

文章编号: 1000-4750(2013)02-0190-06

# 城市轨道交通槽型梁结构噪声计算与分析

韩江龙, 吴定俊, 李 奇

(同济大学桥梁工程系, 上海 200092)

**摘 要:** 该文用模态叠加法对城市轨道交通槽型梁进行车-轨-桥耦合动力计算, 借助 SYSNOISE 求出模态声传递向量 MATVs, 进而用 MATVs 和梁的模态坐标响应计算桥梁的结构噪声。噪声计算值与实测值在频率分布和幅值上有较高的一致性, 证明振动与噪声数值模型的可靠性。槽型梁结构噪声的线性声压级峰值频率为 40Hz~80Hz, 数值计算表明: 动力分析只需考虑轮轨竖向接触即可满足结构噪声计算要求; 考虑 200Hz 以下的声源激励和 100Hz 以下的结构模态作为边界条件可达到较好的噪声计算精度; 调节轨下胶垫的刚度能有效减小结构振动, 降低结构噪声 2dB~3dB; 声压级和车速有强线性关系。

**关键词:** 轨道交通; 槽型梁; 结构噪声; 模态叠加法; 模态声传递向量; 线性声压级

中图分类号: U233; TB53 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.07.0484

## CALCULATION AND ANALYSIS OF STRUCTURE-BORNE NOISE FROM URBAN RAIL TRANSIT TROUGH GIRDERS

HAN Jiang-long, WU Ding-jun, LI Qi

(Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The mode superposition method is applied to compute the dynamic responses of a trough girder under urban rail transit trains based on vehicle-track-bridge interaction theory. The modal acoustic transfer vectors (MATVs) are obtained by using the SYSNOISE software. The structure-borne noise is then computed with the MATVs and the mode coordinates of the girder. The agreement between the calculated results and the measured ones in both frequency and amplitude demonstrates the reliability of the computational method. The peak frequencies of the structure-borne noise are found to be between 40Hz and 80Hz. The numerical results show that the excitations below 200Hz and the bridge modes below 100Hz can be used to compute the structure-borne noise with much high degree of accuracy. Only vertical contact forces between wheels and rails are required to simulate the noise numerically. The vibrations of the girder can be reduced effectively and the structure-borne noise can be reduced by 2dB-3dB through adjusting the stiffness of rubber pads under the rails. It is found that the sound pressure levels are obviously linear with the train speeds.

**Key words:** urban rail transit; trough girders; structure-borne noise; mode superposition method; modal acoustic transfer vector; linear sound pressure levels

轨道交通高架结构建设周期短、费用低, 但噪声污染已成为制约其发展的因素。长期以来, 国内外相关研究集中在轮轨和车辆等声源产生的噪声方面。近年来对于桥梁结构引起的噪声的研究逐渐增多。丁桂保和郑史雄<sup>[1]</sup>研究了列车高速通过钢桁

梁桥的声辐射。针对香港轨道交通, 有学者提出改变箱梁横截面和设置浮置板等措施来降低桥梁结构噪声<sup>[2-3]</sup>。Augusztinovicz F 等<sup>[4]</sup>研究了正交异性钢箱梁桥的结构噪声。Ouelaa Nouridine 等<sup>[5]</sup>考虑了车桥耦合作用和轨道不平顺, 将计算得到的三跨连

收稿日期: 2011-07-28; 修改日期: 2011-11-22

通讯作者: 李 奇(1980—), 男, 湖南湘阴人, 讲师, 博士, 从事桥梁振动与噪声研究(E-mail: liqi\_bridge@tongji.edu.cn).

作者简介: 韩江龙(1979—), 男, 河北阜平人, 博士生, 从事桥梁振动与噪声研究(E-mail: weixiaoyao\_79@163.com);

吴定俊(1956—), 男, 福建福清人, 教授, 博士, 博导, 从事桥梁结构动力学研究(E-mail: tjwdj@mail.tongji.edu.cn).

续梁桥瞬态加速度作为单极子激励源计算声场的声压,其列车的每辆车只考虑了两个自由度。谢伟平等<sup>[6]</sup>研究了空气中无限长混凝土箱形梁声辐射问题的半解析解。

以上研究关注的是箱梁和桁梁,且车辆-轨道-桥梁的相互作用模型较为简单。目前高架结构使用槽型梁已很普遍,但其结构噪声辐射特性还缺乏研究。本文以车-轨-桥的相互作用理论为基础,忽略声压对桥梁动力响应的影响,对槽型梁进行动力分析;并将获得的动力响应作为声场的边界条件,借助 SYSNOISE 软件用模态叠加法分析槽型梁的辐射噪声,为桥梁结构声辐射研究提供参考。

### 1 车辆-轨道-桥梁相互作用分析方法

用有限元方法分别建立车辆子系统和桥梁/轨道子系统运动微分方程;并将各子系统的非线性内力及轮轨非线性接触力从方程左端移至右端,处理成虚拟激励力,用模态叠加法对两个子系统解耦。

基于有限元法的车辆运动微分方程为<sup>[7-8]</sup>:

$$m_v \ddot{\delta}_v + c_v \dot{\delta}_v + k_v \delta = f_v \quad (1)$$

式中:  $m_v$ 、 $c_v$  和  $k_v$  分别表示车辆模型的质量矩阵、阻尼矩阵和线弹性刚度矩阵;  $f_v$  表示作用在车辆上的所有力向量。包括轮轨相互作用的激励力  $f_{vc}$  和作为虚拟激励力的车辆非线性内力  $f_{vn}$ , 如有需要还可以包括其他外荷载。  $\ddot{\delta}_v$ 、 $\dot{\delta}_v$ 、 $\delta_v$  分别表示车辆的加速度、速度和位移向量。

由模态叠加法得到解耦的车辆运动方程如下<sup>[7-8]</sup>:

$$\ddot{q}_v + 2\xi_v \omega_v \dot{q}_v + \omega_v^2 q_v = \Phi_v^T f_v \quad (2)$$

式中:  $q_v$ 、 $\xi_v$  分别表示车辆的模态坐标向量和模态阻尼矩阵;  $\omega_v$  和  $\omega_v^2$  分别表示由车辆模态频率组成的对角矩阵;  $\Phi_v$  表示车辆的振型矩阵。

同理,可以建立桥梁/轨道子系统解耦的运动微分方程<sup>[7-8]</sup>:

$$\ddot{q}_b + 2\xi_b \omega_b \dot{q}_b + \omega_b^2 q_b = \Phi_b^T f_b \quad (3)$$

式中,各符号名称类似车辆子系统,下标  $b$  表示桥梁/轨道子系统。由于声场中声压对结构的影响微小,  $f_b$  中不包括作用在桥梁结构上的声压荷载,但考虑了轨道不平顺产生的激振力和扣件刚度、阻尼产生的虚拟力。

两个子系统之间通过轮轨滚动接触理论来联系,轮轨接触力成为联系两个子系统的纽带。采用轮轨三维滚动接触模型,既适应了传统的轮轨密贴

接触又能符合非密贴接触的实际情况。

轮轨法向力由赫兹非线性弹性接触理论确定:

$$N_j = \begin{cases} \left[ \frac{1}{G_j} (\Delta_{wtj}) \right]^{3/2}, & \Delta_{wtj} > 0 \\ 0, & \Delta_{wtj} \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $G_j$  为赫兹接触常数;  $\Delta_{wtj}$  为轮轨法向压缩量,由下式确定<sup>[7]</sup>:

$$\Delta_{wtj} = \frac{(y_{wtj} + \Delta_{wr0})}{\cos(\delta_j + (-1)^{j+1} \theta_{ws})} \quad (5)$$

式中:  $\Delta_{wr0}$  为静轮重作用下轮轨竖向变形量;  $y_{wtj}$  为根据轮轨空间接触几何关系得到的轮轨动态竖向最小间距;  $\delta_j$  为轮轨接触角;  $\theta_{ws}$  为轮对侧滚角。

轮轨蠕滑力首先按 Kalker 线性理论计算,然后采用沈志云-Hedrick-Elkins 理论进行非线性修正,以适应轮轨接触面主要由滑动区控制的大蠕滑甚至完全滑动的情况。修正后的蠕滑力/力矩如下<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} F'_x = \varepsilon F_x \\ F'_y = \varepsilon F_y \\ M'_z = \varepsilon M_z \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $F_x$ 、 $F_y$ 、 $M_z$  分别为 Kalker 线性理论计算的轮轨纵、横向蠕滑力及旋转蠕滑力矩;  $\varepsilon$  为修正系数。

由于式(2)和式(3)右端的力向量中包含待求的车辆和桥梁的未知响应,两个子系统的求解采用分离迭代法。求得模态响应后,通过叠加各模态的响应得到所要关注的车辆和桥梁的响应。

### 2 轨道模型及其短波不平顺

钢轨弹性支承在轨枕上,车轮作用下相邻几个轨下胶垫的刚度影响钢轨的动力学行为,将桥跨内的整股钢轨作为多跨弹性支承连续梁能满足计算精度的要求。钢轨采用梁单元模拟,轨下胶垫采用弹簧阻尼单元模拟,提取钢轨若干阶模态参与车桥动力计算,考虑轨道结构的车桥动力计算方法详见文献[7]。

轨道长波不平顺主要用于机车车辆和桥梁结构的低频随机振动分析。城市轨道交通列车速度大多在 80km/h 以下,结构噪声频率大于 20Hz,峰值频率更高,因此结构噪声主要由轨道的短波不平顺激励产生。ISO 3095:2005 标准以图表方式给出了 0.63m 以下各个中心波长的不平顺级<sup>[10]</sup>,经拟合可得如下表达式为:

$$L_r = \begin{cases} 18.45 \log_{10} \lambda + 27.20, & \lambda \geq 0.01 \\ -9.70, & \lambda < 0.01 \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $L_r$ /dB 为不平顺级;  $\lambda$ /m 为 1/3 倍频程中心波长。

根据不平顺谱, 采用时频转换的方法生成短波不平顺的空间样本, 如图 1 所示。不平顺波长取 0.052m~1.2m, 能保证车速为 40km/h~80km/h 时, 不平顺的激励频率为 20Hz~200Hz。

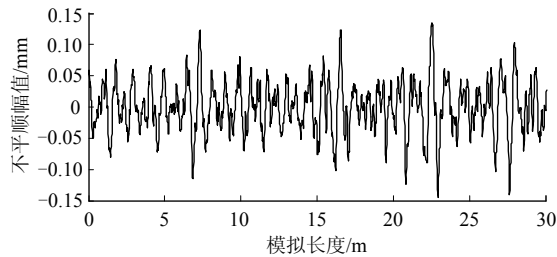


图 1 高低不平顺样本

Fig.1 Sample of vertical irregularities

### 3 车辆模型

本文考虑 6 节编组地铁 C 型车, 车桥耦合振动计算中车辆模型的计算参数见表 1。

表 1 车辆模型计算参数

Table 1 Parameters of vehicle model

车辆参数	竖向	横向	纵向
车体质量/kg	拖车	空车: 24000, 满员: 48720	
	机车	空车: 21000, 满员: 39600	
转向架质量/kg	拖车	2500	
	机车	4000	
轮对质量/kg	拖车	1150	
	机车	1900	
一系悬挂刚度/(N/m)	$2.00 \times 10^6$	$1.84 \times 10^7$	$3.44 \times 10^7$
一系悬挂阻尼/(N·m/s)	9000	0	0
二系悬挂刚度/(N/m)	$4.6 \times 10^5$	$3.0 \times 10^5$	$3.0 \times 10^5$
二系悬挂阻尼/(N·m/s)	$4.0 \times 10^4$	$2.0 \times 10^6$	$7.0 \times 10^4$

### 4 声场求解

声场中的流体满足 Helmholtz 方程和 Sommerfeld 辐射条件。声压小幅波动时, 方程是线性的, 由直接边界元法在频域内建立结构表面法向振速  $\mathbf{v}(\omega)$  与场点声压  $p(\omega)$  的线性关系<sup>[11]</sup>, 即:

$$p(\omega) = \mathbf{A}(\omega)^T \mathbf{v}(\omega) \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{A}(\omega)^T$  为声传递向量;  $\omega$  为声源激励频率。

将结构的模态位移向量投影到结构表面法线方向上, 并转换为速度向量, 即:

$$\mathbf{v}(\omega) = j\omega \mathbf{B} \Phi \mathbf{C} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{B}$  为投影矩阵, 仅与结构的几何形状有关;

$\Phi$  为结构振型组成的矩阵;  $\mathbf{C}$  为结构模态坐标组成的向量。

式(9)代入式(8)得到声场中的场点声压为<sup>[11]</sup>:

$$p(\omega) = \mathbf{MATV}(\omega)^T \mathbf{C} \quad (10)$$

式中,  $\mathbf{MATV}(\omega)^T = j\omega \mathbf{A}(\omega)^T \mathbf{B} \Phi$  为模态声传递向量。其与结构的几何形状、场点位置、计算频率、声介质和结构振型有关。

将梁的振型作为声场边界条件, 借助 SYSNOISE 在频域内求解场点模态声传递向量  $\mathbf{MATV}(\omega)$ 。耦合动力分析得到的是时域内离散的桥梁模态坐标  $C(t_i)$ , 因此, 由式(10)求解场点声压前先对模态坐标  $C(t_i)$  进行离散 Fourier 变换, 得到频率为  $\omega_i$  时的  $C(\omega_i)$ , 利用已经求得的  $\mathbf{MATV}(\omega)$  在  $\omega_i$  处插值获得  $\mathbf{MATV}(\omega_i)$ 。由式(10)求得频域内离散形式的场点声压, 再进行 Fourier 逆变换可得到离散的声压时程响应  $p(t_i)$ 。

### 5 声源激励频率与声场边界条件

一些研究通过数值计算与实际测试得到结构噪声在桥下不同位置处的噪声峰值频率多集中在 50Hz 左右, 峰值频率与列车速度的关系不大<sup>[12-14]</sup>。实测的上海轨道交通 3 号线结构噪声的峰值频率在 80Hz~125Hz<sup>[15]</sup>。据此计算模态声传递向量时, 声场的激励频率定为 20Hz~200Hz, 既减少了计算时间又能保证计算频率覆盖结构噪声主要频率范围和可能出现的峰值频率, 满足精度要求。

文献[16]对平板辐射声功率的研究认为: 当激励频率低于或等于结构第  $n$  阶振动模态的固有频率时, 取前  $n$  阶振动模态计算的声功率足够精确, 为保证精度应考虑激励频率下的所有模态。本文计算模态声传递向量时, 声场的边界条件截断 200Hz 以上的桥梁振动模态。

### 6 试验与实例分析

#### 6.1 结构噪声试验与理论计算概况

试验在某上海轨道交通 U 形梁下进行, U 梁标准跨径 30m, 计算跨径 28.8m, 其道床板宽 3.634m, 厚 24cm, 距梁端 1.2m 范围内道床板局部加厚为 32cm, 如图 2 所示。声学麦克风布置在梁跨中竖向平面内, 各测点位置见图 3。测点 1 下面有 1m 多宽顺桥方向的坚硬路面, 其余地面为草地和灌木。

该槽形梁为全预应力结构, 无开裂, 正常使用状态下, 结构处于弹性阶段, 采用实体单元建模真

实模拟了各个构件的几何外形，而且单元尺寸较小，最大为 0.3m。桥梁自振频率和振动响应的计算与实测对比表明该模型可满足高阶局部振动模态分析精度要求。由于承轨台和桥面板为整体浇注，T60 钢轨和槽型梁的连接弹簧刚度由轨下胶垫的刚度决定。声源激励频率为 20Hz~200Hz，计算场点布置在跨中，位置见图 3，计算工况见表 2。

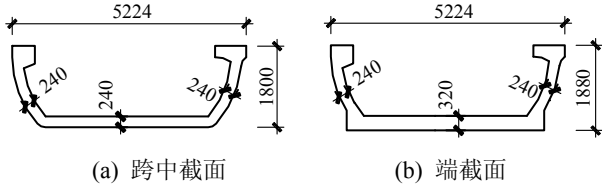


图 2 梁截面  
Fig.2 Girder section

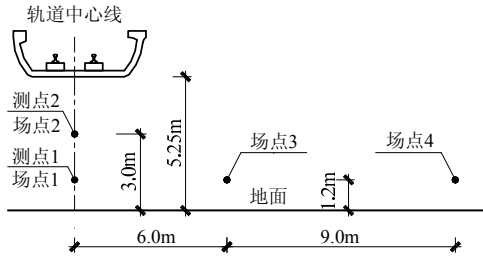


图 3 测点和计算场点布置  
Fig.3 Measured points and field points distribution

表 2 动力计算工况

Table 2 Cases of dynamic computation

工况	轨下胶垫刚度	车速/(km/h)	轮轨接触模型
1	60MN/m	40, 50, 60, 70, 80	空间模型
2	30MN/m	50, 60, 70, 80	空间模型
3	60MN/m	50, 60, 70, 80	只考虑竖向

## 6.2 桥梁动力分析

车速  $v=70\text{km/h}$ ，梁跨中节点竖向振动速度幅值谱见图 4。据图可知，桥梁振动速度的峰值频率小于 100Hz。取声源的激励频率为 200Hz，覆盖了振动的峰值频率，能够满足计算精度的要求。高弹性胶垫使工况 2 对应的振动速度的峰值减小了 30% 以上。

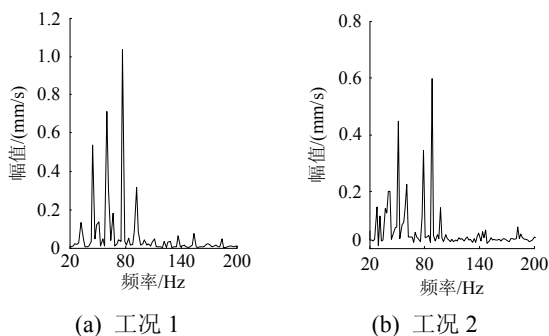


图 4 跨中节点速度幅值谱

Fig.4 Spectra of the node velocity responses at mid span

三种工况下，速度相同时模态坐标的频谱类似，仅对工况 1 进行分析。 $v=70\text{km/h}$ ，取梁的第 10 阶 ( $f=20.26\text{Hz}$ )、第 30 阶 ( $f=54.82\text{Hz}$ ) 和第 100 阶 ( $f=181.78\text{Hz}$ ) 模态坐标进行谱分析(图 5)。低阶模态坐标的幅值主要分布在 0~100Hz，且模态坐标的峰值频率约等于本阶模态的频率。自振频率增大，模态坐标幅值分布范围扩大，且峰值向高频方向移动。到第 100 阶模态时，幅值在 0~200Hz 内广泛分布；但整个范围内的幅值远小于低阶模态的幅值，表明高频模态对结构动力响应的影响减弱。因此，用模态叠加法计算声场可以考虑截断高频模态。

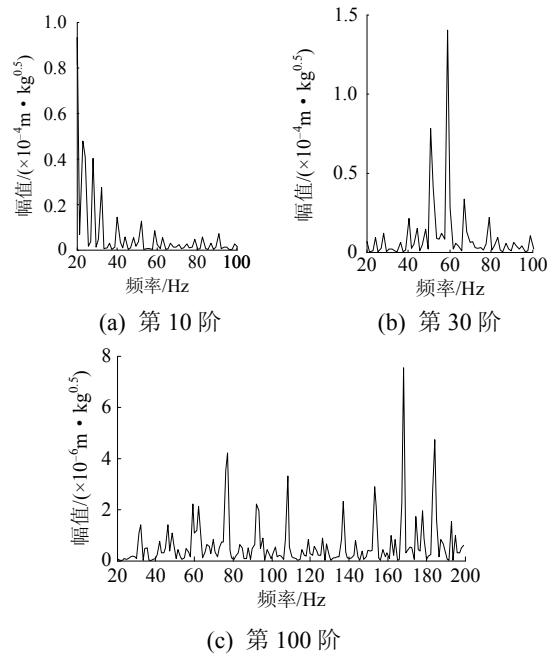


图 5 工况 1 模态坐标幅值谱

Fig.5 Spectra of the mode coordinate responses in case 1

## 6.3 声场分析

### 6.3.1 理论计算与试验对比

现行的 A 权级噪声级指标低估了低频噪声引起的烦躁程度。为了评估桥梁噪声对人们造成的烦恼程度，德国采用的是无计权声压级<sup>[17]</sup>。本文采用无计权的线性声压级进行分析。

轮轨噪声的能量主要集中在高频部分，低频部分经过梁体的透射和衍射后衰减可达 20dB 以上，无列车经过时的环境噪声要比有列车经过时的噪声小 20dB 以上，因此可以确定结构噪声在总测试噪声中起控制作用。四次实测值与计算的声压级 1/3 倍频程曲线见图 6。实测的列车速度为 70km/h~71.5km/h，计算声压时车速为 70km/h，轨下胶垫刚度为 60MN/m。

计算声压级的变化趋势与实测值一致，且峰值

频率都在 40Hz~80Hz。车轮作为滚动质量, 钢轨作为多跨连续梁, 二者组成的体系, 前两阶对称和反对称模式的频率分别为 62Hz 和 64Hz, 接近噪声的峰值频率 63Hz。由此激发的桥梁振动使噪声峰值频率分布在 40Hz~80Hz。槽型梁为开口截面, 抗扭刚度弱, 截面的局部振动突出。噪声峰值频率处的振动以梁底板和腹板局部弯曲振动为主(见图 7), 表明局部振动对噪声的影响大于整体振动。

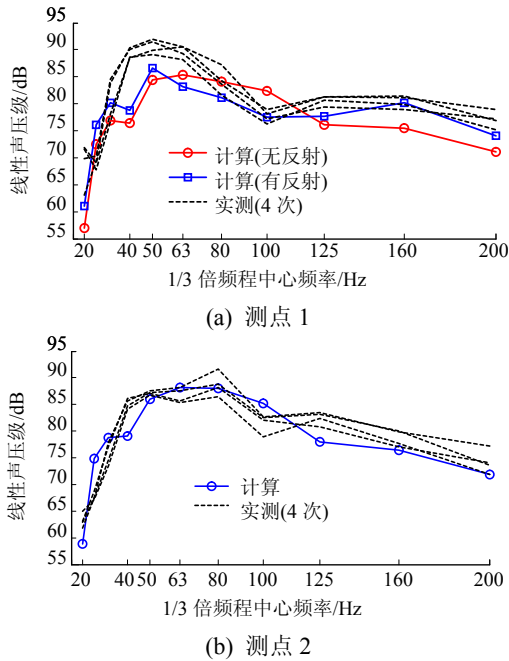


图 6 计算与实测对比  
Fig.6 Comparison between calculation and test values

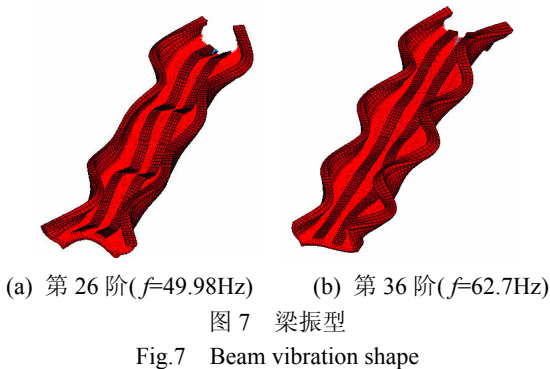


图 7 Beam vibration shape

测点 2 与实测值十分吻合, 而测点 1 峰值大小和实测值有差异, 实测与计算声压级见表 3。测点 2 距离梁体近, 外界影响相对较小; 而测点 1 比测

表 3 测点线性声压级 /dB

Table 3 Linear sound pressure levels of measured points

测点	车速/(km/h)				平均值	计算值
	71.5	71.5	70.2	70.6		
1	94.4	96.2	96.9	95.6	95.8	90.6/91.0
2	92.7	93.8	95.7	94.3	94.1	93.5

注: 计算值 90.6 和 91.0 分别为考虑反射和不考虑反射。

点 2 距梁体远, 对外界的影响更敏感。实测值和计算值的一致性表明模态叠加法能够有效的计算梁的结构噪声。

6.3.2 结构模态的影响

保持声源激励频率均为 20Hz~200Hz, 而考虑 200Hz 以内和 100Hz 以内的模态分布进行计算得到场点的声压级见表 4。

表 4 场点线性声压级 /dB  
Table 4 Linear sound pressure levels of field points

模态频率	场点	工况	车速				
			40	50	60	70	80
$\leq 200\text{Hz}$	1	1	85.3	88.2	88.5	90.6	93.8
		2		85.9	85.9	87.9	
		3		88.3	88.5	90.7	
	2	1	87.7	90.9	91.1	93.5	95.9
		2		88.2	88.1	90.5	
		3		91.0	91.2	93.6	
	3	1	78.9	81.8	82.5	84.2	86.0
		2		79.8	80.5	81.9	
		3		82.0	82.6	84.4	
	4	1	71.6	73.9	75.8	76.4	77.9
		2		71.3	73.2	73.7	
		3		74.0	75.8	76.5	
$\leq 100\text{Hz}$	1	1	87.8	88.0	90.4	93.6	
	2	1	90.6	90.8	93.3	95.7	
	3	1	81.5	82.4	84.1	86.0	
	4	1	73.5	75.4	76.1	77.7	

当考虑的模态数不同时, 工况 1 各场点的声压结果误差不大于 0.5dB。即当梁的自振频率高于 100Hz 后, 增加高频结构振型对提高声场的计算精度效果有限。这与梁的振动速度和模态坐标的谱分析结论一致。而文献[16]提出的为保证声功率的计算精度应考虑激励频率下的所有模态是针对声功率而言的。声功率是振动速度的二次函数, 而声压是振动速度的一次函数, 高频模态对声功率的影响要大于对声压得影响; 同时声压级的大小决定于峰值频率, 槽型梁的噪声峰值频率小于 100Hz。因此只计算槽型梁的声场声压时, 可以只将频率小于 100Hz 的结构振型作为边界条件, 以减小计算代价; 而分析频率特性时, 则要包括激励频率下的所有振型, 以使高频部分符合实际。

6.3.3 车速与声压级的关系

车速对噪声有显著影响, 车速增大, 所有场点的声压均显著增加。模态频率小于 200Hz 时, 工况 1 的声压级与车速的关系见图 8,  $R$  表示相关系数。据图可见声压级与车速有很强的线性相关性。

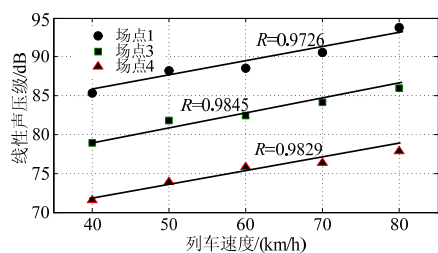


图8 声压级与车速关系

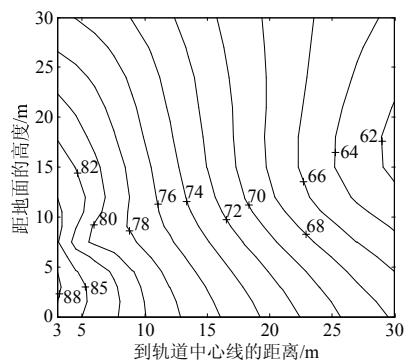
Fig.8 Sound pressure levels relation with train speeds

### 6.3.4 轮轨接触模型的影响

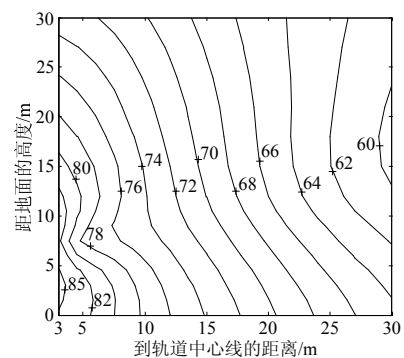
模态频率小于等于 200Hz 时, 工况 1 和工况 3 的结果表明轮轨空间接触和只考虑竖向接触的动力分析结果对声压计算的影响很微小。主要原因在于: 轮轨横向蠕滑力的主要激励频率即蛇形运动频率较低; 直接受轮轨力作用的底板横向刚度远大于竖向刚度; 因此, 研究桥梁的结构噪声时, 可以仅考虑轮轨的竖向相互作用。

### 6.3.5 轨下胶垫刚度的影响

模态频率小于等于 200Hz 时, 工况 2(30MN/m) 和工况 1(60MN/m)相比, 车速相同时, 弹性更高的轨下胶垫能够降低结构噪声 2dB~3dB。为了行车安全, 胶垫要有足够的刚度。 $v=70\text{km/h}$  时, 跨中竖向平面在工况 1 和工况 2 时的声压级等压线分布见图 9。从图中可见, 整个平面声场的噪声降低了



(a) 工况 1



(b) 工况 2

图9 声场声压级等压线

Fig.9 Sound pressure level contours of the plane field

2dB~3dB。同时随着到桥中心线距离增大, 噪声衰减显著。距离轨道中心线 25m~30m 时, 梁体标高附近的噪声小于桥下和桥上位置处。

## 7 结论

本文用模态叠加法对简支槽型梁桥进行耦合动力分析, 借助 SYSNOISE 计算了槽型梁的辐射噪声, 并与实测结果进行了对比, 表明 30m 宽度槽型梁结构噪声的峰值频率为 40Hz~80Hz, 计算与实测结果吻合良好, 验证了数值计算的可靠性。基于数值分析得到如下结论:

(1) 模态叠加法计算桥梁结构声辐射时, 动力分析模型可只考虑轮轨竖向接触, 以简化计算。对于槽型梁, 只计算声压级时, MATV 的计算可以截断 200Hz 以上的声场激励, 边界条件截断 100Hz 以上的结构振型, 以减小计算时间。

(2) 调节轨下胶垫的刚度能有效减小结构振动, 并降低槽型梁的结构噪声。

(3) 列车速度对桥梁结构噪声有显著影响, 声压级与车速有强线性关系。

### 参考文献:

- [1] 丁桂保, 郑史雄. 高速铁路桥梁的低频噪声研究[J]. 西南交通大学学报, 1998, 33(2): 127-131.  
Ding Guibao, Zheng Shixiong. Study on low frequency noise of high-speed railway bridges [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 1998, 33(2): 127-131. (in Chinese)
- [2] Crockett A R, Pyke J R. Viaduct design for minimization of direct and structure-radiated train noise [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 231(3): 883-897.
- [3] Cooper J H, Harrison M F. Development of an alternative design for the West Rail viaducts [J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Transport, 2002, 153(2): 87-95.
- [4] Augusztinovicz F, Marki F, Nagy A B, et al. Derivation of train track isolation requirement for a steel road bridge based on vibro-acoustic analyses [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 293(3/4/5): 953-964.
- [5] Ouelaa Nourdine, Rezaiguia Abdelouahab, Laulagnet Bernard. Vibro-acoustic modelling of a railway bridge crossed by a train [J]. Applied Acoustics, 2006, 67(5): 461-475.
- [6] 谢伟平, 孙亮明. 箱形梁声辐射问题的半解析方法[J]. 武汉理工大学学报, 2008, 30(12): 165-169.  
Xie Weiping, Sun Liangming. Semi-analytical method of acoustic radiation from box beam [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2008, 30(12): 165-169. (in Chinese)

(参考文献[7]—[17]转第 202 页)