷载的影响。

以上计算说明：在车桥系统的耦合作用分析中不能忽略风荷载的作用效果，而且不能单纯考虑静风作用，要同时考虑静风荷载和脉动风荷载的综合动力作用效应，才能得出准确可靠的分析结论。

### 2.4 几何非线性影响分析

为了分析结构几何非线性因素的影响，以下将列车运行速度为 100km/h，平均风速为 10m/s 时跨中节点的线性及非线性竖向及横向位移时程曲线绘于图 9。

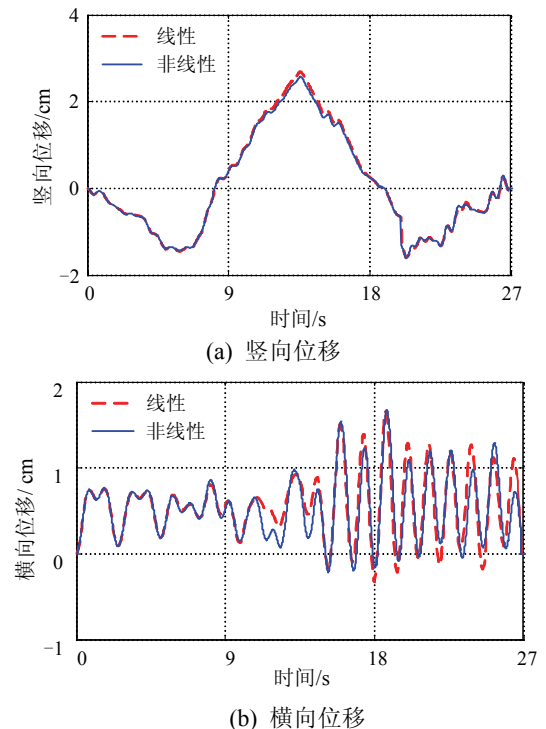


图 9 几何非线性对桥梁位移时程曲线的影响

Fig.9 Influence of geometric nonlinearity on bridge displacements

从图 9 可以看出, 考虑桥梁的几何非线性因素后, 桥梁的振动趋势并没有发生变化, 但由于几何刚度的存在, 桥梁的竖向位移及横向位移极值均比线性条件下的值偏小, 最大差值为 3%。

由于非线性计算程序中增加了计算桥梁刚度的循环迭代过程, 计算效率有所降低, 计算过程中也容易出现发散现象, 不易收敛。此外, 对于这种柔度不是很大的桥梁, 线性计算与非线性计算的结果也基本一致, 不会造成很大误差, 所以为了提高计算效率, 一般采用线性程序进行计算即可。

### 2.5 风速变化影响分析

取列车在桥上运行速度为 100km/h, 风速分别为 0m/s、10m/s、20m/s、30m/s 四种工况, 计算了桥梁跨中节点的竖向及横向位移。图 10 绘出了不同风速作用下桥梁的竖向、横向位移时程曲线, 表 3 为桥梁位移极值的变化情况。

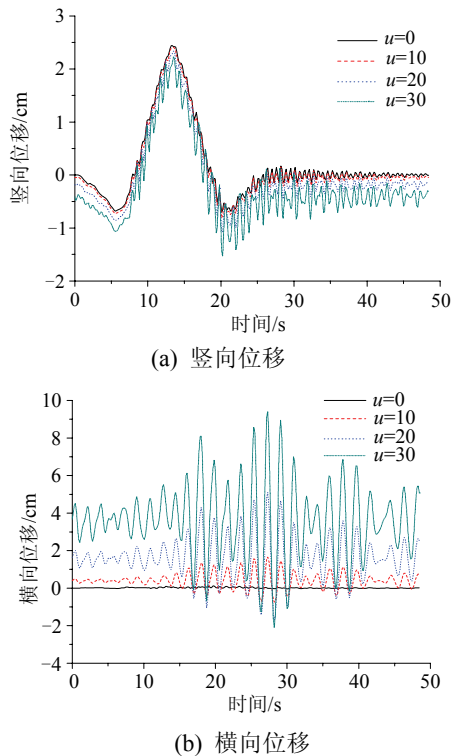


图 10 桥梁跨中位移时程曲线对比图

Fig.10 Comparison of bridge displacement histories

表 3 桥梁位移极值随风速变化列表

Table 3 Maximum bridge deflection vs wind velocity

风速/(m/s)	竖向位移/cm	横向位移/cm
0	2.44	0.12
10	2.41	1.66
20	2.34	5.10
30	2.23	9.41

由以上位移时程曲线及位移极值的对比可以看出:

1) 桥梁的竖向位移极值随着风速的增加而减小。这是由于风荷载的升力作用与列车荷载的重力加载作用方向相反, 风速越大, 这种升力作用越大, 则由于列车加载产生的竖向位移极值则越小。此外脉动风产生的抖振风荷载使结构发生抖振, 且这种抖振作用随着风速的增加逐渐增大。

2) 桥梁横向位移主要是由静风荷载引起的, 因此其偏向桥梁的一侧, 而脉动风使其在静风位移的基础上产生波动。相对于列车荷载引起的桥梁横向位移, 风荷载引起的横向位移起主要作用, 且随着风速的增加而增大。

### 2.6 风速及车速综合影响分析

取列车运行速度在 80km/h~200km/h 内变化, 相应平均风速范围为 0~30m/s, 计算桥梁分别在不同列车运行速度及不同平均风速作用下的振动响应, 将位移极值随车速及风速的变化趋势绘于图 11。

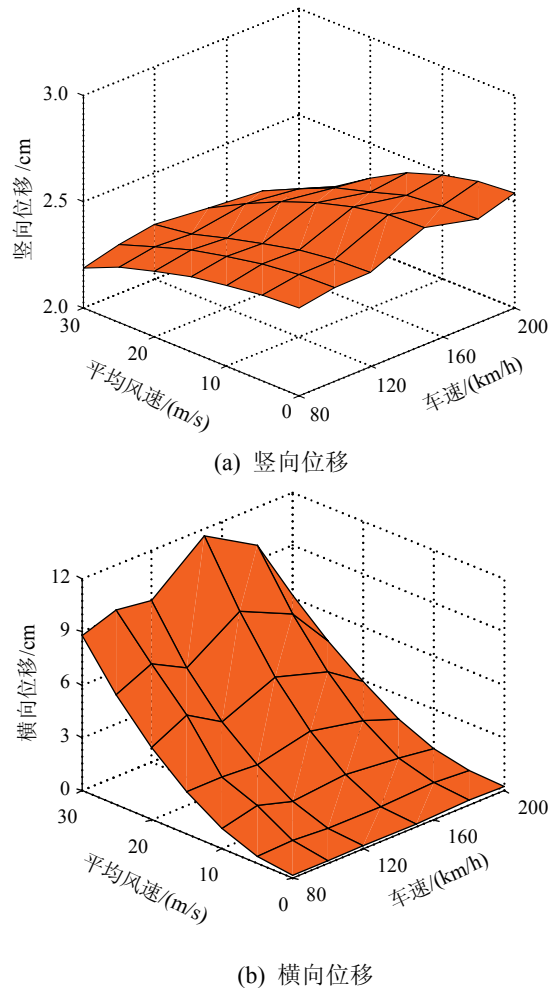


图 11 桥梁位移极值随车速及风速变化趋势

Fig.11 Bridge displacements vs wind velocity and train speed

由图 11 中可以看出本三拱连续钢桁梁桥在列车与风荷载同时作用下的振动特性:

1) 脉动风的升力作用使得桥梁的竖向挠度减小。

2) 桥梁的竖向位移主要由列车重力加载引起, 列车速度及平均风速变化对其影响很小。

3) 无风时, 桥梁在列车荷载作用下的最大横向位移为 0.27cm, 而风荷载作用下, 横向位移大大增加, 其最大值达到 11.6cm。

由以上分析可知: 桥梁的横向位移较竖向位移更容易受风荷载影响; 列车运行速度及风速对大跨度钢桁梁桥的振动特性均有较大影响, 在进行风-列车-桥梁系统的振动响应分析时, 要充分考虑各种工况, 才能得出最不利的荷载组合, 相应进行安全有效的抗风抗振设计。

### 3 结 论

本文考虑桥梁的几何非线性因素, 建立了风-车-桥模型, 并编写了相应的计算程序。对九江长江大桥的实例计算说明本文模型及相应的计算程序可以有效的预计大跨度桥梁在列车及风荷载同时作用下的动力响应。

通过对九江长江大桥的算例分析可得出以下结论:

(1) 静风荷载和脉动风荷载对桥梁的振动响应均有较大影响, 应综合考虑脉动风荷载对车桥系统的作用效应。

(2) 桥梁的几何非线性因素会影响桥梁振动位移的极值, 但不影响其变化趋势。对于刚度较大的桥梁, 为提高计算效率, 采用线性计算方法即可满足精度要求。

(3) 列车运行速度及平均风速变化对桥梁位移极值均有较大影响。

综上所述, 应综合考虑风-列车-桥梁系统的耦合作用, 为桥梁设计提供参考。

#### 参考文献:

[1] 夏禾, 张楠. 车辆与结构动力相互作用[M]. 第 2 版, 北京: 科学出版社, 2005: 199—249.

- Xia He, Zhang Nan. Dynamic interaction of vehicles and structures [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2005: 199—249. (in Chinese)
- [2] Guo Weiwei, Xia He, Xu Youlin. Running safety analysis of a train on the Tsing Ma Bridge under turbulent wind [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2010, 9(3): 307—318.
- [3] Kwon S D, Lee J S, Moon J W, Kim M Y. Dynamic interaction analysis of urban transit maglev vehicle and guideway suspension bridge subjected to gusty wind [J]. Engineering Structures, 2008, 30(12): 3445—3456.
- [4] Xu Youlin, Zhang Nan, Xia He. Vibration of coupled train and cable-stayed bridge systems in cross wind [J]. Engineering Structures, 2004, 26: 1389—1406.
- [5] Zhang Xinjun, Xiang Haifan, Sun Bingnan. Nonlinear aerostatic and aerodynamic analysis of long-span suspension bridges considering wind-structure interactions [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2002, 90(9): 1065—1080.
- [6] Yang Y B. Wind-induced aerostatic instability of cable-supported bridges by a two-stage geometric nonlinear analysis [J]. Interaction and Multiscale Mechanics, 2008, 1(3): 381—396.
- [7] 王贵春. 大跨度铁路斜拉桥车桥耦合振动非线性分析 [J]. 应用力学学报, 2008, 25(3): 524—528.
- Wang Guichun. Nonlinear analysis of long-span cable-stayed bridge considering the coupling vibration of train and bridge system [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2008, 25(3): 524—528. (in Chinese)
- [8] Li Yongle, Qiang Shizhong, Liao Haili, Xu Y-L. Dynamics of wind-rail vehicle-bridge systems [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2005, 93(6): 483—507.
- [9] Cao Yinghong, Xiang Haifan, Zhou Ying. Simulation of stochastic wind velocity field on long-span bridges [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2000, 126(1): 1—6.
- [10] 张楠. 京沪高速铁路南京大胜关长江大桥风-车-桥耦合振动分析[J]. 中国铁道科学, 2009, 30(1): 41—48.
- Zhang Nan. Analysis on the ind-vehicle-bridge coupling vibration for Nanjing Dashengguan Yangze river bridge of Beijing-Shanghai high-speed railway [J]. China Railway Science, 2009, 30(1): 41—48. (in Chinese)