

# 机动目标“当前”统计模型与 自适应跟踪算法

中国航空研究院 周宏仁

## 摘 要

本文提出机动目标“当前”统计模型的概念并建议用修正的瑞利-马尔科夫过程描述目标随机加速机动的统计特性。文中指出了在机动目标运动模型中状态(机动加速度)估值与状态噪声之间的内在联系。在此基础上提出了具有机动加速度均值及方差自适应的卡尔曼滤波算法。对一维和三维的情形进行了计算机模拟。计算结果表明,在仅对目标位置进行观测的情况下,这类自适应估值算法无论对高度机动或无机动的目标均可给出较好的位置、速度及加速度估值。

## 一、引 言

在过去的十多年中,关于机动目标的状态估值问题进行了大量的研究工作,在建立机动目标的统计模型和采用卡尔曼滤波器的自适应算法方面都取得了一些有益的结果。问题的难点在于怎样用最少的状态观察量对高度机动的目标——比如不仅存在着机动的加速度,而且加速度本身也在不断变化的目标——进行有效而精确的估值。

1970年,R. A. Singer<sup>[1]</sup>提出了零均值、时间相关机动加速度模型,在采用维纳-郭尔莫哥洛夫白化步骤后,目标的随机机动加速度表现为状态噪声驱动的结果,并由此建立起机动目标运动的统计模型,这个模型以后一直作为机动目标状态估值的基础之一。R. L. Moose<sup>[2,3]</sup>等人意识到在目标进行加速度机动时,采用零均值的统计模型是不合理的,因而提出了具有随机开关均值的相关高斯噪声半马尔科夫过程统计模型,在Singer模型的基础上前进了一步。

鉴于目标的机动运动千变万化,建立绝对准确的目标运动统计模型,或给出准确的统计参数基本上是不可能的,因此很自然地需要寻求一种自适应估值算法以对模型的不精确性进行适时的修正。关于自适应卡尔曼滤波算法已经有了许多的研究成果<sup>[4]</sup>。然而这些结果多半不适用于机动目标估值这种特殊的情况,因为这种情况所跟踪的目标或目标机动的方式都是在不断变化的,在某一期间通过观察获得的统计数据未必适用于另一期间。

R. J. McAulay等人<sup>[5]</sup>讨论了一种自适应算法:用统计决策理论判断目标是否存在机动,然后用两种滤波器分别对有或无机动的状态进行估值。J. S. Thorp<sup>[6]</sup>也研究了目标机

1981年10月收到。

动的检测问题, 通过检测目标的有无机动, 将状态方程中强迫项的二进制随机系数置 1 或置 0, 从而实现某种意义上的自适应算法。

R. L. Moose 等人<sup>[8]</sup>和 G. G. Ricker<sup>[7]</sup>等人都讨论了基于贝叶斯估值的统计加权自适应滤波算法。这种贝叶斯-卡尔曼树形结构由于需要考虑目标机动加速度的各种可能的取值, 在硬件上显得比较复杂, 在实现上需要付出较大的代价。

J. D. Kendrick 等人<sup>[6]</sup>提出一种交互作用滤波系统, 采用辅助的电子光学系统进行目标姿态的检测, 给出目标法向过载的近似方向, 对目标的姿态以及位置、速度、加速度数据同时进行估值。这种方法除了要增加一个辅助设备之外, 还要求机载雷达同时提供目标距离及速度、方位角及方位角速度、俯仰角及俯仰角速度等观测值, 因此不太适用于跟踪扫描的系统。

本文提出一种描述目标机动统计特性的“当前”模型的概念。在以往的研究工作中, 通常把目标机动的各种可能性全部予以考虑, 构成一个完全的统计模型。这样, 每一个具体目标的每一种具体机动方式在总的统计模型中出现的概率就很小。换言之, 在一个具体的战术场合, 模型的精确性很难得到保证。这种囊括一切可能性的统计模型在某些情况下是不必要的。在一个确定的战术场合, 更令人关心的是目标机动的“当前”统计模型, 即在当时当地情况下, 目标机动加速度将取何种概率分布的问题。本文提出用修正的瑞利分布来描述目标机动加速度的当前概率分布, 将目标的加速度随机机动看作为一个修正的瑞利-马尔科夫过程, 然后利用瑞利分布的某些统计性质实现状态噪声方差自适应滤波算法。在目标进行高度机动时, 这种模型和算法表现得相当灵敏。

在采用卡尔曼滤波进行机动目标的状态估值时, 人们往往忽视了一个简单而重要的事实。与一般的状态模型不同, 由于在构成机动目标状态模型时将目标的机动加速度看作是状态噪声激励的结果, 因此在状态变量(加速度)与这个状态噪声之间存在着某种物理上的内在联系, 亦即状态变量(加速度)的估值正是状态噪声的均值(乘以某一常数)。本文利用这一简单而重要的关系实现了加速度均值的自适应滤波算法。这种方法对改进估值性能有十分明显的效果。

基于上述两个基本观点, 本文提出了一种目标加速度均值及方差自适应卡尔曼滤波算法, 对一维及三维的情形进行了分析和计算机模拟。计算结果表明, 在仅对目标位置进行观测的情况下, 这种自适应算法可以对目标的位置、速度及加速度进行比较准确的估值, 甚至对变化的加速度也可以获得良好的估值。

## 二、机动目标“当前”统计模型

关于目标机动加速度  $a$  的概率分布, Singer 曾经采用一种零均值、类似均匀分布(除了  $a_{\max}$ ,  $-a_{\max}$ , 及  $a = 0$  三点另有取值外)的模型<sup>[1]</sup>。更多的作者则倾向于采用零均值或非零均值的高斯分布。这些模型多半都考虑了目标机动和速度取值的所有可能性。

事实上, 在“当前”模型的概念下, 目标机动加速度可能取值的范围可以缩小。因为当目标现时正以某一加速度进行机动时, 下一瞬时机动加速度的取值范围是有限的, 而且总是在“当前”加速度值附近。例如, 当目标现时正以  $+4g$  的加速度机动时, 下一瞬时目标以  $-4g$  机动的概率可能趋近于零。因此, 在跟踪目标的某一时刻考虑目标下一时刻机动

的可能性时, 没有必要采用那种顾及目标机动加速度所有可能取值的统计模型。而且, 由于物理上的限制, 目标现时加速度值越大, 在下一瞬时目标加速度大幅度偏离此值的概率就越小。针对这种实际情况, 更合理的统计模型是考虑一种随时间而变化的、以目标当前加速度值为中心的、滑动的机动加速度概率分布函数, 即如图 1 所示的修正的瑞利分布函数:

$$P_r(a) = \frac{a_{\max} - a}{\mu^2} \exp\left[-\frac{(a_{\max} - a)^2}{2\mu^2}\right] \quad 0 \leq a \leq a_{\max} \quad (1)$$

其中  $a_{\max}$  为目标机动加速度的最大值;  $a$  为目标的机动加速度;  $\mu > 0$  为一常数。

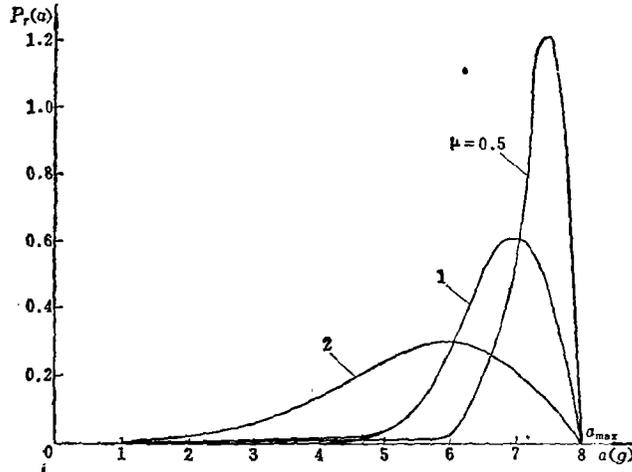


图 1 目标机动加速度的“当前”概率分布模型——修正的瑞利分布

Fig.1 Modified Rayleigh distribution of maneuvering acceleration

在这种概率分布函数下, 目标机动加速度的均值为

$$E(a) = a_{\max} - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \mu \quad (2)$$

而方差为

$$\sigma_a^2 = \frac{4 - \pi}{2} \mu^2 \quad (3)$$

如所周知, 瑞利分布的重要性质之一是只需知道一个参数—— $\mu$ , 即可完全确定分布的统计特性。对这种修正的瑞利分布, 情况亦然。

当目标的机动加速度具有修正的瑞利分布时, 目标的随机加速机动可以看作是一个修正的瑞利-马尔科夫过程。

一般说来, 可以预知目标机动加速度的最大值  $a_{\max}$ 。因此当测得目标加速度均值时不难求出

$$\mu = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (a_{\max} - E(a)) \quad (4)$$

而机动加速度的方差为

$$\sigma_a^2 = \frac{4 - \pi}{2} \mu^2 = \frac{4 - \pi}{\pi} (a_{\max} - E(a))^2 \quad (5)$$

因此, 只要求出目标机动加速度的均值, 即可获得目标机动加速度的方差, 将此方差值代入卡尔曼滤波方程中, 即可获得方差自适应滤波算法。

采用非零均值时间相关机动模型时, 可得

$$\begin{cases} \ddot{x} = \bar{a} + a(t) \\ \dot{a}(t) = -\alpha a(t) + w(t) \end{cases} \quad (6)$$

其中  $x$  为目标位置,  $a(t)$  为零均值的有色加速度噪声,  $\bar{a}$  为加速度均值,  $\alpha$  为目标加速度时间常数的倒数,  $w(t)$  为白噪声, 具有方差  $\sigma_w^2 = 2\alpha\sigma_a^2$ 。

方程 (6) 或可写为

$$\begin{cases} \ddot{x} = a_1(t) \\ \dot{a}_1(t) = -\alpha a_1(t) + \alpha\bar{a} + w(t) \end{cases} \quad (7)$$

其中  $a_1(t)$  为具有均值  $\bar{a}$  的有色加速度噪声。

由估值理论可知, 在所关心的每一目标当前模型情况下, 目标机动加速度  $a_1(t)$  的均值  $\bar{a}$  就是在观察量  $y(t)$  下的条件均值, 即状态变量  $a_1(t)$  的最佳线性估值。因此

$$\bar{a} = E\{a_1(t) | y(t)\} \quad (8)$$

并且  $w(t)$  的方差

$$\sigma_w^2 = \frac{2\alpha(4-\pi)}{\pi} (\sigma_{a_{\max}} - E\{a_1(t) | y(t)\})^2 \quad (9)$$

机动目标“当前”统计模型的采用使得我们只需要考虑在当前具体的战术情况下目标机动加速度的概率分布, 因此模型可能比较准确。修正瑞利分布的引入则在机动加速度的均值和方差之间建立起适当的联系, 使得自适应滤波算法易于实现。

### 三、自适应滤波算法

在一维情况下, 考虑非零均值加速度情形, 则状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\dot{x}} \\ \dot{\ddot{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \bar{a} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (10)$$

其中  $x$ ——位置,  $\dot{x}$ ——速度,  $\ddot{x}$ ——加速度,  $\bar{a}$ ——加速度均值。

当探测设备的采样周期为  $T$  时, 离散化的系统状态方程为

$$X(k+1) = \Phi(k+1, k)X(k) + U(k)\bar{a} + W(k) \quad (11)$$

其中

$$X(k+1) = [x(k+1) \quad \dot{x}(k+1) \quad \ddot{x}(k+1)]^T \quad (12)$$

$$\Phi(k+1, k) = \Phi(\alpha, T) = \begin{pmatrix} 1 & T & \frac{-1 + \alpha T + e^{-\alpha T}}{\alpha^2} \\ 0 & 1 & \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$U(k) = U(\alpha, T) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} \left( -T + \frac{\alpha T^2}{2} + \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \right) \\ T - \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 1 - e^{-\alpha T} \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$W(k) = \int_0^T \begin{pmatrix} \frac{-1 + \alpha t + e^{-\alpha t}}{\alpha^2} \\ \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha} \\ e^{-\alpha t} \end{pmatrix} w(t) dt \quad (15)$$

若探测设备仅对目标位置进行观察, 则观察方程为

$$y(k) = H(k)X(k) + v(k) \quad (16)$$

其中

$$H(k) = [1 \ 0 \ 0] \quad (17)$$

$v(k)$  为观测噪声,  $E\{v(k)\} = 0$ , 而  $E\{v^2(k)\} = r(k)$ 。

在这种情况下卡尔曼滤波方程为<sup>(9,10)</sup>

$$\begin{aligned} \hat{X}(k+1|k+1) &= \hat{X}(k+1|k) + K(k+1)[y(k+1) \\ &\quad - H(k+1)\hat{X}(k+1|k)] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\hat{X}(k+1|k) = \Phi(\alpha, T)\hat{X}(k|k) + U(k)\bar{a} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} K(k+1) &= P(k+1|k)H^T(k+1)[H(k+1)P(k+1|k)H^T(k+1) \\ &\quad + r(k+1)]^{-1} \end{aligned} \quad (20)$$

$$P(k+1|k) = \Phi(\alpha, T)P(k|k)\Phi^T(\alpha, T) + Q(k) \cdot 2\alpha\sigma_a^2 \quad (21)$$

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1|k) \quad (22)$$

其中<sup>(1)</sup>

$$Q(k) = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (23)$$

而

$$q_{11} = \frac{1}{2\alpha^5} \left( 1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + \frac{2\alpha^2 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T} \right)$$

$$q_{12} = \frac{1}{2\alpha^4} (e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T + \alpha^2 T^2)$$

$$q_{13} = \frac{1}{2\alpha^3} (1 - e^{-2\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T})$$

$$q_{22} = \frac{1}{2\alpha^3} (4e^{-\alpha T} - 3 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T)$$

$$q_{23} = \frac{1}{2\alpha^2} (e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T})$$

$$q_{33} = \frac{1}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha T})$$

采用加速度均值自适应算法, 令

$$\bar{a} = \hat{\ddot{x}}(k+1|k) \quad (24)$$

并考虑到方程 (12) 及 (13), 可得

$$\hat{X}(k+1|k) = \Phi_1(T)\hat{X}(k|k) \quad (25)$$

其中

$$\Phi_1(T) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

正是牛顿矩阵。在未采用加速度均值自适应算法时, 只有  $\alpha T$  很小的情况下才能得到  $\Phi$  ( $\alpha, T$ ) 近似等于  $\Phi_1(T)$  的结果。这说明在采用均值自适应算法以后, 所得结果几乎等效于极大地提高了采样频率 ( $T \rightarrow 0$ ) 或目标具有极大的加速度时间常数 ( $\alpha \rightarrow 0$ ) 的情况, 而且状态预测值基本上与  $\alpha$  无关。因此, 采用加速度均值自适应算法后, 实现了在物理上不可能实现的结果。

由于

$$\hat{\ddot{x}}(k+1|k+1) = \hat{\ddot{x}}(k|k) + K_a(k+1)(y(k+1) - \hat{\ddot{x}}(k+1|k)) \quad (27)$$

对  $\ddot{x}$  所进行的估值在由  $\hat{\ddot{x}}(k|k)$  至  $\hat{\ddot{x}}(k+1|k+1)$  中需要进行的修正由新息  $\Delta = y(k+1) - \hat{\ddot{x}}(k+1|k)$  及卡尔曼增益  $K_a$  确定。是否需要修正, 取决于新息  $\Delta$  是否为零; 而修正的幅度, 亦即滤波器对新息的灵敏度则取决于卡尔曼增益  $K_a$  的大小。采用加速度均值及方差自适应算法时的方块图如图 2 所示。

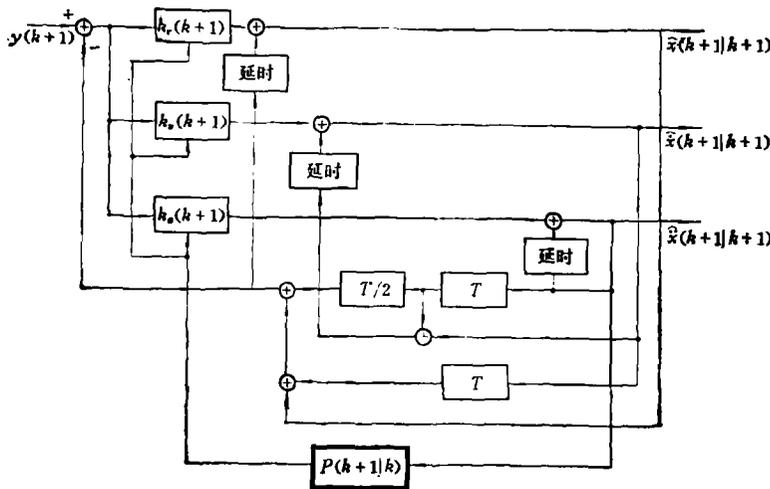


图 2 机动加速度均值及方差自适应算法的方块图

Fig.2 Block diagram of maneuvering acceleration mean-value and variance adaptive algorithm

采用加速度方差自适应算法时, 令

$$\sigma_a^2 = \frac{4 - \pi}{\pi} (a_{\max} - \hat{\ddot{x}}(k+1|k))^2 = \frac{4 - \pi}{\pi} (a_{\max} - \hat{\ddot{x}}(k|k))^2 \quad (28)$$

不难求出

$$K(k+1) = \begin{pmatrix} \frac{p_{11}(k+1|k)}{p_{11}(k+1|k) + r(k+1)} \\ \frac{p_{12}(k+1|k)}{p_{11}(k+1|k) + r(k+1)} \\ \frac{p_{13}(k+1|k)}{p_{11}(k+1|k) + r(k+1)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_R \\ K_V \\ K_a \end{bmatrix} \quad (29)$$

而  $p_{11}(k+1|k) \approx p_{11} + 2p_{12}T + p_{13}T^2 + p_{22}T^2 + p_{23}T^3 + p_{33}\frac{T^4}{4} - \frac{4}{3\alpha}T^3\sigma_a^2$

$$p_{12}(k+1|k) \approx p_{12} + p_{13}T + p_{22}T + p_{23}\frac{3T^2}{2} + p_{33}\frac{T^3}{2} + T^3\sigma_a^2$$

$$p_{13}(k+1|k) \approx p_{13} + p_{23}T + p_{33}\frac{T^2}{2} + \alpha T^3\sigma_a^2$$

其中  $p_{ij}(i, j=1, 2, 3)$  为误差矩阵  $P(k|k)$  的诸元素。

很明显, 在系统参数  $\alpha$ ,  $T$  及观察噪声方差  $r$  确定的情况下, 卡尔曼增益的大小将由自适应方差  $\sigma_a^2$  确定。由修正的瑞利分布曲线可知, 当加速度均值较小时, 机动加速度的可能取值散布较大, 意味着  $\ddot{x}(k+1|k+1)$  可能有较大的变化, 因此卡尔曼增益宜大, 以使系统对可能变化较大的加速度有比较灵敏的反应。反之, 当加速度均值较大时, 机动加速度可能取值的散布较小, 意味着  $\ddot{x}(k+1|k+1)$  可能变化不大, 因此卡尔曼增益宜小, 使系统对变化可能较小的加速度不致有过度的反应。由式 (29) 可见, 当  $\sigma_a^2$  增大时,  $p_{11}(k+1|k)$  将减小, 而  $p_{12}(k+1|k)$  与  $p_{13}(k+1|k)$  将增大, 结果恰好使卡尔曼增益  $K_V$  及  $K_a$  随之增大; 反之亦然。由此观之, 采用修正的瑞利分布描述目标的当前机动统计特性并利用其性质实现加速度方差自适应算法, 其物理意义是十分明显的。

#### 四、计算机模拟结果

为评价系统的性能, 在计算机上进行了模拟。

在一维情况下, 研究了自适应滤波器在目标匀速及匀加速运动情况下的状态估值精度, 并与无自适应的情形进行了对比。所谓无自适应, 即在方程 (19) 中令

$$\bar{a} = 0$$

并在 (21) 式中令

$$\sigma_a^2 = \text{常数}$$

在模拟中, 假设观察噪声的方差与目标距离  $x(k)$  的平方成正比, 即

$$v(k) = (\beta x(k) + \delta x_0)w_v(k) \quad (30)$$

其中  $\beta$  为相对误差率,  $\delta x_0$  为固定误差,  $w_v(k)$  为利用蒙特-卡洛方法产生的伪随机数, 具有正态分布, 均值为零, 方差为 1。因此观察噪声方差为

$$r(k) = (\beta x(k) + \delta x_0)^2 \quad (31)$$

模拟中所采用的参数选择如下:

$$\delta x_0 = 30 \text{ 米}$$

$$\beta = 0.01$$

$$\alpha = 0.1$$

$$T = 1 \text{ 秒}$$

图3及图4分别给出了当 $x_0=30$ 公里,  $V_0=300$ 米/秒,  $\alpha=0$ 时的速度及加速度估值曲线。由图可见, 在目标等速运动的情况下, 自适应滤波器跟踪良好; 而无自适应滤波器则有相当大的方差。

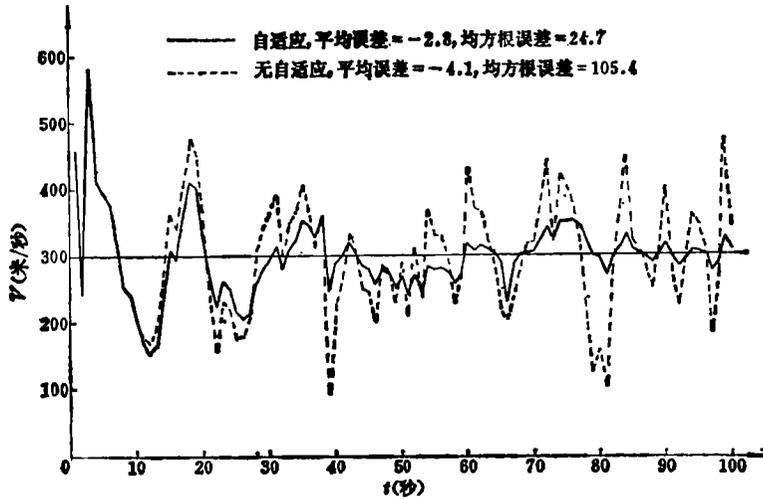


图3 目标匀速运动时的速度估值曲线

Fig.3 Velocity estimation of constant-velocity motion target

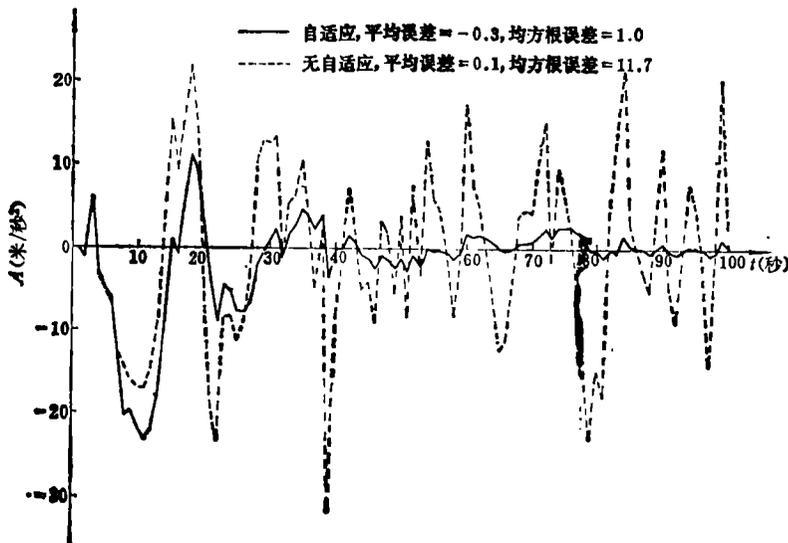


图4 目标匀速运动时的加速度估值曲线

Fig.4 Acceleration estimation of constant-velocity motion target

图5及图6分别给出了 $x_0=30$ 公里,  $V_0=0$ ,  $a=20$ 米/秒<sup>2</sup>时的速度及加速度估值曲线。由图可见, 无自适应滤波器对恒定的加速度基本上无法给出正确的估值, 平均误差及均方根误差均较大; 而且速度估值的方差亦较大。

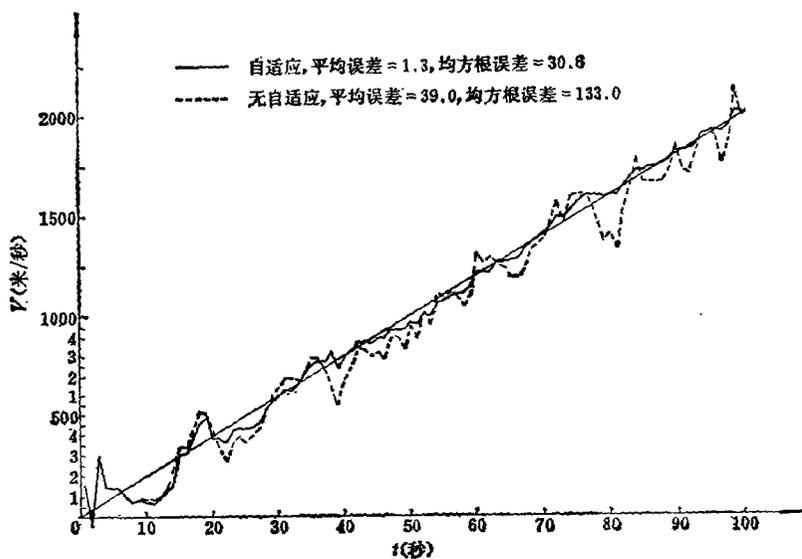


图5 目标匀加速运动时的速度估值曲线

Fig.5 Velocity estimation of constant-acceleration motion target

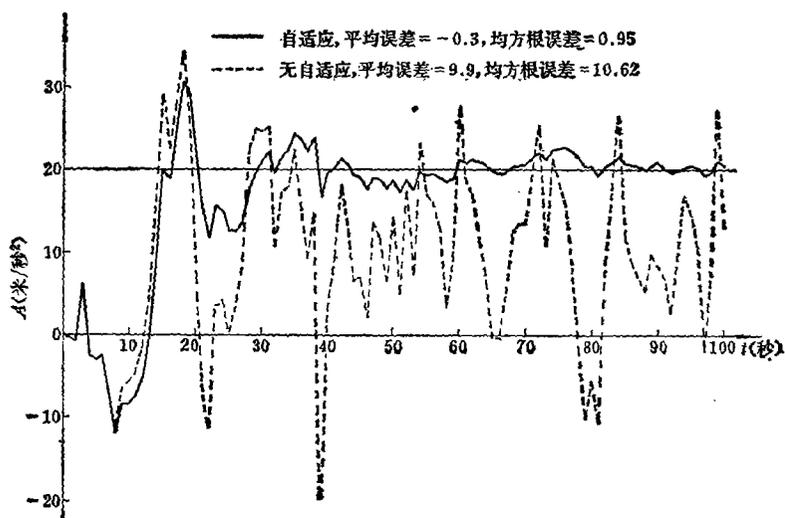


图6 目标匀加速运动时的加速度估值曲线

Fig.6 Acceleration estimation of constant-acceleration motion target

表1给出了稳态时滤波器对于不同目标机动加速度的距离、速度和加速度估值的平均误差及均方根误差。距离估值的相对平均误差及均方根误差一般小于0.5%；速度估值的相对平均误差小于1%，均方根误差小于5%；加速度估值的相对平均误差一般小于2%，均方根误差则小于5%。

表1 不同目标机动加速度时，距离、速度、加速度估值的  
稳态平均误差及均方根误差 ( $\beta = 0.01$ )

Table 1. Stationary mean error and rms error of range, velocity, acceleration estimations for various maneuvering accelerations

目标加速度(米/秒 <sup>2</sup> )	距 离 (米)		速 度 (米/秒)		加 速 度 (米/秒 <sup>2</sup> )	
	平均误差	均方根误差	平均误差	均方根误差	平均误差	均方根误差
0	133.8	219.3	-2.8	24.7	-0.3	1.0
10	175.2	255.4	-0.7	25.1	-0.2	0.89
20	277.7	361.9	1.3	30.6	-0.3	0.95
30	379.4	456.8	3.3	35.1	-0.2	1.0
40	481.9	543.3	5.6	38.9	-0.2	1.0

J. D. Kendrick 等人<sup>[8]</sup>曾经指出，法向加速度机动在目标的各种机动方式中扮演着主要的角色，并提出采用交互作用滤波器系统来保证对这种急剧加速机动的目标进行良好的状态估值。为了研究本模型及自适应算法对法向加速度机动的估值能力，采用计算机进行了三维空间的模拟。所考虑的目标运动轨迹如图7所示。在三个轴上分别采用前面所说的一维模型和自适应算法。目标速度  $V = 450$  米/秒，法向加速度  $a_n = 4.08g$ ， $\theta = 30^\circ$  时 Z 轴方向的速度及加速度估值结果分别如图8及图9所示。X轴方向及Y轴方向的估值结果均与Z轴方向的结果类似。图9反映了系统对突然出现的阶跃加速度的反应能力。

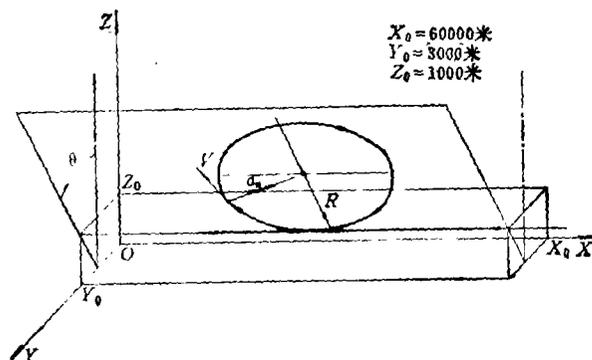


图7 三维空间中目标的法向加速度机动

Fig.7 Normal acceleration maneuver scenario, three dimension case

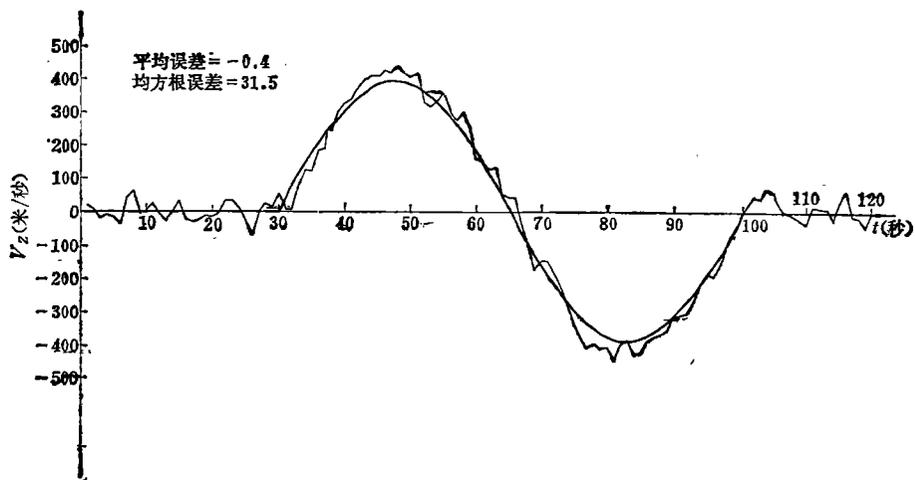


图 8 目标法向机动时 Z 轴方向的速度估值曲线

Fig.8 Velocity estimation in Z direction

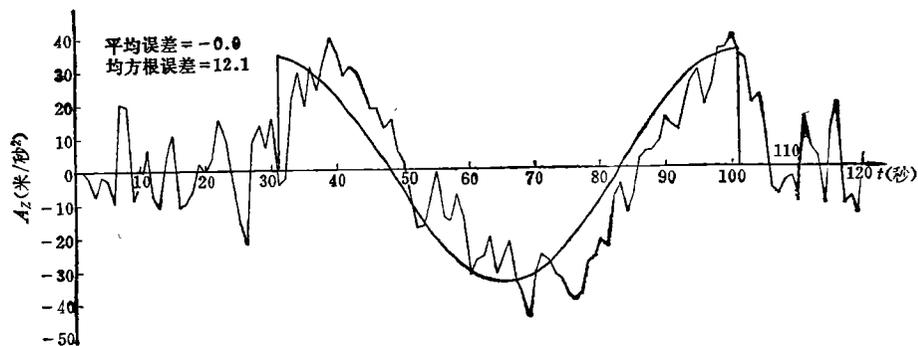


图 9 目标法向机动时 Z 轴方向的加速度估值曲线

Fig.9 Acceleration estimation in Z direction

表 2 给出了目标取不同的初速及法向加速度时 X、Y、Z 方向的距离、速度及加速度估值精度。由表可见，在转弯半径由 1.5 公里变化至 18 公里、法向加速度达 6.12 g 的情况下，本模型及自适应算法均可给出较好的估值结果。

表2 目标法向机动时X、Y、Z方向距离、速度、加速度估计的平均误差及均方根误差 ( $\beta = 0.01$ )  
 Table 2. Mean error and rms error of range, velocity, acceleration estimations in X、Y、Z directions for normal maneuvering target

目标速度 (米/秒)	目标加速度 (法向) (米/秒 <sup>2</sup> )	转弯半径 (米)	持续时间 (秒)	X						Y						Z					
				距离(米)		速度(米/秒)		加速度(米/秒 <sup>2</sup> )		距离(米)		速度(米/秒)		加速度(米/秒 <sup>2</sup> )		距离(米)		速度(米/秒)		加速度(米/秒 <sup>2</sup> )	
				平均 误差	均方根 误差	平均 误差	均方根 误差	平均 误差	均方根 误差	平均 误差	均方根 误差	平均 误差	均方根 误差	平均 误差	均方根 误差	平均 误差	均方根 误差	平均 误差	均方根 误差	平均 误差	均方根 误差
-300	20	4500	94.3	-41.4	319.5	1.8	80.5	-0.7	10.15	-2.7	60.9	0.6	34.8	0.8	9.4	-9.3	51.4	0.7	29.0	0.4	9.1
	40	2250	47.1	-41.6	278.9	1.8	95.8	-0.4	19.2	-1.5	50.1	-0.1	32.7	0.5	10.8	-3.8	37.1	-0.2	28.1	-0.1	12.7
	60	1500	31.42	-45.2	341.9	-0.7	140.5	-0.2	31.2	-1.2	49.5	0.6	33.5	0.9	12.6	-3.8	37.0	0.0	34.7	0.1	17.7
-450	20	10125	141.4	-36.3	273.7	1.0	72.1	-1.1	9.1	-8.8	85.2	-0.5	40.9	0.2	9.7	-16.3	81.9	-1.2	35.9	-0.6	8.9
	40	5062	70.7	-40.9	300.6	2.7	91.6	-0.1	17.1	-1.7	58.9	0.1	33.9	0.6	10.0	-9.2	49.9	-0.4	31.5	-0.0	12.1
	60	3375	47.1	-52.8	276.0	-0.8	128.7	-0.6	28.8	-1.8	51.8	-0.4	34.5	0.4	12.6	-4.5	40.5	-0.8	34.9	-0.3	17.3
-600	20	18000	188.5	-27.6	224.0	4.3	63.8	-0.0	8.5	-13.7	103.9	-1.6	44.7	-0.1	9.8	-21.3	104.3	-2.8	39.9	-1.1	8.9
	40	9000	94.25	-54.8	295.5	0.9	38.4	1.0	14.1	-4.2	75.7	0.9	38.4	1.0	9.9	-15.6	73.3	0.6	35.1	0.6	11.3
	60	6000	62.83	-44.2	310.2	2.8	124.1	-0.1	26.6	-2.2	60.2	-0.4	35.8	0.5	11.9	-10.0	49.0	-1.4	38.3	-0.3	16.91

## 五、结 论

分析和结果表明,以机动目标“当前”统计模型这一概念为基础将目标加速机动表示为一个修正的瑞利-马尔可夫过程以及利用状态估值与状态噪声之间物理上的内在联系所构成的目标机动加速度均值及方差自适应算法确实较大地改善了无自适应滤波器的性能,无论在目标无机动(匀速运动)、有机动(匀加速运动)或高度机动(加速度本身发生变化)的情况下都可以给出较好的目标状态估值。

显而易见,本文所提出的机动加速度均值及方差自适应滤波算法是简单而易于实现的,可以方便地应用于对飞机、舰船及潜艇等目标进行状态估值。

### 参 考 文 献

- [1] R. A. Singer, «Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets», IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, July 1970.
- [2] N. H. Gholson and R. L. Moose, «Maneuvering target tracking using adaptive state estimation», IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, May 1977.
- [3] R. L. Moose, H. F. Vanlangingham and D. H. McCabe, «Modeling and estimation for tracking maneuvering targets» IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, May 1979.
- [4] R. K. Mehra, «Approaches to adaptive filtering», IEEE Trans. Automatic Control, Oct. 1972.
- [5] R. J. McAulay and E. Denlinger, «A decision-directed adaptive tracker», IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, March 1973.
- [6] J. S. Thorp, «Optimal tracking of maneuvering targets», IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, July 1973.
- [7] G. G. Ricker and J. R. Williams, «Adaptive tracking filter for maneuvering targets», IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, January 1978.
- [8] J. D. Kendrick, P. S. Maybeck and J. G. Reid, «Estimation of aircraft target motion using orientation measurements», IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, March 1981.
- [9] 中国科学院数学研究所概率组,《离散时间系统滤波的数学方法》,国防工业出版社,1975.
- [10] A. H. Jazwinski, «Stochastic Processes and Filtering Theory», Academic Press, New York and London, 1970.

## A “Current” Statistical Model and Adaptive Tracking Algorithm for Maneuvering Targets

*Zhou Hongren*

*(Chinese Aeronautical Establishment)*

### Abstract

This paper puts forward a “current model” concept of maneuvering targets. It means that when a target is maneuvering with a certain acceleration at present, the region of acceleration which can be taken in the next instant is limited, and is always around “current” acceleration. Therefore, it is unnecessary

to take all of the acceleration value of targets into account during the establishing of statistical model of maneuvering acceleration. In view of the fact that "current" acceleration is variable, a kind of sliding maneuvering acceleration probability density function—modified Rayleigh density function whose mean-value is the current acceleration of target is proposed in this paper. By the use of the relationship between mean-value and variance of Rayleigh distribution, an adaptive algorithm of state noise variance can be accomplished.

It is pointed out in this paper that when Kalman filter is used to estimate states of targets, there exists physical link between the state variable (acceleration) and the state noise since the maneuvering acceleration of targets is usually taken as the output of a system driven by white noise. Furthermore, the estimate of state variable (acceleration) is just the mean-value of the state noise multiplied by a coefficient. Taking advantage of this important property, an acceleration mean-value adaptive algorithm may be realized in tracking the maneuvering target.

Based on the two points mentioned above, an acceleration meanvalue and variance adaptive Kalman filtering algorithm is presented in this paper. By the use of this algorithm, the estimation of states and the calculation of Kalman gains which used to be computed separately are put in an unified closed loop.

Some analyses and computer simulation results in one and three dimensional cases are given in this paper. The simulation results show that under the condition that only target position data are available, the model and adaptive algorithm proposed in this paper can estimate the position, velocity and acceleration of target well, no matter whether the targets are highly maneuvering or not. Generally speaking, the relative value of the mean errors are less than 0.5% for range, 1% for velocity and 2% for acceleration and the relative root-mean-square errors are less than 0.5%, 5% and 5% respectively.