

文章编号: 1000-4750(2013)03-0159-07

钢索在火灾升温历程中瞬态张力的解析计算方法

杜 咏, 陆亚珍

(南京工业大学土木工程学院, 江苏, 南京 210009)

摘 要: 该文根据常温下单索的基本平衡微分方程, 建立了钢索在高温材性非线性衰减、非线性热应变以及几何形变耦合状态下的微分方程组; 分别求解出受均布荷载和集中荷载作用的钢索, 在均匀和非均匀温度场中其水平张力的非线性瞬时计算式, 并提出了判断钢索高温极限承载力的力学计算方法; 同时用解析计算方法验证了基于非线性有限元方法建立的单索热力耦合计算模型的精确性, 为进一步研究索网结构的整体抗火性能奠定了理论基础。

关键词: 钢结构; 结构抗火; 解析法; 钢索; 抗火极限状态; 水平张力

中图分类号: TU393.3 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.09.0625

MATHEMATICAL CALCULATION OF INSTANTANEOUS TENSION FOR STEEL CABLES IN FIRE TEMPERATURE HISTORY

DU Yong, LU Ya-zhen

(College of Civil Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing, Jiangsu 210009, China)

Abstract: Based on the equilibrium differential equation of cable at ambient temperature, considering the geometric distortion with thermal stress coupling, the temperature distribution along cables and the non-linear temperature-dependent material properties for steel cables, formulas for the calculation of horizontal tension in cables subjected to fire under line loads and point loads are developed. In the mean time, the fire limit state of steel cables is derived from the equation of horizontal tension. Additionally the nonlinear numerical model for the analysis of the cable fire performance is fit to the analytical calculation precisely. This study provides a theoretical reference for a further research on the fire-resistance of cable structures.

Key words: steel structure; structural fire-resistance; mathematical analysis; steel cable; fire limit state; horizontal tension

悬索结构由于其造型丰富、空间覆盖面大等特点, 广泛应用于大跨度公共建筑屋盖结构中。悬索结构在常温下的结构反应已有较系统的研究^[1], 但是在火灾作用下的结构反应还研究较少。同济大学对鞍形索网结构在均匀升温条件下的抗火性能进行了研究, 但是未考虑大空间建筑火灾中温度场非均匀性对整体结构抗火性能的影响^[2]; 同济大学通过钢绞线的高温材性试验, 得到了钢绞线的弹性模量和屈服强度随温度的变化曲线^[3]; 美国后张预应力混凝土学会在试验基础上给出了高温下钢绞线

的弹性模量和极限强度的变化规律^[4], 但是单索的恒载升温实验目前还是空白, 对索结构的抗火性能分析也是基于数值分析方法。如果从经典力学理论推导出单索的热力关系表达式, 不仅可以得到判断单索高温极限承载力的解析方法, 同时也可验证钢索高温力学反应数值分析模型的可靠性, 为索网结构的整体抗火性能研究提供理论基础。

1 钢索热力耦合分析的边界条件

升温边界条件及高温下材性变化的非线性增

收稿日期: 2011-09-21; 修改日期: 2012-02-14

基金项目: 《建筑钢结构防火技术规范》国家标准专项研究项目(国标 2007-1-18)

通讯作者: 杜 咏(1967-), 女, 重庆人, 教授, 博士, 从事钢结构抗火研究(E-mail: yongdu_mail@njut.edu.cn).

作者简介: 陆亚珍(1986-), 女, 江阴人, 硕士生, 从事钢结构抗火研究(E-mail: yuner86@163.com).

加了高温下钢索基本平衡微分方程的求解难度，所以在此提出既能较好反应真实火灾的升温历程又易于微分方程求解的边界条件函数形式。

1.1 火灾升温历程

大空间建筑火灾有较多的升温计算模型^[5]，文献[6]基于场模型提出了描述建筑空间中任意高度的水平面上烟气温度 T 的分布函数：

$$T = T_0 f(x') = T_0 \left[\eta + (1 - \eta) \exp\left(\frac{b - x'}{\mu}\right) \right] \quad (1)$$

其中： T_0 为距火源面任意高度的水平面上烟气最高温度； $f(x')$ 为水平面上距离火源中心水平距离 x' 处的温度衰减函数(无量纲)， x' 取值范围按空间边界实际尺寸确定； η 为温度衰减系数(无量纲)，按文献[6]确定； μ 系数，按文献[6]确定； b 为火源等效半径， $b = \sqrt{A_q / \pi}$ ； A_q 为火源面积。

式(1)中 $f(x')$ 函数的形式将对单索的平衡微分方程的求解造成较大困难，因此将 $f(x')$ 指数函数式按分段函数表达：

$$k(x') = \begin{cases} \gamma x' + 1, & x' < 23\eta \\ \eta, & x' \geq 23\eta \end{cases} \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{\eta - 1}{23\eta}$$

式中， $k(x')$ 为简化后距离火源中心水平距离 x' 处的温度衰减函数。

如图 1 所示，简化后的函数 $k(x')$ 与函数 $f(x')$ 平均相差 5%，两者吻合较好。

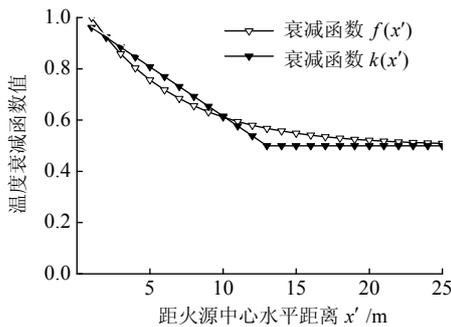


图 1 温度衰减函数对比

Fig.1 The different functions of temperature decaying

1.2 钢索的高温弹性模量

对文献[3]中通过试验得到的不同温度下钢绞线弹性模量进行拟合，得到：

$$E_T = \frac{E_{20}}{0.975 + 0.007 \exp\left(\frac{T}{90}\right)}, \quad 20^\circ\text{C} \leq T \leq 600^\circ\text{C} \quad (3a)$$

式中： E_T 为钢绞线温度 T 时的弹性模量； E_{20} 为钢绞线常温下的弹性模量(取 $2.05 \times 10^5 \text{MPa}$)。

如图 2 所示，拟合计算式(3a)与文献[3]中的试验结果吻合较好。

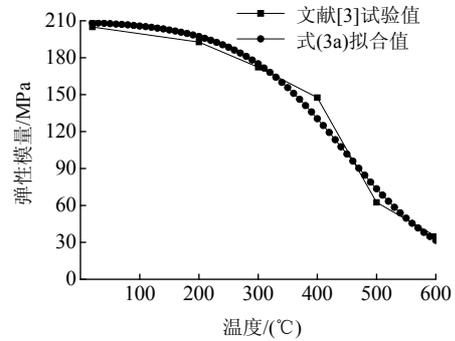


图 2 钢绞线高温弹性模量试验值的拟合

Fig.2 Experimental value fitting for elastic modulus of cable at elevated temperatures

1.3 高温下钢索的应力-应变关系

按文献[3]给出的高温下钢索应力-应变实验曲线，建立钢索的应力-应变两线段模型如图 3 所示。

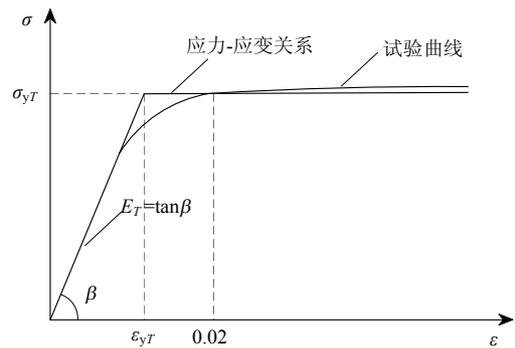


图 3 高温下钢索的应力-应变关系

Fig.3 Stress-strain relationship for cables at elevated temperatures

参考 EC3^[7]取 2%应变对应的强度作为名义屈服强度 σ_{yT} 。名义屈服强度随温度变化按下式确定。

$$\sigma_{yT} / \sigma_y = 1.013 - 1.3 \times 10^{-3} T + 6.179 \times 10^{-6} T^2 - 2.468 \times 10^{-8} T^3 + 2.279 \times 10^{-11} T^4 \quad (3b)$$

式中， σ_y 为常温下钢索的屈服强度。

2 高温下钢索的水平张力计算

图 4 中 s_0 、 s 分别表示升温前后的索长。假设 T_0 为初始温度， T_n 为终点温度，可将 T_0 到 T_n 的升温过程离散成有限个连续的等温度步 $\Delta T = T_{i+1} - T_i$ ，其中 T_i 、 T_{i+1} 分别是前后时刻的温度，当 ΔT 足够小时，可假设各温度步中钢索的材性为常量。基于前述边界条件，建立钢索高温下基本平衡

微分方程。

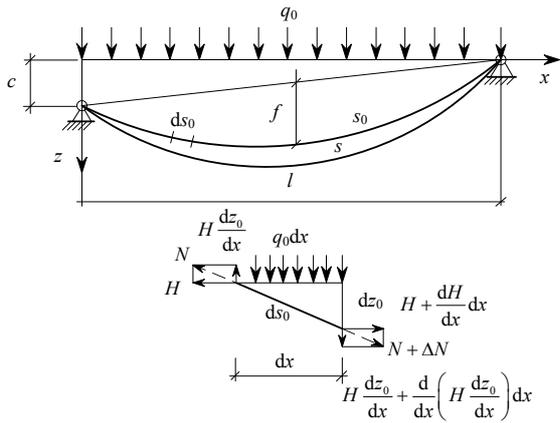


图 4 钢索变形及索微分单元受力图

Fig.4 Deflection of cable and forces in differential element

2.1 均布荷载作用

设定索在承受均布荷载 q_0 时, 其“初始状态”下的形状函数为 z_0 、水平张力为 H_0 , 当索温度从 T_0 变化到 T_n 时, 其水平张力由 H_0 变为 H ($H = H_0 + \Delta H$), 索产生相应的伸长, 其形状函数由 z_0 变到 z , 此状态称为索的“最终状态”。

根据微分单元的静力平衡条件, 钢索在初始状态(常温下)的基本平衡微分方程为^[1]:

$$H_0 \frac{d^2 z_0}{dx^2} + q_0 = 0 \quad (4)$$

对式(4)积分两次可得:

$$z_0 = -\frac{q_0}{2H_0} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (5a)$$

按图 4 中坐标系(本文两端支座等高 $c=0$), 积分常数可由边界条件: $x=0, z=0; x=l, z=0$; 确定 $C_1 = \frac{q_0 l}{2H_0}, C_2 = 0$, 代入式(5)可得:

$$z_0 = \frac{q_0 x(l-x)}{2H_0} \quad (5b)$$

给定索在跨中的垂度 f , 将 $x = \frac{l}{2}, z_0 = f$ 代入式(5b)即可求出初始状态索的水平张力 H_0 :

$$H_0 = \frac{q_0 l^2}{8f} \quad (5c)$$

升温后, 水平张力由 H_0 变为 H , 形状函数为 z , 同式(4)可得钢索高温下基本平衡方程为:

$$H \frac{d^2 z}{dx^2} + q_0 = 0 \quad (6)$$

对式(6)积分得:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{q_0(l-2x)}{2H} \quad (7)$$

对式(5b)求导可得:

$$\frac{dz_0}{dx} = \frac{q_0(l-2x)}{2H_0} \quad (8)$$

考察长为 ds_0 的索微分单元(如图 4)由初始状态过渡到长为 ds 的最终状态, 其几何关系为:

$$ds_0 = \sqrt{dx^2 + dz_0^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2} dx \quad (9)$$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dz^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx \quad (10)$$

则所考察微分单元的伸长量为:

$$ds - ds_0 = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx - \sqrt{1 + \left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2} dx \quad (11)$$

将式(11)中的根号按泰勒级数展开并保留微分的第一项, 则式(11)可简化为:

$$ds - ds_0 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 - \left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2 \right] dx \quad (12)$$

对式(12)积分可得索的总伸长为:

$$\Delta s = \int_l (ds - ds_0) dx = \frac{1}{2} \int_l \left[\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 - \left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2 \right] dx \quad (13)$$

从物理意义上考虑, 升温后索的应变 $\Delta \varepsilon$ 是由索内力变化和热膨胀共同引起的, 可表示为:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_{th} + \Delta \varepsilon_N = \alpha \Delta T + \frac{\Delta N}{E_T A} \quad (14)$$

式中: $\Delta \varepsilon_{th}$ 为索的热应变; $\Delta \varepsilon_N$ 为升温后索内力变化引起的应变; ΔN 为轴力变化 $\Delta N = \Delta H \frac{ds_0}{dx}$; α 为

热膨胀系数, 取高温下平均值 $1.4 \times 10^{-5} \text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ 。

对式(14)两边积分:

$$\begin{aligned} \int_l \Delta \varepsilon ds_0 &= \int_l \left\{ \frac{\Delta N}{E_T A} + \alpha \Delta T \right\} ds_0 = \\ &= \int_l \left\{ \frac{\Delta H}{E_T A} \left(\frac{ds_0}{dx}\right)^2 + \alpha \Delta T \frac{ds_0}{dx} \right\} dx = \\ &= \int_l \left\{ \frac{\Delta H}{E_T A} \left[1 + \left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2 \right] \right\} dx + \\ &= \int_l \left[\alpha \Delta T \sqrt{1 + \left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2} \right] dx \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)中 $\left(\frac{dz_0}{dx}\right)^2$ 与1相比是微量,可以忽略,

进一步简化可得索的总伸长量 Δs :

$$\Delta s = \int_l \frac{\Delta H}{E_T A} dx + \int_l \alpha \Delta T dx \quad (16)$$

令式(13)与式(16)相等,可得:

$$\int_l \frac{\Delta H}{E_T A} dx + \int_l \alpha \Delta T dx = \frac{1}{2} \int_l \left[\left(\frac{dz}{dx} \right)^2 - \left(\frac{dz_0}{dx} \right)^2 \right] dx \quad (17)$$

在均匀温度场中,钢索材性不随索长变化。将式(7)和式(8)代入式(17)积分并整理,可得到均匀温度场中钢索水平张力 H 的三次代数方程:

$$H^2 = \frac{q_0^2 l^2 H_0^2 E_T A}{24H_0^2 H - 24H_0^3 + 24H_0^2 E_T A \alpha \Delta T + q_0^2 l^2 E_T A} \quad (18)$$

式(18)可用迭代方法求解。

在不考虑火源面范围热影响区的非均匀温度场中(即 $b=0$),由于钢索温度随索长变化,所以钢索材性随索长变化,因此式(17)中 E_T 是关于索长 x 的函数。将式(17)中的 E_T 显式表达,可得:

$$\int_l \frac{\Delta H \left(975 + 7 \exp\left(\frac{T_0 k(x')}{90}\right) \right)}{E_{20} A \times 10^3} dx + \int_l \alpha \Delta T k(x') dx = \frac{1}{2} \int_l \left[\left(\frac{dz}{dx} \right)^2 - \left(\frac{dz_0}{dx} \right)^2 \right] dx \quad (19)$$

假设火源位于图4坐标系中 $x = \frac{l}{2}$ 处,则根据文献[6]中对于非均匀温度场分布的定义和函数式(2),

可将式(19)积分区间划分为 $0 \leq x < \frac{l}{2} - 23\eta$ 、

$\frac{l}{2} - 23\eta \leq x \leq \frac{l}{2} + 23\eta$ 和 $\frac{l}{2} + 23\eta < x \leq l$ 三个部分。

对式(19)积分并整理,可得到非均匀温度场下钢索水平张力的三次代数方程:

$$H^2 = \frac{q_0^2 l^3 H_0^2 E_{20} A}{12H_0^2 HB - 12H_0^3 B + 12H_0^2 E_{20} A \alpha \Delta TC + q_0^2 l^3 E_{20} A} \quad (20)$$

式中:

$$B = \frac{39l}{20} + \frac{63}{25T_0 a} \exp\left(\frac{T_0}{90}\right) \left[\exp\left(\frac{T_0 \gamma (25 - 24\eta)}{90}\right) - 1 \right] +$$

$$\frac{7}{250} \exp\left(\frac{T_0 \eta}{90}\right) \left(\frac{l}{2} - 25 + 24\eta \right);$$

$$C = 2\eta l + 4(1 - \eta)(25 - 24\eta) + 2\gamma(25 - 24\eta)^2.$$

当 $\frac{l}{2} < 23\eta$ 时,

$$B = \frac{39l}{20} + \frac{63}{25T_0 \gamma} \exp\left(\frac{T_0}{90}\right) \left[\exp\left(\frac{T_0 \gamma l}{180}\right) - 1 \right],$$

$$C = 2l + \frac{\gamma l^2}{2}.$$

式(20)可用迭代方法求解。

2.2 集中荷载作用

当钢索受集中荷载作用时,如图5所示,将索 AB 的自重视为沿跨度均布的荷载 q_0 ,初始状态钢索形状函数为 z_b ,索的几何形状满足式(4),自重作用下张力的水平分量 H_b 可由式(5c)确定。

当集中荷载 P 作用在 C 处时,索的形状函数从 z_b 变成 z_0 ,由 AC 、 CB 两段抛物线组成,在 C 点处曲线不连续,同时索的水平张力从 H_b 变成 H_0 。

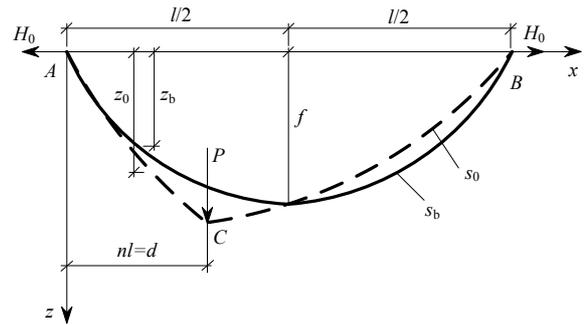


图5 钢索在集中荷载作用下的变形

Fig.5 Deformation of cable under point loads

同理式(8),可得钢索自重作用下形状函数的一阶导数式:

$$\frac{dz_b}{dx} = \frac{q_0(l - 2x)}{2H_b} \quad (21)$$

当索的水平张力从 H_b 变成 H_0 后,同理式(6)可得到关于 AC 曲线、 CB 曲线的平衡方程式:

$$H_0 \frac{d^2 z_0}{dx^2} + q_0 = 0 \quad (22a)$$

对式(22a)积分,可得:

$$\frac{dz_0}{dx} = \begin{cases} \frac{q_0(l - 2x) + 2P(1 - n)}{2H_0}, & 0 \leq x \leq d \\ \frac{q_0(l - 2x) - 2Pn}{2H_0}, & d < x \leq l \end{cases} \quad (22b)$$

同理式(17),且常温下 $\Delta T = 0$, $E_T = E_{20}$,将式(21)

和式(22b)代入式(17)积分, 可得:

$$\frac{2(H_0 - H_b)l}{E_{20}A} = \frac{12Pq_0d(l-d) + 12P^2d(1-2n) + 12P^2n^2l + q_0^2l^3}{12H_0^2} - \frac{q_0^2l^3}{12H_b^2} \quad (23)$$

令

$$\xi = 12Pq_0d(l-d) + 12P^2d(1-2n) + 12P^2n^2l + q_0^2l^3$$

则由式(23)整理可得:

$$H_0^2 = \frac{E_{20}A\xi H_b^2}{24H_0H_b^2l - 24H_b^3l + q_0^2l^3E_{20}A} \quad (24)$$

升温后, 索的水平张力变为 $H = H_0 + \Delta H$, 由平衡条件可得钢索在高温下的基本平衡方程为:

$$H \frac{d^2z}{dx^2} + q_0 = 0 \quad (25)$$

对式(25)积分, 可得:

$$\frac{dz}{dx} = \begin{cases} \frac{q_0(l-2x) + 2P(1-n)}{2H}, & 0 \leq x \leq d \\ \frac{q_0(l-2x) - 2Pn}{2H}, & d < x \leq l \end{cases} \quad (26)$$

钢索受集中力作用, 分别在均匀温度场和非均匀温度场中的水平张力计算式推导如下。

同理式(18)推导, 将式(22b)和式(26)代入式(17), 积分并整理, 可得在均匀温度场中, 钢索承受集中荷载时的水平张力计算式:

$$H^2 = \frac{H_0^2 DE_T A}{8H_0^2 Hl - 8H_0^3 l + 8H_0^2 E_T A \alpha \Delta T l + DE_T A} \quad (27)$$

式中:

$$D = q_0^2 l^3 / 3 + 4Pq_0 d(l-d) + 4P^2(1-2n)d + 4P^2 n^2 l。$$

同理式(20)推导, 将式(3)、式(22b)和式(26)代入式(17), 并在 $0 \leq x < \frac{l}{2} - 23\eta$ 、 $\frac{l}{2} - 23\eta \leq x \leq$

$\frac{l}{2} + 23\eta$ 和 $\frac{l}{2} + 23\eta < x \leq l$ 三个区间积分, 可得在非均匀温度场中, 钢索承受集中荷载时的水平张力计算式:

$$H^2 = \frac{H_0^2 DE_{20} A}{4H_0^2 HB - 4H_0^3 B + 4H_0^2 E_{20} A \alpha \Delta TC + DE_{20} A} \quad (28)$$

式(28)中系数 B 、 C 同式(20), 系数 D 同式(27)。

3 单索热力耦合非线性有限元分析

目前基于非线性有限元理论^[8-9]开发的数值分析软件较多, 本文采用 ANSYS 分析软件, 选用单元库中 link8 模拟索单元。采用双线性本构关系模型, 按式(2)所定义的温度边界条件, 逐步升温计算, 基本流程如下^[9]。

1) 找形分析: 设置较大初应变, 以便较快收敛。然后根据水平张力和初应变确定“假定的较小弹性模量”。以加速度方式施加自重荷载。

2) 常温分析: 找形分析后恢复真实的弹性模量, 并设置很小的初应变以获得求解稳定性。

3) 工作状态分析: 常温状态分析完毕, 即可施加温度荷载。当单索达到给定的承载力极限状态时退出计算。

4 钢索的抗火承载力极限状态

钢索的强度随着温度的升高不断衰退, 其变化规律如图 6 所示^[3]。当强度衰减到一定程度时, 钢索达到承载力极限状态, 不能继续承载。

由式(18)、式(20)、式(26)或式(28)可计算得到钢索在不同力学状态下任意温度时刻的水平张力 H , 则钢索在高温下的应力 σ_T 应满足:

$$\sigma_T = \frac{H}{A} \leq \sigma_{yT} \quad (29)$$

当 $\sigma_T \geq \sigma_{yT}$, 钢索达到承载力极限状态, 此时温度即为钢索的临界温度。

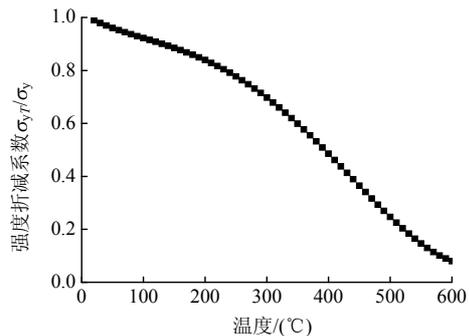


图 6 钢绞线强度随温度的变化规律

Fig.6 Yield strength of cable at elevated temperatures

图 7 比较了算例 2 中钢索由 ANSYS 模拟的应力增长历程和式(29)计算值。在 ANSYS 模拟中按 $\Delta T = 10^\circ\text{C}$, 可得到 $T = 530^\circ\text{C}$ 时钢索应力大于屈服强度, 此时钢索达到承载力极限状态, 与式(29)计算得到的钢索应力随温度的增长历程吻合较好。

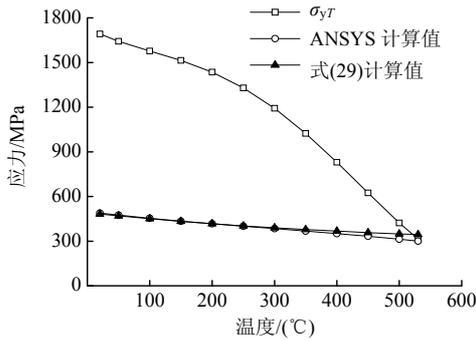


图 7 钢索在升温历程中的力学反应

Fig.7 Mechanical reaction of the cable in the temperature history

5 算例

算例 1. 设有如图 4 所示承受均布荷载的抛物线索, 已知 $A=0.674\text{cm}^2$, $E_{20}=2.05\times 10^5\text{MPa}$, $l=8\text{m}$, $H_0=19.085\text{kN}$, $q_0=0.5\text{kN/m}$, $\eta=0.6$, $c=0$ 。求分别在均匀温度场和非均匀温度场中索的水平张力 H 与温度的瞬态关系, 并与有限元法计算结果比较。

均匀温度场中, 当 $T=250^\circ\text{C}$ 时求索内水平张力。首先按式(3a)求在温度 T 时的弹性模量:

$$E_T = \frac{E_{20}}{0.975 + 0.007 \exp\left(\frac{T}{90}\right)} = \frac{2.05 \times 10^5}{0.975 + 0.007 \exp\left(\frac{250}{90}\right)} = 1.88 \times 10^5 \text{MPa}$$

将已知数据代入式(18), 整理后可得:

$$H^2 = \frac{8447.467}{H + 44.908}$$

估计初始值 $H=12\text{kN}$, 代入上式右边后得到 $H=12.1836\text{kN}$, 与初设值存在一定误差, 采用二分法查找满足上式要求的 H 值。经过数次迭代后, 当等式(18)左右两边误差不大于 0.1%, 即可认为所求索内水平张力 $H=12.165\text{kN}$ 满足精度要求。理论计算结果与 ANSYS 计算结果比较如图 8 所示。

同理按式(20)可求得非均匀温度场中任一温度时刻索内水平张力, 理论计算结果与 ANSYS 计算结果比较如图 9 所示, 其中最大误差不超过 7%。

算例 2. 设有如图 5 所示承受集中力的抛物线索, 已知 $A=0.674\text{cm}^2$, $E_{20}=2.05\times 10^5\text{MPa}$, $l=20\text{m}$, $H_b=11.5251\text{kN}$, $q_0=0.2\text{kN/m}$, $P=1\text{kN}$, $n=0.5$, $\eta=0.6$, $c=0$ 。求索的水平张力 H 分别在均匀温度场和非均匀温度场中随温度变化的关系, 并与有限元法计算结果比较。

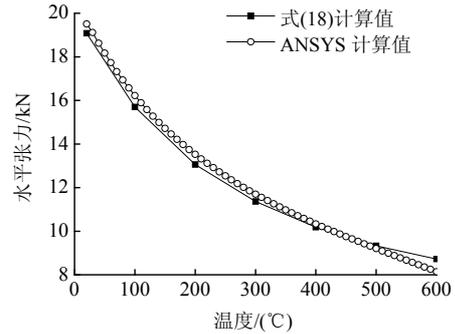


图 8 均匀温度场中钢索在均布荷载下水平张力理论值与 ANSYS 值对比

Fig.8 Comparison of horizontal tensions of cable under linear loading resulted from Eq.18 and ANSYS in uniform temperature field

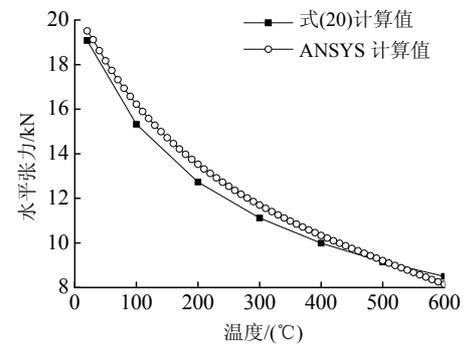


图 9 非均匀温度场中钢索在均布荷载下的水平张力理论值与 ANSYS 值对比

Fig.9 Comparison of horizontal tension of cable under linear loading resulted from Eq.20 and ANSYS in non-uniform temperature field

首先确定常温下索受集中力后的水平张力 H_0 ,

式(23)中系数:

$$\xi =$$

$$12Pq_0d(l-d) + 12P^2d(1-2n) + 12P^2n^2l + q_0^2l^3 = 620$$

将其他已知参数代入式(24), 得到 H_0 的三次方程为:

$$H_0^2 = \frac{E_{20}A\xi H_b^2}{24H_0H_b^2l - 24H_b^3l + q_0^2l^3E_{20}A} = \frac{17848}{H_0 + 57.82}$$

同算例 1 方法, 假设 H_0 的初始值, 代入上式右边经数次迭代后, 即可求得 $H_0=15.591\text{kN}$, 与 ANSYS 的计算结果 $H_0=15.587\text{kN}$ 的误差为 0.02%, 然后将 H_0 和其他已知参数代入式(27), 用逐步迭代的方法可得到在非均匀温度场中水平张力 H 随温度的增长历程, 与 ANSYS 计算结果比较如图 10 所示, 最大误差不超过 12%。

同理将 H_0 和其他已知参数代入式(28), 用逐步迭代的方法可得到在非均匀温度场中水平张力 H 随温度的增长历程, 与 ANSYS 计算结果比较如

图 11 所示, 最大误差不超过 7%。

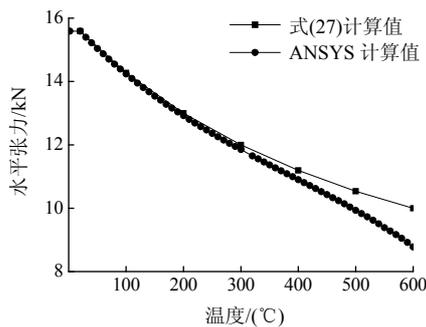


图 10 均匀温度场中钢索在集中荷载下的水平张力理论值与 ANSYS 值对比

Fig.10 Comparison of horizontal tension of cable given by Eq.27 and ANSYS results in uniform temperature field

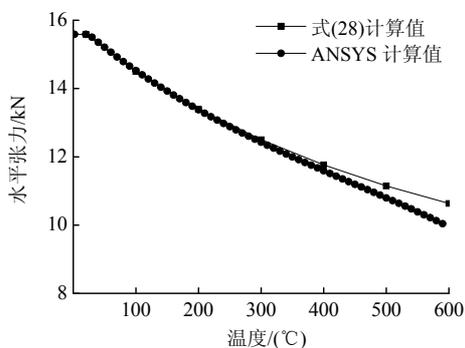


图 11 非均匀温度场中钢索在集中荷载下的水平张力理论值与 ANSYS 值对比

Fig.11 Comparison of horizontal tension of cable given by Eq.28 and ANSYS results in non-uniform temperature field

以上误差产生的主要原因是 ANSYS 中弹性模量随温度衰减是输入有限个温度点的弹性模量值定义得到, 这与理论计算中弹性模量采用连续函数式(3a)取值相比存在误差。

6 结论

基于常温下单索的基本平衡微分方程, 考虑在非均匀温度场中钢索材性的非线性衰减以及非线性热应变与几何形变的耦合, 分别推导出了受均布荷载和集中荷载作用的钢索, 在均匀和非均匀温度场中瞬态水平张力的解析计算式, 并得出了判断钢索极限承载力的方法。同时用瞬态水平张力的解析计算式, 验证了基于非线性有限元方法建立的单索热力耦合计算模型的精确性, 为进一步研究索网结构的整体抗火性能奠定了理论基础。

参考文献:

- [1] 沈世钊, 徐崇宝, 赵臣. 悬索结构设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006: 89—99.
Shen Shizhao, Xu Chongbao, Zhao Chen. Design of cable structures [M]. Beijing: China Architecture Industry Press, 2006: 89—99. (in Chinese)
- [2] 周焕廷. 鞍型索网结构抗火性能的研究[D]. 上海: 同济大学, 2006.
Zhou Huanting. Study of fire-resistance for saddle-shaped net structures [D]. Shanghai: Tongji University, 2006. (in Chinese)
- [3] Wang Y, Shen Z, Li Y. Experimental study of the mechanical properties of prestressed steel wire at elevated temperatures [C]. Structure in Fire, United States: DEStech Publications, Inc., 2010: 711—718.
- [4] 美国后张预应力混凝土学会. 后张预应力混凝土手册[M]. 华东预应力混凝土技术开发中心, 译. 南京: 东南大学出版社, 1989: 109—128.
American Committee for Posttensioned Prestressing Concrete. Manual of posttensioned prestressing concrete [M]. Translated by East China Prestressed Concrete Technology Development Center. Nanjing: Southeast University Publishing House, 1989: 109—128. (in Chinese)
- [5] 杜咏, 李国强, 黄珏倩. 大空间建筑火灾中烟气温度计算模型比较[J]. 自然灾害学报, 2007, 16(6): 99—103.
Du Yong, Li Guoqiang, Huang Jueqian. Comparison of calculation models for smoke temperature in fire of large space building [J]. Journal of Natural Disasters, 2007, 16(6): 99—103. (in Chinese)
- [6] 李国强, 杜咏. 实用大空间建筑火灾空气升温曲线经验公式[J]. 消防科学与技术, 2005, 24(3): 283—288.
Li Guoqiang, Du Yong. Utility temperature elevation empirical formula in large space fire [J]. Fire Science and Technology, 2005, 24(3): 283—288. (in Chinese)
- [7] CEN (European committee for standardization), DAFT ENV 1993, Eurocode3: Design of Steel Structure, Part 1.2 General rules-structural fire design [S]. 1993.
- [8] Huu-Tai Thai, Seung-Eock Kim. Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2011, 47: 237—246.
- [9] Miguel Such, Jesus R Jimenez-Octavio, Alberto Carnicero, Oscar Lopez-Garcia. An approach based on the catenary equation to deal with static analysis of three dimensional cable structures [J]. Engineering Structures, 2009, 31(9): 2162—2170.
- [10] 王新敏. ANSYS 工程结构数值分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007: 467—479.
Wang Xinmin. Numerical analysis for structure engineering by ANSYS [M]. Beijing: People's Traffic Publishing House, 2007: 467—479. (in Chinese)