

机翼带外挂颤振模型模态 试验与参数识别

南京航空学院 张令弥

摘 要

本文介绍了带外挂风洞颤振模型模态试验与参数识别方法。重点放在如何提高结果的可靠性和精度上。利用我们研制的识别程序,在通用计算机上识别了前九阶模态的全部模态参数。采用了四种数据检验手段以保证试验数据和识别结果的可靠性与精度。

一、引 言

为了满足飞机颤振和动力响应的设计指标,并进一步进行颤振和响应的主动控制,以及对有限元模型进行修改,需要准确地测试其结构动力特性。对飞机这样的复杂结构系统,提高所要识别的模态参数的可靠性和精度,仍是一个值得研究的课题。

近几年来,国外航空、航天领域十分重视采用导纳频响测试和参数识别技术的模态分析方法,已成功应用于飞机部件(如F-4的垂直尾翼)^[1]和全机(如Boeing-747及其改型)^[2]地面振动试验,带有主动控制系统的颤振模型的洞外洞内试验(YF-17机翼带外挂)^[3]等。

本文中的试验研究对象是机翼带外挂颤振模型。重点放在提高试验模态分析的可靠性和精度。故以复模态振动理论为基础,采用我们近年来研制的模态参数识别程序^[4],并运用多种手段检验试验结果的可靠性和精度。在不增加特殊试验分析设备的情况下,达到了预期的高精度试验结果。

二、频率域模态分析理论基础

N 度线性离散系统动力学微分方程为

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

式中 $[M]$ 、 $[K]$ 、 $[C]$ 一般为实系数对称方阵, $[M]$ 正定, $[K]$ 、 $[C]$ 正定或半正定。设初始条件为零,两端进行Laplace变换,得

$$[s^2[M] + s[C] + [K]]\{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (2)$$

简记为

1983年6月收到。

$$\{Z(s)\}\{X(s)\} = \{F(s)\}$$

或

$$\{H(s)\}\{F(s)\} = \{X(s)\} \quad (3)$$

其中

$$\{H(s)\} = \{Z(s)\}^{-1} = \frac{\text{adj}\{Z(s)\}}{\text{det}\{Z(s)\}} \quad (4)$$

称为广义动柔度矩阵或传递函数矩阵。

令 s_r 和 $\{\psi_r\}$ 分别为满足式 (2) 对应的齐次方程的特征根和特征向量。对于一般粘性阻尼系统二者皆为复数, 共轭成对出现。对于稳定的亚临界阻尼系统, 可设

$$s_r = -\alpha_r + j\beta_r, \quad s_r^* = -\alpha_r - j\beta_r, \quad (5)$$

它满足以下特征方程

$$\begin{aligned} \text{det}\{Z(s)\} &= |s^2[M] + s[C] + [K]| = |M| \prod_{r=1}^N (s - s_r)(s - s_r^*) \\ &= |M| \prod_{r=1}^N (s^2 + 2\alpha_r s + (\alpha_r^2 + \beta_r^2)) = 0 \end{aligned}$$

令 ω_r 和 ζ_r 为第 r 阶复模态频率[●]和阻尼比, 则有

$$\alpha_r = \zeta_r \omega_r, \quad \beta_r = \sqrt{1 - \zeta_r^2} \omega_r, \quad (6)$$

据 (4) 式, $\{H(s)\}$ 元素为 s 的有理分式函数; 分母为 s 的 $2N$ 次多项式, 分子为 $2(N-1)$ 次多项式。传递函数矩阵可以 s_r 为极点展开

$$\{H(s)\} = \sum_{r=1}^N \left(\frac{\{A_r\}}{s - s_r} + \frac{\{A_r^*\}}{s - s_r^*} \right) \quad (7)$$

式中 $\{A_r\}$ 为对应极点 s_r 的留数矩阵 ($\{A_r^*\}$ 为其共轭)。

方程 (7) 两端左乘 $\{Z(s)\}(s - s_r)$, 然后令 $s = s_r$, 可得

$$\{Z(s_r)\}\{A_r\} = 0$$

由此可知 $\{A_r\}$ 的一列与 $\{\psi_r\}$ 成正比。同理, 两端右乘 $(s - s_r)\{Z(s)\}$, 然后令 $s = s_r$ 并转置, 注意到

$$\{Z(s)\}^T = \{Z(s)\}$$

故有

$$\{Z(s_r)\}\{A_r\}^T = 0$$

这又证明了 $\{A_r\}$ 的一行与 $\{\psi_r\}^T$ 成正比。于是可得

$$\{A_r\} = \frac{\{\psi_r\}\{\psi_r\}^T}{\rho_r} \quad (8)$$

其中 ρ_r 为比例常数 (一般为复数), 可以证明⁽⁴⁾

$$\rho_r = \{\psi_r\}^T [2s_r[M] + [C]] \{\psi_r\} \quad (9)$$

当系统阻尼为结构阻尼或比例阻尼时, $\{\psi_r\}$ 蜕化为固有振型 $\{\phi_r\}$ 。从而可得 $\rho_r = \rho_r m_r$, 其中 $\beta_r = \sqrt{1 - \zeta_r^2} \omega_r$, $m_r = \{\phi_r\}^T [M] \{\phi_r\}$ 为第 r 阶实模态质量。将式 (8)、(9) 代入 (7) 式即得传递函数矩阵和实模态参数的解析关系式

● 显然, $\omega_r = |s_r|$, 在文献[5]中称本振频率, 它不同于无阻尼固有频率⁽⁵⁾。

$$[H(s)] = \sum_{r=1}^N \frac{\{\phi_r\} \{\phi_r\}^T}{m_r (s^2 + 2\zeta_r \omega_r s + \omega_r^2)} = \sum_{r=1}^N \frac{\{\bar{\phi}_r\} \{\bar{\phi}_r\}^T}{s^2 + 2\zeta_r \omega_r s + \omega_r^2} \quad (10)$$

式中 $\{\bar{\phi}_r\} = \{\phi_r\} / \sqrt{m_r}$ 为归一化固有振型, 和留数有如下解析关系

$$\{\bar{\phi}_r\} \{\bar{\phi}_r\}^T = -2\text{Im}[A_r] \beta_r \quad (11)$$

令 $s = j\omega$, 传递函数矩阵的第 p 行 q 列元素 $H(j\omega)_{qp}$ 即为 p 坐标激振、 q 坐标测量的频率响应函数

$$H(j\omega)_{qp} = \sum_{r=1}^N \frac{\bar{\phi}_{qr} \bar{\phi}_{pr}}{(\omega_r^2 - \omega^2) + j2\zeta_r \omega_r \omega} \quad (12)$$

显然, 单点激振、多点 ($q = 1, 2, \dots, N$) 测量所得到的频率响应和全部实模态参数确立了唯一的对应关系。

三、模态试验测试技术

导纳频响测试有两类先进技术: 一是瞬态或随机宽频带激振, FFT 频响分析; 一是稳态正弦激振, 对力和响应信号“跟踪滤波”, 然后确定频响数据^[6]。前者优点是速度快, 缺点是信噪比较低、频率分辨率较差。后者的优缺点则反之。我们采用二者结合的方法, 先用宽频带激振、FFT 分析技术确定各模态的大致频率; 然后再在各模态附近作高分辨率数字扫描分析, 打印出频响结果。图 1 和图 2 分别为单独机翼和带双外挂两种状态的伪随机激振、FFT 分析所得的自谱和频响曲线。在所测频段, 前者有 5 个模态, 后者有 13 个模态。

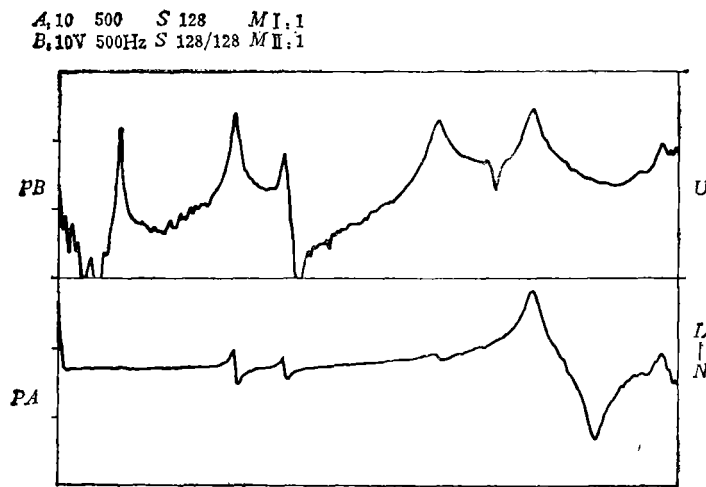


图1 激振力和加速度响应的功率谱

Fig. 1 Power spectrum of excitation force and acceleration response

为了使试验结果与对象的有限元数学模型相对应, 测量点即选为有限元结点。试件有限元模型见图 3。

激振器通过力传感器和一个微型接头与试件相连, 连接点选在靠近翼根位置 ($p =$

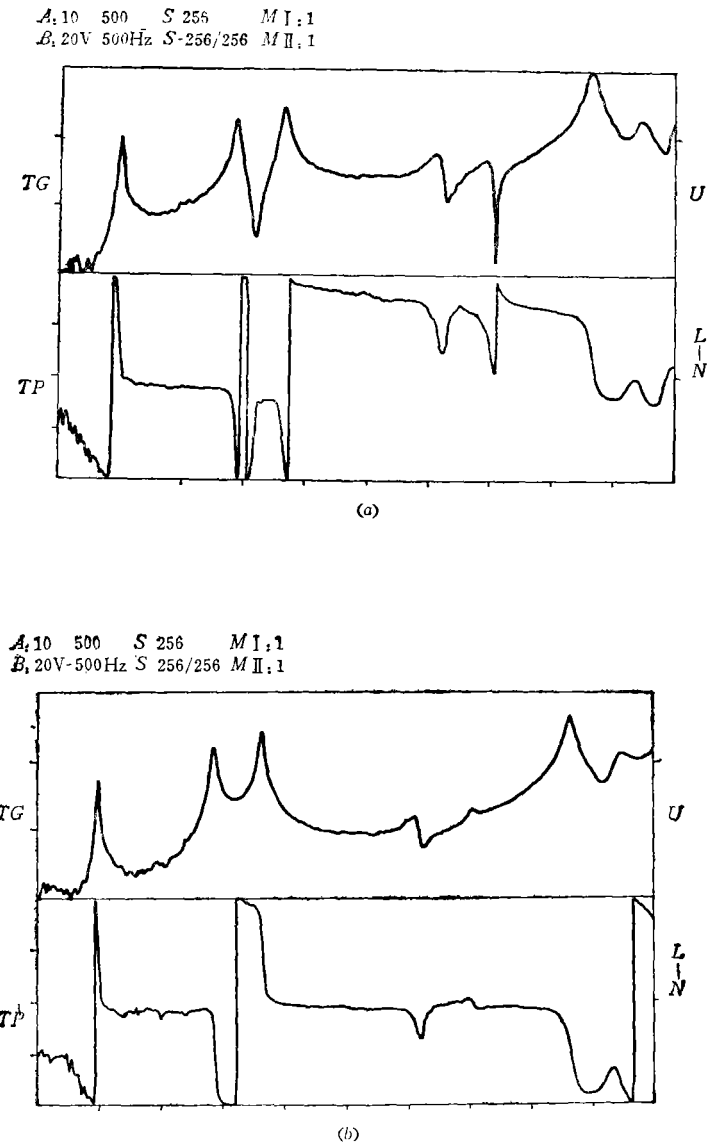


图2 频率响应曲线 (Bode 图)

Fig. 2 Frequency response curve (Bode's curve)

29), 以便最大程度减少附加质量的影响。响应信号由微型加速度传感器 (重0.5克) 和电荷放大器得到。

由于供模态参数识别的频响数据是有量纲的 (加速度导纳频响: $1/kg$), 测试系统的标定精度直接影响到归一化振型的精度, 我们采用了系统标定法^[6]。用10kg标准质量块作为系统标定对象。在试验全频段 ($0 \sim 360Hz$) 内测得加速度导纳频响值为 $0.094 \sim 0.096$, 误差小于 2%。

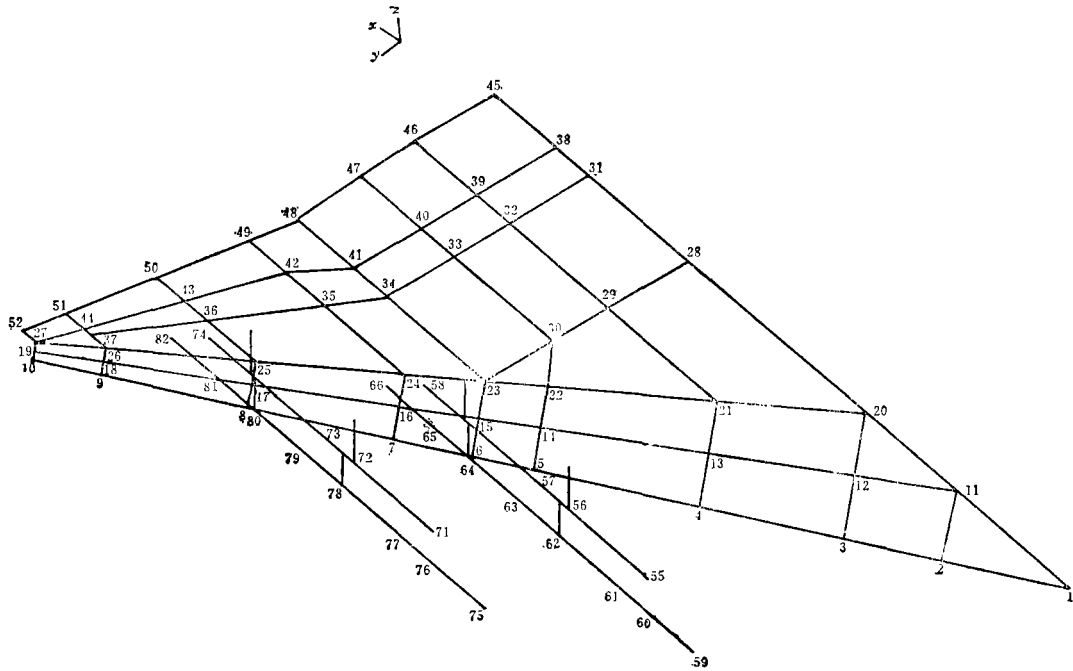


图3 试件有限元模型

Fig. 3 Finite element model of the test specimen

四、模态参数识别及结果

尽管本试验对象属于小阻尼系统，可以用实模态参数描述其动力学特性，在编制识别程序时，仍以复模态理论关系式(7)作为依据。由(7)式识别出复频率 s_r 和复留数 A_r 后，根据式(11)“取出”实振型即可较好地解决这一问题。

在式(7)中令 $s = j\omega$ ，分离 s_r 、 A_r 实、虚部

$$s_r = -\alpha_r + j\beta_r, \quad A_r = u_r + jv_r \quad (13)$$

可得

$$H(j\omega)_{qp} = \sum_{r=1}^{N_1} \left(\frac{(u_r)_{qp} + j(v_r)_{qp}}{\alpha_r + j(\omega - \beta_r)} + \frac{(u_r)_{qp} - j(v_r)_{qp}}{\alpha_r + j(\omega + \beta_r)} \right) + (H_c^R + jH_c^I)$$

式中 N_1 表示实际测试频段内的模态数($N_1 < N$)； H_c^I 和 H_c^R 为补偿模态尾截而引进的“剩余导纳”。其中 u_r 、 v_r 、 α_r 、 β_r ($r = 1, 2, \dots, N_1$)和 H_c^I 、 H_c^R 皆为待识别参数(共 $4N_1 + 2$ 个)。对应各测试频率 ω_i ($i = 1, 2, \dots, N_m$ ，一般要求 $N_m > 4N_1 + 2$)，可得 N_m 个非线性代数方程。以对应各 ω_i 的频响实测值和估计值的总均方差为目标函数(可表示为待识别参数的泛函)，模态参数识别问题就转化为非线性最小二乘优化问题，可由迭代法求解^[7]。

表1、表2为第一模型模态识别结果。

第二个模型各状态模态频率和阻尼比可参阅文献[8]，文中还给出了振型图。

表1 机翼各模态频率和阻尼比

Table 1 Modal frequency and damping ratio of the wing model

f_r, ζ_r \ r	1	2	3	4	5
$f_r(\text{Hz})$	49.4	143.7	183.6	311.0	352.5
$\zeta_r(\%)$	0.45	0.54	0.48	0.80	1.28

表2 机翼带双导弹各模态频率和阻尼比

Table 2 Modal frequency and damping ratio of the wing model with two external missiles

f_r, ζ_r \ r	1	2	3	4	5	6	7
$f_r(\text{Hz})$	33.0	35.6	39.0	47.8	78.3	100.4	113.8
$\zeta_r(\%)$	0.59	0.61	0.64	—	—	0.67	—

f_r, ζ_r \ r	8	9	10	11	12	13
$f_r(\text{Hz})$	161.6	183.1	220.0	251.2	290.1	314.1
$\zeta_r(\%)$	0.48	0.45	0.72	—	1.06	0.90

五、精度检验与讨论

为了保证测试频响数据的可靠性和模态参数识别精度，我们采用了多种检验手段。

1. 频响数据重复性检验：在试验开始和结束时，分别对若干相同测点作重复频响

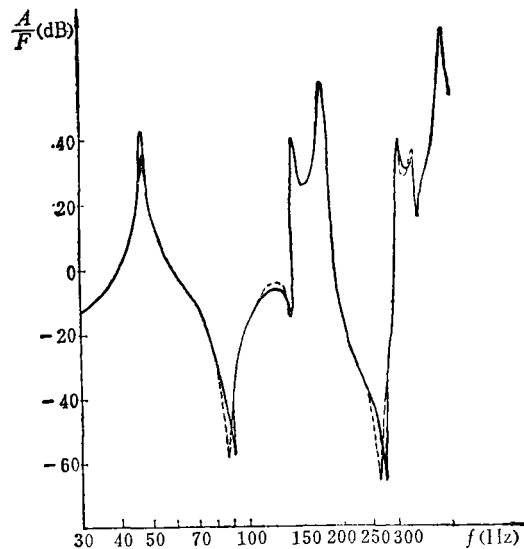


图4 互易性检验结果

Fig. 4 Results of reciprocity check

测试, 结果是各模态附近的频响数据误差小于 5%~10%。

2. 频响数据互易性检验: 由频响矩阵的定义发现, 它具有互易性, 即 p 点激振、 q 点测量的频率响应与 q 点激振、 p 点测量的结果相同。图 4 为 29、32 两点对应的一对加速度导纳频响曲线 (Bode图), 二者相符良好。在反共振频率附近略有差异, 是由于这两点均有激振安装螺孔, 使加速度计略微偏实际坐标点所致。

3. 模态频率和阻尼精度检验: 对于线性系统, 模态频率和阻尼比理论上应与测点坐标无关。实际识别结果有一定分散性。均方根分散度误差可以作为一种精度检验指标。本试验频率统计误差小于 0.5%, 阻尼比统计误差小于 9%。

4. 振型精度正交性检验: 用所识别的归一化振型数据所得归一化模态质量矩阵最大非对角元素低于 9%, 优于国内外 10% 的精度指标。各状态正交性检验结果见文献[8]。

5. 曲线拟合检验: 这是一种模态参数识别精度和频响测试数据可靠性的综合检验手段。即用识别出来的模态参数构造频响数学模型, 作出拟合曲线, 比较与实测数据点的差异。图 5 为机翼一个测点 Nyquist 曲线拟合情况。

本试验的一个特殊问题是试件属于轻小复杂结构。整个机翼模型不到 2.5 公斤, 翼尖 4 个结点总重仅 10 克左右。如用一般共振法确定振型, 即使用 0.5 克重的微型加速度计, 也将导致较大误差。表 3 为用参数识别法和一般共振法得到的后缘一排结点一阶振型结果, 在翼尖处 ($q=52$) 共振法的相对误差达 25%。

表 3 机翼后缘一阶振型

Table 3 1th Mode shape of trailing edge of the wing model

结点号数	46	47	48	49	50	51	52
共振法	7.23	15.6	28.6	35.7	42.0	50.4	54.5
识别法	7.26	16.0	29.4	37.3	61.2	64.5	72.4

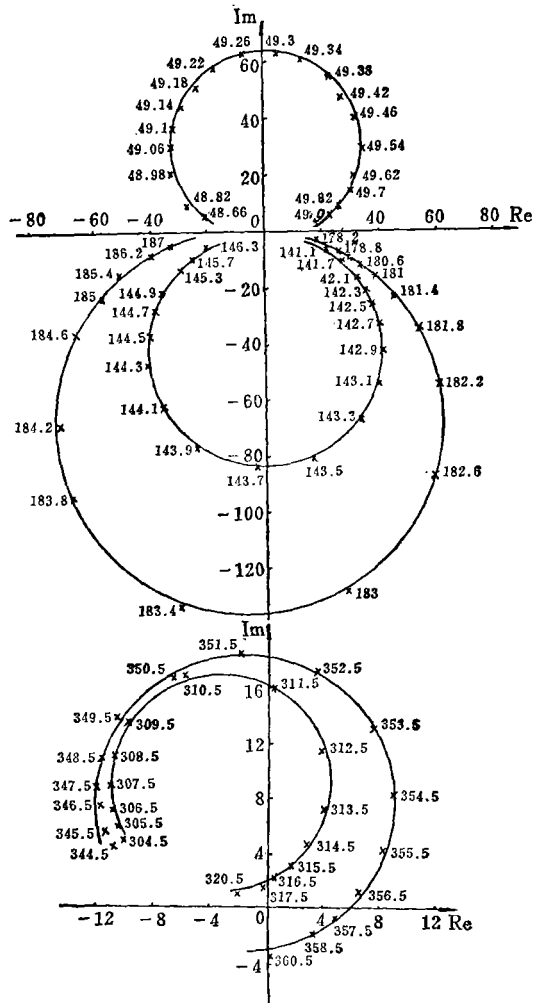


图 5 Nyquist 曲线拟合

Fig. 5 Nyquist's curve fitting

六、结 语

本试验研究表明, 导纳测试、参数识别是一种行之有效、精度较高的试验模态分析方法。特别对轻小颤振模型结构, 本方法比共振法和多点激振纯模态识别技术有明显的优越性。所采用的稳态正弦激振、数字相关分析的频响测试技术, 比宽频带激振、FFT分析技术精度高。第一模型参数识别利用自编程序在 709 机上完成, 第二模型在微处理机上完成。测试设备只需通用频响分析仪和国产功放、激振器、传感器和电荷放大器, 便于推广使用。本文提出的各种检验手段, 给予试验模态分析结果的可靠性和精度以恰当的保证。本技术的缺点是参数识别数据准备工作量较大, 这是由于脱机处理所致。近来, 我们已研制成功了联机模态识别技术。

参 考 文 献

- [1] Gordon, R. W., Wolfe, H. F., Modal Investigation of Lightweight Aircraft Structures Using Digital Technique, S & V. Bull., V47, (1977).
- [2] D. Gimmestad, Your Next Ground Vibration Test Doesn't Have to Cost a Millian Dollars, 22th S. D. M. Conference, (1980).
- [3] Hwang, C., et al, Recent Development of the YF-17 Active Fltter Suppression System, 21th S. D. M. Conference, pt 1. (1980).
- [4] 张令弥, 结构动力学中传递函数与模态参数识别, 固体力学学报, № 1. (1982).
- [5] 倪金滔, 张阿舟, 关于复模态理论的几个问题, 南京航空学院学报, 总第42期, (1982).
- [6] 张令弥, 机械阻抗方法在振动分析中的应用, 机械强度, № 2. (1980)(专辑).
- [7] 张令弥, 机械阻抗技术在振动分析中的应用, 航空科技, № 2. (1981).
- [8] 张令弥、孙久厚、肖玉英, 带导弹机翼颤振模型的模态识别, 中国航空科技文献, HJB830106.

MODAL TEST AND PARAMETER IDENTIFICATION OF A FLUTTER WING MODEL WITH EXTERNAL MISSILES

Zhang Lingmi

(Nanjing Aeronautical Institute)

Abstract

Modal test and parameter identification of a wind tunnel flutter model simulating a wing with external missiles are presented in this paper. The emphasis is laid on enhancement of reliability and accuracy of the results. An identification program based on the complex mode theory has been developed, and the first nine order modal parameters are identified with the program run on a digital computer. Four data examining approaches are applied to guaranteeing the reliability and accuracy of test data and identified results.