

文章编号: 1000-4750(2013)03-0451-08

基于 CBOS 有限元溃坝流数值模型

王大国^{1,2}, Tham Leslie George², 水庆象³, 刘霞²

(1. 大连大学材料破坏力学数值试验研究中心, 大连 116622; 2. 香港大学土木工程系, 香港 999077; 3. 大连大学信息工程学院, 大连 116622)

摘 要: 用基于特征线的算子分裂(CBOS)有限元法求解 Navier-Stokes 方程: 即在每一个时间层上, 采用算子分裂法将 N-S 方程的对流项与扩散项分开求解, 对流项离散采用特征线-Galerkin 法, 显式求解。流体自由表面跟踪采用浓度法, 建立了新的水波模型。经过下游河床有水、无水溃坝模型的验证, 表明该模型能精确模拟带自由表面流体运动问题。同时, 研究了下游河床无水时溃坝模型自由水面运动特征; 探讨了下游河床有水时溃坝模型中涌浪波形成原因、波浪翻卷形成过程, 并分析了涌浪波与下游河床水体冲击接触瞬间, 下游河床压力突然增大这一现象。

关键词: 流体力学; 溃坝; CBOS 有限元; 浓度法; 水波模型

中图分类号: O35 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.10.0705

NUMERICAL MODEL OF DAM BREAKING FLOW WITH CBOS FINITE ELEMENT METHOD

WANG Da-guo^{1,2}, THAM Leslie George², SHUI Qing-xiang³, LIU Xia²

(1. Research Center for Numerical Tests on Material Failure, Dalian University, Dalian 116622, China;

2. Department of Civil and Structural Engineering, the University of Hong Kong, Hong Kong 999077, China;

3. Department of Information Engineering, Dalian University, Dalian 116622, China)

Abstract: A new finite element method, which is the characteristic-based operator-splitting (CBOS) algorithm, is adopted to solve Navier-Stokes (N-S) equations. In each time step, the equations are split into a diffusive part and a convective part. The convective part is discretized using the characteristic Galerkin method and solved explicitly. The moving interface is captured by the pseudo-concentration method, thus, a new wave model is established. Through the validation of dam break failure onto a downstream dry bed or a wet bed, it is shown that the present model can accurately simulate the generation and the transmission of the dam breaking flow. We also study the evolution characteristics of the free surface in the dry bed case. Meanwhile, the generation of surge waves and the formation of curling waves are discussed for the wet bed case. In addition, it is analyzed that the pressure of the downstream bed suddenly increases under the impact of the surge waves on the water body of the downstream wet bed.

Key words: fluid mechanics; dam breaking; CBOS finite element method; Pseudo-concentration method; wave model

溃坝是一种具有代表性的自由表面流动, 它的研究对水利工程具有重要实际意义。目前主要研究

方法有室内物理模型实验^[1-2]和数值模型试验。数值模型试验主要有两种方法: 一种是以浅水方程为

收稿日期: 2011-10-24; 修改日期: 2012-04-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(41072235, 50809008, 41110104031); 香港研究资助局基金项目(HKU7171/06E); 辽宁省自然科学基金项目(20102006)

通讯作者: 王大国(1975-), 男, 四川苍溪人, 副教授, 博士, 主要从事计算力学的研究(E-mail: dan_wangguo@163.com)。

作者简介: Tham Leslie George (1955-), 男, 香港人, 教授, 博士, 博导, 主要从事有限元计算模型的研究(E-mail: hrectlg@hku.hk);

水庆象(1988-), 男, 安徽蚌埠人, 硕士生, 主要从事计算流体力学的研究(E-mail: shuiqx@163.com);

刘霞(1978-), 女, 四川南充人, 博士生, 主要从事水波模型的研究(E-mail: angelaliux@163.com)。

背景,采用数值方法求解不同时刻、空间位置上的水面高程^[3-5];另一种方法是通过界面捕捉手段,计算自由表面的时空演化过程。后一种方法主要关注:一是 Navier-Stokes(N-S)方程的数值方法;二是自由表面的捕捉方法。

N-S 方程的数值方法主要有有限差分、有限体积和有限元。求解 N-S 方程有限元方法主要有传统的 Galerkin 法^[6]、Petrov-Galerkin (P-G)法^[7]、Galerkin 最小二乘法^[8]、Taylor-Galerkin(T-G)法^[9]、基于特征线的分裂算法(CBS)^[10]、算子分裂法^[11-12]、基于特征线的算子分裂法(CBOS)^[13]。CBOS 算法结合了 CBS 算法和算子分裂法的优点,采用算子分裂技术将 N-S 方程分裂成扩散项和对流项,既能考虑对流占优特点又能顾及方程的扩散性质;对流项的求解借鉴了 CBS 法的简单显式特征线时间离散,其思想包括局部 Taylor 展开。沿特征线离散的方程给出了附加的沿流线的稳定扩散项,这与以往采用人工或经验因子修正权函数的方法不同,从而避免了 P-G 法等其他有限元法合理选择权函数的困难;对流项为显示算法,可克服对流占优时,在总时间步长不变的条件下,求解对流项采用更小时间步长带来的计算量大的问题。

自由表面捕捉方法主要有 Marker and Cell (MAC)法^[14]、Volume of Fluids (VOF)法^[15]、Level set 方法^[16]、Pseudo-concentration Method (PCM)^[17-18]。PCM 方法是在整个计算域内定义一个浓度函数,通过求解双曲线方程来确定流体自由表面。该方法不仅精确跟踪流体自由表面的位置,而且计算效率高于 Level set 方法^[17-18]。

本文用 CBOS 有限元法求解 N-S 方程,流体自由表面跟踪采用 PCM 方法,建立了新的水波模型,通过下游河床有水、无水模型的验证,表明该模型能精确模拟带自由表面流体运动问题。

1 N-S 方程

二维非定常粘性不可压缩流动(忽略能量损失)可由连续方程和 N-S 方程(统称 N-S 方程)控制,其无量纲形式表示为:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + f_i \quad (2)$$

式中: $i, j = 1, 2$; $(u_1, u_2) = (u, v)$, u 为水平方向速

度, v 为垂向速度; p 为压力; t 为时间; Re 为雷诺数; f_1 为水平方向外力; f_2 为垂向方向外力; $(x_1, x_2) = (x, y)$, x 是水平坐标, y 是垂向坐标。

2 N-S 方程计算方法及有限元求解

2.1 算子分裂法

本文采用算子分裂法将控制方程式(1)和式(2)分成扩散项:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i^{n+\theta}}{\partial t} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i^{n+\theta}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{n+\theta}}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + f_i \\ \frac{\partial u_i^{n+\theta}}{\partial x_i} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

和对流项:

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial t} + u_j^{n+1} \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_j} = 0 \quad (4)$$

式中: $u_i^{n+\theta}$ 为扩散项式(3)在 $n+1$ 时刻的解,同时是对流项式(4)在 $n+1$ 时刻的初值; u_i^{n+1} 是对流项在 $n+1$ 时刻的解,同时也是 N-S 方程式(1)~式(2)在 $n+1$ 时刻的解。

2.2 对流项的特征线法

一维标量对流方程形式为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

式(5)的特征线方程为:

$$\frac{dx}{dt} = u \quad (6)$$

令

$$x' = x - ut \quad (7)$$

对式(7)微分,得:

$$dx' = dx - udt \quad (8)$$

注意到 $\phi = \phi(x', t)$, 得:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{x'const} = \frac{\partial \phi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial t} + \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{x'const} = -u \frac{\partial \phi}{\partial x'} + \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{x'const} \quad (9)$$

沿特征线对流方程可以写成:

$$\frac{\partial \phi[x'(t), t]}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

因此 ϕ 沿特征线的值不变:

$$\phi^{n+1} = \phi^n |_{x-\delta} = \phi^n - \delta \frac{\partial \phi^n}{\partial x} + \frac{\delta^2}{2} \frac{\partial^2 \phi^n}{\partial x^2} + o(\Delta t^3) \quad (11)$$

式中: $\delta = \bar{u} \Delta t$ (Δt 为时间步长), \bar{u} 为 u 沿特征线的平均值。对 \bar{u} 近似^[19]:

$$\bar{u} = \frac{u^{n+1} + u^n |_{x-\delta}}{2} \quad (12)$$

由 Taylor 展开(将 $u^n |_{x-\delta}$ 进行 Taylor 展开, 得):

$$u^n |_{x-\delta} = u^n - \Delta t u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} + o(\Delta t^2) \quad (13)$$

将式(13)代入式(12), 得:

$$\delta = \Delta t u^{n+1/2} - \frac{\Delta t^2}{2} u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} \quad (14)$$

将式(14)代入式(11), 得:

$$\begin{aligned} \phi^{n+1} - \phi^n = & - \left(\Delta t u^{n+1/2} - \frac{\Delta t^2}{2} u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} \right) \frac{\partial \phi^n}{\partial x} + \\ & \frac{\left(\Delta t u^{n+1/2} - \frac{\Delta t^2}{2} u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} \right)^2}{2} \frac{\partial^2 \phi^n}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)中: $u^{n+1/2} = \frac{u^{n+1} + u^n}{2}$ 。为得到完全显式形式,

对 $u^{n+1/2}$ 进行近似:

$$u^{n+1/2} = u^n + o(\Delta t) \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)并略去高阶项得:

$$\begin{aligned} \phi^{n+1} - \phi^n = & - \left(\Delta t u^n - \frac{\Delta t^2}{2} u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} \right) \frac{\partial \phi^n}{\partial x} + \\ & \frac{\left(\Delta t u^n - \frac{\Delta t^2}{2} u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} \right)^2}{2} \frac{\partial^2 \phi^n}{\partial x^2} = \\ & - \Delta t u^n \frac{\partial \phi^n}{\partial x} + \frac{\Delta t^2}{2} u^n \frac{\partial}{\partial x} \left(u^n \frac{\partial \phi^n}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

推广到二维非线性对流方程的情况即得对流项式(4)的时间离散方程:

$$u_i^{n+1} - u_i^n = -\Delta t u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\Delta t^2}{2} u_k^n \frac{\partial}{\partial x_k} \left(u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} \right) \quad (18)$$

式中: $k=1,2$ 。式(18)中最后一项即直接由对流方程推导出来的沿流线的稳定扩散项。

2.3 有限元求解

2.3.1 扩散项有限元求解

对扩散项采用向后差分进行时间离散, 省略 p 的上标并简记 $u_i^{n+\theta}$ 为 u_i :

$$\frac{u_i - u_i^n}{\Delta t} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i \quad (19)$$

取单元为九节点四边形单元, 速度插值采用九节点, 压力插值采用四节点(单元的角节点), 应用标

准Galerkin法对式(19)进行有限元空间离散, 可得:

$$\begin{aligned} u_{i\beta} \iint_{\Omega} N_{\beta} N_{\alpha} d\Omega + \Delta t \frac{1}{Re} u_{i\beta} \cdot \\ \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial N_{\beta}}{\partial x_j} + \frac{\partial N_{\beta}}{\partial x_i} \delta_{ij} \right) \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} d\Omega - \\ \Delta t u_{i\beta} \iint_{\Omega} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial x_i} M_l d\Omega - \Delta t p_l \iint_{\Omega} M_l \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_i} d\Omega = \\ \Delta t \frac{1}{Re} \iint_{\Gamma} \frac{\partial u_i}{\partial n} N_{\alpha} d\Gamma + \Delta t \iint_{\Omega} f_i N_{\alpha} d\Omega - \\ \Delta t \iint_{\Gamma} n_i p M_l N_{\alpha} d\Gamma + u_{i\beta} \iint_{\Omega} N_{\beta} N_{\alpha} d\Omega \end{aligned} \quad (20)$$

式中: N_{α} 、 N_{β} 为二次插值函数; M_l 为线性插值函数; $\alpha=1,2,\dots,m$; $\beta=1,2,\dots,m$; $l=1,2,\dots,h$; $m=9$ 为插值单元内速度节点个数; $h=4$ 为插值单元内压力节点个数; δ_{ij} 为置换算子, $\delta_{ij} u_{i\beta} = u_{j\beta}$ 。求解式(20)可得 $u_i^{n+\theta}$ 和压力 p^{n+1} 。

2.3.2 对流项有限元求解

同扩散项处理方法一样, 由标准 Galerkin 法建立式(18)的弱形式(省略上标):

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} (u_i^{n+1} - u_i) \delta u_i d\Omega = -\Delta t \iint_{\Omega} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \delta u_i d\Omega + \\ \frac{\Delta t^2}{2} \iint_{\Omega} u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \left(u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \delta u_i d\Omega \end{aligned} \quad (21)$$

对式(21)最后一项分部积分(忽略边界项的影响)得:

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} (u_i^{n+1} - u_i) \delta u_i d\Omega = -\Delta t \iint_{\Omega} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \delta u_i d\Omega - \\ \frac{\Delta t^2}{2} \iint_{\Omega} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} u_k \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_k} d\Omega \end{aligned} \quad (22)$$

由式(22)得:

$$\begin{aligned} u_{i\beta}^{n+1} \iint_{\Omega} N_{\alpha} N_{\beta} d\Omega = u_{i\beta} \iint_{\Omega} N_{\alpha} N_{\beta} d\Omega - \\ u_{j\gamma} u_{i\beta} \Delta t \iint_{\Omega} N_{\gamma} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial x_j} N_{\alpha} d\Omega - u_{j\eta} u_{i\gamma} u_{k\beta} \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot \\ \iint_{\Omega} N_{\eta} \frac{\partial N_{\gamma}}{\partial x_j} N_{\beta} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_k} d\Omega \end{aligned} \quad (23)$$

式中: N_{γ} 、 N_{η} 为二次插值函数; $\gamma, \eta=1,2,\dots,m$ 。求解式(23)可得 u_i^{n+1} 。

3 自由表面处理

流体自由表面跟踪采用浓度法^[17-18], 其控制方程为:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = 0 \quad (24)$$

式中： C 为浓度。初始时刻，设空气单元的浓度为 0，水单元的浓度为 1，如果单元的浓度介于 0 和 1 之间，表明该单元就是水与空气的交界面。式(24)的求解与对流项式(4)的求解方法一样，采用特征线-Galerkin 法。

4 边界条件处理及求解过程

4.1 边界条件处理

本文采用 CBOS 有限元法求解 N-S 方程，求解过程中只需给出扩散项的边界条件。扩散项是一个抛物型方程，本文采用的是可滑移边界条件，即 $u_i n_i = 0$ 。

4.2 求解过程

当 n 时刻求解完，求解 $n+1$ 时刻时，流体自由表面的跟踪过程为：

1) 以 n 时刻的速度场 u_i^n 和压力场 p^n 作为初值，求解扩散方程式(3)，得到 $n+1$ 时刻速度场的过渡值 $u_i^{n+\theta}$ 和压力场 p^{n+1} 。

2) 以 $u_i^{n+\theta}$ 作为初值，求解对流方程式(4)，得到 $n+1$ 时刻速度场 u_i^{n+1} 。

3) 根据速度场，求解方程式(24)，得到 $n+1$ 时刻的浓度场。

4) 根据水、空气的初始密度 ρ_A 、 ρ_B ，初始粘性系数 μ_A 、 μ_B 和浓度场，由下列方程：

$$\rho = C\rho_A + (1-C)\rho_B \quad (25)$$

$$\mu = C\mu_A + (1-C)\mu_B \quad (26)$$

求解 N-S 控制方程中每个单元新的密度 ρ 和粘性系数 μ 。

5) 转到下一时刻，重复 1)~4) 的求解。

5 模型验证

溃坝问题在水利工程中具有重要的实际运用价值，也是验证自由表面问题最直接有效的方法，本文分别从下游河床有水、无水溃坝模型对该模型进行了验证，同时对溃坝模型自由水面运动特征进行了研究。

5.1 下游河床无水溃坝模型的验证

模型布置如图 1 所示，图中 H 是上游库区水位高度。边界条件取左右两侧和上下底面都为可滑移边界条件。整个计算区域划分成 120×48 个 9 节点四边形均匀规则网格。

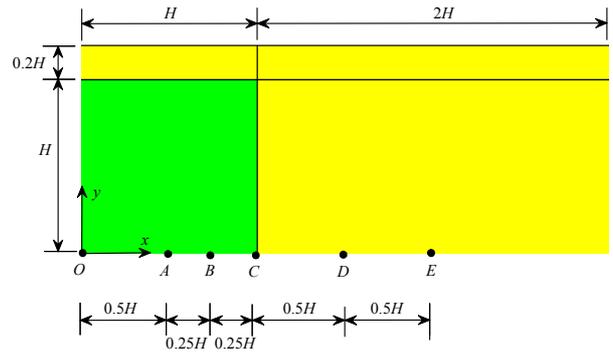


图 1 下游河床无水溃坝模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of dam breaking flow for the dry bed case

计算中取 $H = 0.05175$ m，重力加速度为 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ，水的密度 $\rho_A = 1000 \text{ kg/m}^3$ ，空气密度 $\rho_B = 0.01 \text{ kg/m}^3$ ，水的粘性系数 $\mu_A = 0.01 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ，空气的粘性系数 $\mu_B = 0.0001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ，时间步长 $\Delta t = 0.001$ s。

图 2 给出了流体流动前锋到达位置及库区左侧水柱高度随时间的变化关系。图 2 中，实线是本模型计算结果、圆点是 Kim 等人^[20]的计算结果、方点是 Martin 等人^[21]的物理模型实验结果。为便于比较，采用无量纲化的 $x^* - t^*$ 、 $y^* - t^*$ 、 $p^* - t^*$ 曲线表示。其中 x^* 、 y^* 、 p^* 、 t^* 分别代表无量纲化后流体流动前锋到达位置、库区左侧水柱高度、流体压力和时间：

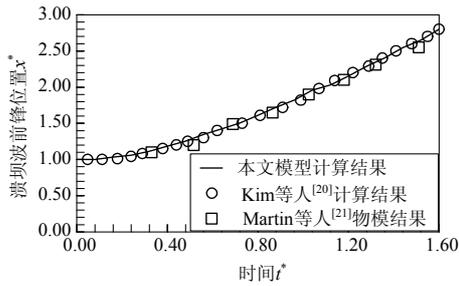
$$x^* = x/H \quad (27)$$

$$y^* = y/H \quad (28)$$

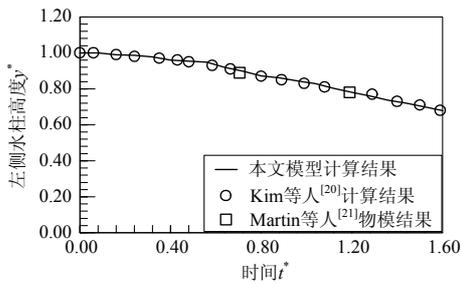
$$p^* = p/\rho g H \quad (29)$$

$$t^* = t\sqrt{g/H} \quad (30)$$

由图 2 可知，本文的模型能够准确模拟下游河床无水时溃坝波传播的速度和库区水位下落的过程。为了进一步说明溃坝流动的过程，图 3 给出了不同时刻水体演化特征和压力等值线图。从图 3 中可以看出：1) 水体自右上端塌落，且随着时间的推移，水流前锋位置向前移动的速度加快，顶部水位逐渐降低；2) 在溃坝位置附近河床上各点压力分布不满足静水压力分布，这也可以从图 4 中河床上各点压力随时间的变化历程可以看出。在图 4 中，溃坝坝址附近河床上的各点压力随时间是先增加，后减小，再趋于稳定。在下游，距离溃坝坝址约一个 H 后，河床上各点压力基本满足静压力分布，这与 Quecedo 等人^[22]采用基于 N-S 方程两相流的研究一致。

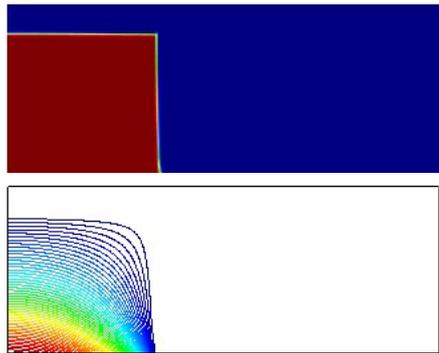


(a) 前锋位置随时间的变化

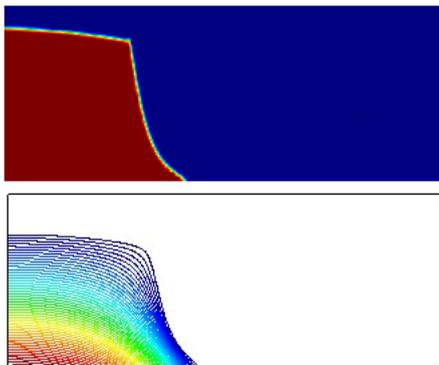


(b) 左侧水柱高度随时间的变化

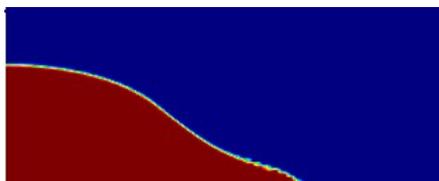
图2 溃坝前锋位置和左侧水柱高度随时间的变化
Fig.2 The time history of forward position of the dam breaking flow and height of the left water column



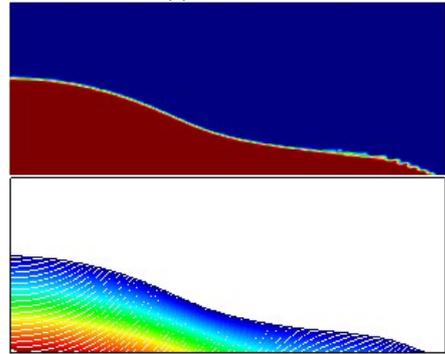
(a) $t^* = 0.1377$



(b) $t^* = 0.5508$



(c) $t^* = 1.1014$



(d) $t^* = 1.6522$

图3 溃坝流中各个时刻水体演化特征和压力等值线图
(上图: 水体演化特征; 下图: 压力等值线)

Fig.3 Characteristic of water evolution and pressure contour at different instant (Up: Characteristic of water evolution; down: pressure contour)

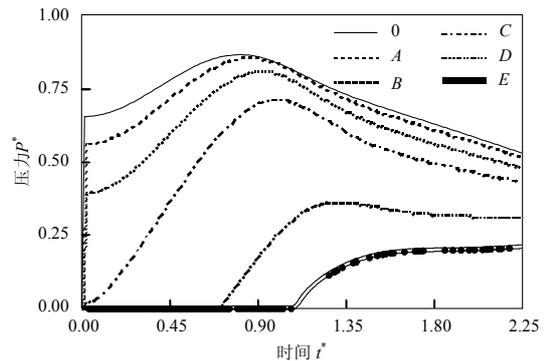


图4 下游河床无水溃坝时河床上各点压力随时间的变化
(图中各点压力位置如图1所示)

Fig.4 Evolution of the pressure at the control points
(Location of the control points shown in Fig.1)

5.2 下游河床有水溃坝模型的验证

模型布置如图5所示。在计算域的左右两侧和上下底面均为可滑动边界条件。整个计算区域划分成 $180 \times (40 + 5)$ 个9节点四边形均匀规则网格。

计算中取 $H = 0.1\text{m}$, 时间步长 $\Delta t = 0.001\text{s}$, 其余计算各参数与算例5.1中的计算参数一样。

图6给出了溃坝流中各个时刻的自由表面形态。为方便比较, 图6中采用式(27)~式(30)无量纲化的坐标。在溃坝的初始时刻, 由于M点(如图5)朝右上方的速度远大于其它点的速度^[1], 在溃坝不久, 在溃坝位置处形成这个方向上的涌浪波(如图6(a)~图6(b)), 这与Stansby等人^[1]的研究结果一

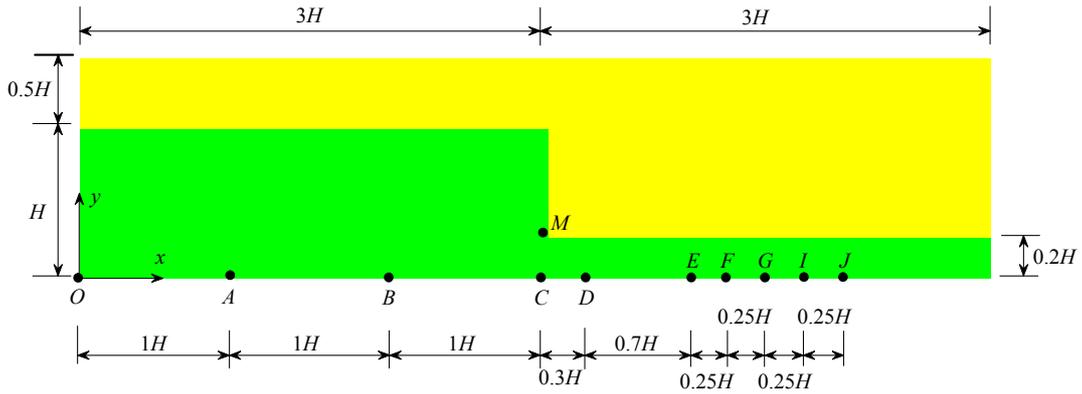


图 5 下游河床有水的溃坝流计算模型

Fig.5 Schematic diagram of dam breaking flow for the wet bed case

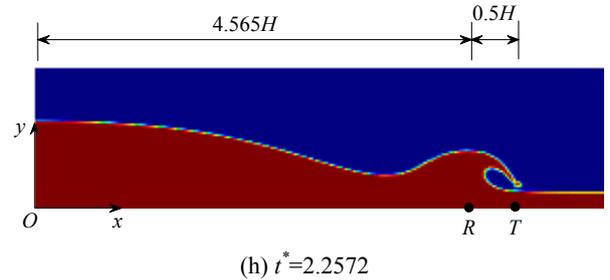
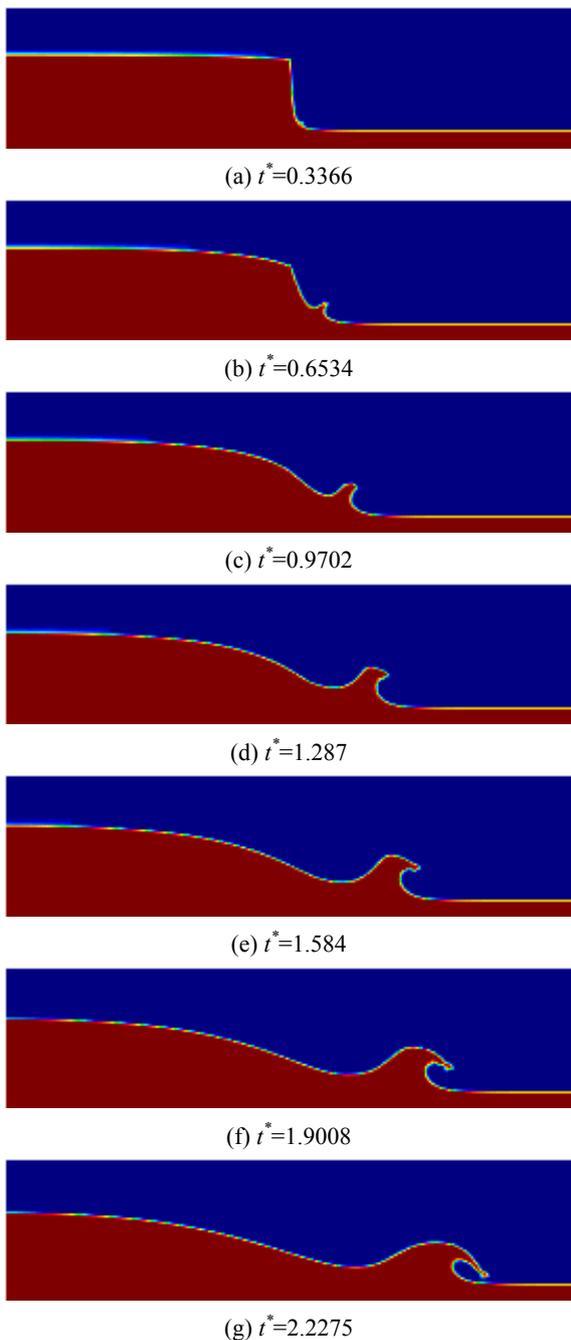


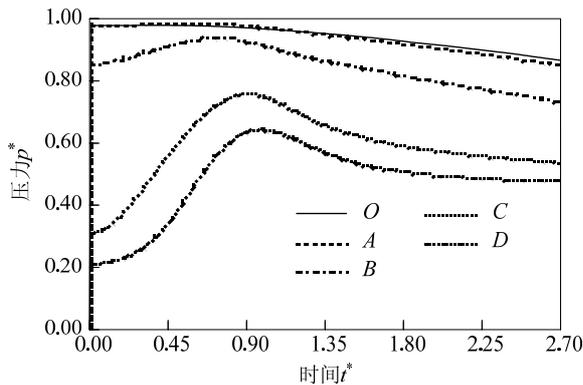
图 6 下游河床有水溃坝流中各个时刻水体演化特征

Fig.6 Characteristic of water evolution at different instant on a wet bed case

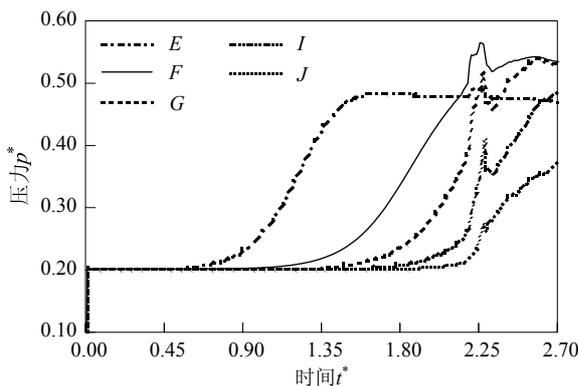
样；随着时间的推移， M 点朝右上方的速度相对逐渐减小，但涌浪的高度却不断增加(如图 6(c))；随着时间的推移， M 点的速度逐渐以水平速度为主，在溃坝位置处不再出现涌浪现象，现有的涌浪波向下游传播(如图 6(d)~图 6(h))；在 $t^*=1.287$ 前后，在涌浪高度不断增加的同时，涌浪波前面的水头在重力作用下，开始向下运动，并逐步形成波浪翻卷现象；在 $t^*=2.2572$ 时，涌浪波最前端水头与下面水体接触，产生水花飞溅现象。这一研究结果与 Quecedo 等人^[22]采用基于 N-S 方程两相流的研究结果一致，但在 Quecedo 等人^[22]的研究中，没有分析出涌浪波产生的原因；同时把研究结果与 Quecedo 等人^[22]采用浅水方程的解析解结果也进行了比较，本模型在溃坝初期，波前峰随时间演进的位置落后于浅水方程模型，但随着时间的推移，本模型波前峰位置逐渐与浅水方程模型一致，这是由于浅水方程中忽略了垂向速度、波前峰位置随时间演进速度不变所引起的，这一研究结果与 Quecedo^[22]、Mohapatra^[23]等人的研究结果一致。

图 7 给出了河床上各点无因次压力随无因次时间的变化关系图(图 7 中各点的位置如图 5 所示)。在溃坝位置附近，压力的变化和下游河床无水的情

况一样,是先增大,后减小,最后趋于稳定。从图7中E、F、G、I、J各点的压力可以看出,当涌浪波最前端水头与下面水体接触瞬间($t^*=2.2572$),在接触点(图6(h)中T点)与涌浪波最高水头(图6(h)中R点)之间压力突然增大,主要是因为当涌浪波最前端水头与下面水体冲击接触时,产生瞬间动压力所致,这在Quecedo等人^[22]的两相流模型研究中没有体现出来。



(a) 坝体位置处右边河床上各点压力随时间的变化



(b) 坝体位置处左边河床上各点压力随时间的变化

图7 河床上各点无因次压力随无因次时间变化关系图
(图中各点压力位置如图5所示)

Fig.7 Evolution of the pressure at the control points
(Location of the control points shown in Fig.5)

通过下游河床有水溃坝模型的验证表明本文所建模型相对 Quecedo 等人^[22]浅水方程模型、Mohapatra 等人^[23]欧拉方程模型,与 Quecedo 等人^[22]的两相流模型一样,更能精确模拟下游河床有水时溃坝波自由表面演化形态和河床上各点压力变化过程;但相对 Quecedo 等人^[22]的两相流模型,本文还探讨了下游河床有水时溃坝模型中涌浪波形成原因,并分析了涌浪波与下游河床水体冲击接触瞬间、下游河床压力突然增大这一现象。

6 结论

本文用基于特征线的算子分裂(CBOS)有限元

法求解 N-S 方程,流体自由表面跟踪采用浓度法,建立了新的水波模型。

通过与 Kim 等人^[20]的计算结果、Martin 等人^[21]的物理模型结果对比表明,该模型能精确模拟下游河床无水时溃坝波传播的速度和库区水位下落的过程,并得出下游河床无水时溃坝模型自由水面运动特征:(1) 水体自右上端塌落,且随着时间的推移,水流前锋位置向前移动的速度加快,顶部水位逐渐降低;(2) 在溃坝位置附近河床上各点压力分布不满足静水压力分布,而是随着时间先增加,后减小,再趋于稳定;(3) 在河床下游距离溃坝坝址约一个库区水位高度后,河床上各点压力基本满足静水压力分布。

利用该模型对下游河床有水时的溃坝模型进行了研究,并把该结果与 Quecedo 等人^[22]的两相流模型计算结果进行了对比,结果表明:(1) 溃坝时在溃坝坝址处水体产生一个斜向上的速度,且这个方向上的速度远大于其它方向上的速度,因此产生在这个方向上的涌浪波;(2) 涌浪波在重力和后面溃坝波的共同作用下,逐渐形成波浪翻卷现象;(3) 涌浪波最前端水头与下游河床水体接触瞬间,由于瞬间动压力作用,在接触点与涌浪波最高水头之间压力突然增大。

参考文献:

- [1] Stansby P K, Chegini A, Barnes T C D. The initial stages of dam-break flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 374: 407-424.
- [2] Lauber G, Hager W H. Experiments to dam break wave: Horizontal channel [J]. *Journal of Hydraulic Research*, 1998, 36(3): 291-307.
- [3] 魏文礼, 沈永明, 孙广才, 等. 二维溃坝水波演进的数值模拟[J]. *水利学报*, 2003(9): 43-47.
Wei Wenli, Shen Yongming, Sun Guangcai, et al. Numerical simulation of 2D dam-break flood wave [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003(9): 43-47. (in Chinese)
- [4] 陈景秋, 张永祥, 韦春霞. 二维溃坝洪水波的演进绕流和反射的数值模拟[J]. *水利学报*, 2005, 36(5): 569-574.
Chen Jingqiu, Zhang Yongxiang, Wei Chunxia. Numerical simulation of propagation diffraction and reflection of 2-D dam-break wave [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2005, 36(5): 569-574. (in Chinese)
- [5] Liang D. Evaluating shallow water assumptions in dam-break flows [J]. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water Management*, 2010, 163(5): 227-237.
- [6] 李冠成, 何银年. 定常不可压 Navier-Stokes 型方程的非线性 Galerkin 有限元算法的收敛性[J]. *计算物理*, 1997, 14(1): 83-89.

- Li Guancheng, He Yinnian. Convergence of nonlinear Galerkin finite element algorithm for steady incompressible equations of the Navier Stokes type. *Chinese Journal of Computation Physics*, 1997, 14(1): 83—89. (in Chinese)
- [7] Christie I, Griffiths D F, Mitchell A R, Zienkiewicz O C. Finite element methods for second order differential equations with significant first derivatives [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1976, 10(6): 1389—1396.
- [8] Hughes T J R, Franca L P, Hulbert G M. A new finite element formulation for computational fluid dynamics: VIII. The Galerkin/least-squares method for advective diffusive equations [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1989, 73(2): 173—189.
- [9] Donea J. A Taylor-Galerkin method for convective transport problems [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1984, 20(1): 101—119.
- [10] Zienkiewicz O C, Nithiarasu P, Codina R, Vázquez M. The characteristic-based-split procedure: An efficient and accurate algorithm for fluid problems [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1999, 31(1): 359—392.
- [11] Yanenko N N. The method of fractional steps [M]. New York: Springer-Verlag, 1971: 17—81.
- [12] Ying Long-an. Viscosity splitting method in bounded domains [J]. *Science in China (Series A)*, 1989, 32(8): 908—921.
- [13] Wang Daguo, Wang Haijiao, Xiong Juhua et al. Characteristic-based operator-splitting finite element method for Navier-Stokes equations [J]. *Science in China (Series E)*, 2011, 54(8): 2157—2166.
- [14] Harlow F H, Welch J E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface [J]. *Physics of Fluids*, 1965, 8(12): 2182—2189.
- [15] Hirt C W, Nichols B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries [J]. *Journal of Computational Physics*, 1981, 39(1): 201—225.
- [16] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation [J]. *Journal of Computational Physics*, 1988, 79(1): 12—49.
- [17] Kačeniauskas A. Development of efficient interface sharpening procedure for viscous incompressible flows [J]. *Informatica*, 2008, 19(4): 487—504.
- [18] Aliabadi S, Tezduyar T E. Stabilized-finite-element /interface-capturing technique for parallel computation of unsteady flows with interfaces [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, 190: 243—261.
- [19] Zienkiewicz O C, Codina R. A general algorithm for compressible and incompressible flow - Part I. The split, characteristic based scheme [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1995, 20: 869—885.
- [20] Kim M S, Lee W I. A new VOF-based numerical scheme for the simulation of fluid flow with free surface. Part I: New free surface-tracking algorithm and its verification [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2003, 42: 765—790.
- [21] Martin J C, Moyce W J. An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A. Mathematical, Physical and Engineering Science*, 1952, 244: 312—324.
- [22] Quecedo M, Pastor M, Herreros M I, et al. Comparison of two mathematical models for solving the dam break problem using the FEM method [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, 194: 3984—4005.
- [23] Mohapatra P K, Eswaran V, Murty Bhallamudi S. Two-dimensional analysis of dam-break flow in vertical plane [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999, 125(2): 183—192.

(上接第 444 页)

- [5] Liu Tianshu, William W L. Aership: A new flight platform [C]. *Proceedings of the 24th AIAA Applied Aerodynamics Conference*. San Francisco, CA, No.2006-3922, 2006.
- [6] Barnard L, Navid L Q, Walter T G. A new concept of hybrid airship [R]. *Aerial Mobility Incorporated Dayton, Ohio, AIAA, No.85-0868: 153—160*.
- [7] Nagabhushan B L, Tomlinson N P. Flight dynamics analyses and simulation of heavy lift airship [R]. *Goodyear Aerospace Corporation, Akron, Ohio, AIAA, No.79-1593: 74—81*.
- [8] 李峰, 叶正寅. 一种新型浮升一体化排式飞翼气动布局的设计与研究[J]. *力学学报*, 2009, 41(6): 850—857. Li Feng, Ye Zhengyin. Design and research for a new type buoyancy-lifting row flying-wings [J] *Chinese Journal of Theoretical Applied Mechanics*, 2009, 41(6): 850—857. (in Chinese)
- [9] Eguchi K, Yamauchi N, Ocgaki M, et al. Feasibility study program on stratospheric platform airship technology in Japan [C]. *Proceedings of the 13th AIAA Light-Thin-Air Technology Conference*. Norfolk, VA, No.99-33350, 1999.
- [10] Gang W A. Broadband wireless access system using stratospheric platforms [C]. *Proceedings of the Globecom'00 IEEE Global Conference*. Piscataway: IEEE, 2000, 1: 225—230.
- [11] 张扬健, 毛宗强, 谢晓峰, 王诚. 再生燃料电池的研究与应用[J]. *化学进展*, 2006, 18(5): 635—640. Zhang Yangjian, Mao Zongqiang, Xie Xiaofeng, Wang Cheng. Research and application of regenerative fuel cells [J]. *Progress in Chemistry*, 2006, 18(5): 635—640. (in Chinese)