

模拟运动流体中柔性体耦合振动的数值方法

王思莹, 尹协振*

中国科学技术大学近代力学系, 合肥 230027

* 联系人, E-mail: xzyin@ustc.edu.cn

2010-04-09 收稿, 2010-05-21 接受

国家自然科学基金(10832010)和中国科学院知识创新工程重要方向项目(KJJCX2-YW-L05)资助

摘要 介绍了一种模拟流体诱发柔性体运动的数值方法. 该方法采用二维面元法计算流体作用力, 用模态叠加法求解欧拉梁的运动控制方程, 通过迭代来求解流固耦合问题. 利用该方法模拟了单个以及两个并行、串行排列的柔性梁在运动流体中的耦合运动. 计算结果表明, 均匀来流中单个柔性梁的稳定边界和流体诱发振动都与前人结果一致. 对于两并行排列的柔性体, 当无量纲间距 $H < 0.25$ 时, 两柔性体同向摆动; $H > 0.25$ 时, 两柔性体反向摆动, 并且摆动频率在模式转换时发生突变; 当间距很大时 ($H > 1.0$), 两并排柔性体之间的耦合作用明显变弱, 两个物体运动呈解耦状态, 各自按照单个柔性梁在来流中的运动形态运动. 相同均匀来流中两串行柔性梁的数值模拟结果显示, 当排列间距很小时, 上游物体受到的阻力减小, 下游物体阻力增大. 本文计算的所有结果都与前人实验结果定性一致, 证明本文提出的方法可以用来模拟不同方式排列的多个柔性体在流体中的耦合运动.

关键词

流固耦合
面元法
模态叠加法

旗帜在风中随风飘扬, 收获季节田野上的层层麦浪, 水下水草随水流摆动, 这些都是日常生活中经常观察到的自然现象, 也是柔性体与流体耦合运动的典型例子. 工程应用中同样存在很多类似的流固耦合现象. 例如, 在纸和薄膜的生产印刷中, 高速运动的纸张和薄膜的过度摆动可能引起折皱甚至破碎, 降低生产效率; 海洋工程中, 水下电缆和管道在海潮作用下的摆动可能带来安全隐患; 而医学中人体打鼾就是气流引起口腔软腭的振动所致. 自然界中, 鱼类利用尾、鳍等与水的作用力实现游动, 鸟类和昆虫依靠翅膀在空气中的扇动获得升力在空中自由飞翔, 这些也都是柔性体在流体中耦合运动的结果. 差别只在于动物的肌肉收缩和神经控制使得鳍和翅的运动除被动变形以外还同时含有主动变形的成分. 从学术角度来说, 流固耦合运动不仅与来流的速度、方向有关, 还受到固体本身密度和抗弯刚度等材料特性的影响, 同时涉及到流体力学和固体力学, 既具

有复杂性又具有普遍性, 具有重要的学术研究价值.

自然界中还存在大量多个变形体以不同方式排列在流体中耦合运动的例子. 对于单个生物体, 生物学家观察到鱼类游动时其各部位鱼鳍的运动存在固定的耦合规律; 蜻蜓等昆虫飞行时多付翅膀的拍动频率与相位之间也存在一定的关系. 而广泛存在的鱼类成群游动、鸟类队列飞行这些排列有序的群体运动可以有效地提高运动效率, 减小能耗. 工程应用中, 热交换器诸多管道的排列方式和间距对其换热效率有直接影响. 建筑工程中, 日益增加的高度使楼体结构整体稳定性下降, 风载对密集布局的楼群稳定性的影响正逐步引起人们注意. 以上这些都可以简化成不同方式排列的多个柔性体在流体中耦合运动的模型来研究. 多个柔性体在流体中的耦合运动在传统流固耦合问题的基础上增加了固体和固体之间的耦合机制模块. 不同固体之间的个体差异以及排列方式对耦合运动的影响更增加了问题的复杂性. 对

英文版见: Wang S Y, Yin X Z. A numerical method to simulate the coupled oscillations of flexible structures in flowing fluids. Chinese Sci Bull, 2010, 55, doi: 10.1007/s11434-010-4195-z

这类问题的研究工作现在尚处起步阶段, 缺乏大量的实验数据和成熟有效的数值和理论分析方法.

近年来, 有关单个和多个柔性梁在流体中运动的流固耦合研究逐步发展. 实验研究方面, 典型的有 Zhang 等人^[1], Jia 等人^[2,3]和 Ristroph 等人^[4]在肥皂膜水洞中进行的单丝摆动和多丝串行或者并行排列耦合运动的实验; Huang^[5], Watanabe^[6]和 Eloy 等人^[7]则在低速风洞中进行了旗帜的吹风实验; Schouveiler 等人^[8]研究了大密度比的硅树脂纤维在风洞中的摆动; Shelley 等人^[9]观测了重旗在水流中的摆动. 理论研究方面, Watanabe^[10], Argentina 等人^[11], Langer 等人^[12], Alben^[13,14]和 Michelin 等人^[15]分别提出了不同的物理模型, 对均匀来流中单个变形体运动的稳定性进行了理论分析. Jia 等人^[2]利用线性稳定性分析方法研究了不同参数下两并行排列丝线耦合运动的模态分布情况, 并与实验结果进行了对照. 数值模拟计算方面, Zhu 等人^[16], Sawada 等人^[17,18], Connell 等人^[19], Huang 等人^[20], Tang 等人^[21,22]和 Alben^[23,24]用不同的方法处理 N-S 方程和固体运动控制方程, 对单个柔性梁在均匀来流中的运动情况进行了数值模拟. Zhu 等人^[25]和 Farnell 等人^[26]分别用内置边界方法和简化固体为刚性铰接梁的处理方法直接耦合求解联立的 N-S 方程和固体控制方程, 模拟了肥皂膜水洞中两并排丝线的耦合运动. Alben^[27]则利用面元法对均匀来流中两丝线串行、并行排列时的耦合运动进行了数值模拟分析.

在前一项研究中^[28], 我们在肥皂膜水洞中观察了柔丝在圆柱后面的运动, 并以实验观测的丝线运动规律为边界条件, 通过面元法求解流体动力学方程, 计算了丝线在卡门涡街中受到的作用力. 本文与文献[28]不同, 在利用面元法求解流体对固体作用力的同时, 用模态叠加法求解梁在流体作用下的动态响应方程, 利用迭代实现了直接流固耦合计算. 利用此方法本文首先计算了均匀来流中单个弹性梁的临界稳定边界, 并与前人数值和实验结果进行比较, 验证了本文方法的可靠性. 此外, 本文还研究了两个柔性梁并行和串行排列时的耦合运动, 考察了排列间距对丝线运动的耦合模式、摆动频率、振幅以及受力情况的影响. 本文计算的所有单个和两个柔性梁的结果都与实验现象定性一致, 证明本文提出的方法能够用来模拟多个柔性体在流体中的耦合运动, 并且具有计算量小, 计算速度快等优点.

1 计算方法

1.1 物理模型和控制方程

图 1(a)表示一个长度 L , 厚度 $d(\ll L)$, 线密度 m_1 , 抗弯刚度 EI , 横截面均匀的柔性梁水平放置在来流速度为 U , 密度为 ρ 的均匀来流中的物理模型. 本文将来流方向定为 x 轴正方向, 垂直 x 方向向上为 y 轴正向, 柔性梁头部的位置为原点. 图 1(b)和(c)分别为两个性质完全相同的梁 A, B 并行和串行排列在来流中的示意图, 其中梁 A 头部处于原点上, 并行排列时物体 B 与 A 的垂直间距用 h 表示, 串行排列时两柔性体头部的水平距离定义为 w .

在流体力作用下, 每个梁的运动都遵循欧拉梁的控制方程:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \Delta p, \quad (1)$$

其中 y 表示梁上各点的横向位移, Δp 为梁上下表面的压强差, 以向上为正值. y 和 Δp 都是时间 t 和空间 x 的函数.

悬臂梁的边界条件数学描述为

$$\begin{aligned} y(0, t) = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial x}(0, t) = 0, \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(L, t) = 0, \quad \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}(L, t) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

以流体密度 ρ , 来流速度 U 和梁的长度 L 为基本参考量, 可以将方程(1)无量纲化为

$$S \frac{\partial^2 \hat{y}}{\partial \hat{t}^2} + U^{*-2} \frac{\partial^4 \hat{y}}{\partial \hat{x}^4} = \Delta \hat{p}, \quad (3)$$

其中, 无量纲密度 S 和无量纲速度 U^* 分别表示为

$$S = \frac{m_1}{\rho L}, \quad U^* = \sqrt{\frac{\rho L^3}{EI}} U.$$

无量纲化后的边界条件为

$$\begin{aligned} \hat{y}(0, \hat{t}) = 0, \quad \frac{\partial \hat{y}}{\partial \hat{x}}(0, \hat{t}) = 0, \\ \frac{\partial^2 \hat{y}}{\partial \hat{x}^2}(1, \hat{t}) = 0, \quad \frac{\partial^3 \hat{y}}{\partial \hat{x}^3}(1, \hat{t}) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

对于图 1(b)和(c)所对应的两并行、串行排列的悬臂梁, 则还有一个控制参数为无量纲间距, 并行时表达为 $H=h/L$, 串行时 $W=w/L$.

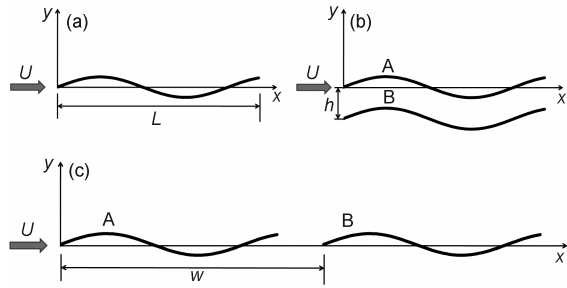


图1 计算的物理模型

1.2 梁运动控制方程的求解

本文采用模态叠加法^[29]来求解梁的控制方程(1). 模态叠加法的基本思想是用无穷多个正交模态函数的叠加来表示梁上各点的位移分布:

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x)q_i(t), \quad (5)$$

式中 $\phi_i(x)$ 为固有模态函数, $q_i(t)$ 为每个模态对应的广义坐标.

悬臂梁的第 i 阶固有模态表达为

$$\phi_i = \cos \beta_i x - ch \beta_i x - \frac{\cos \beta_i L + ch \beta_i L}{\sin \beta_i L + sh \beta_i L} (\sin \beta_i x - sh \beta_i x), \quad (6)$$

其中 β_i 的值为

$$\beta_1 L = 1.875, \beta_2 L = 4.694, \beta_3 L = 7.889, \beta_i L = (i - 0.5)\pi, i \geq 4,$$

相应的第 i 阶模态所对应的固有频率为

$$\omega_i = \beta_i^2 \sqrt{EI/m_1}.$$

将表达式(5)代入方程(1)中, 在方程两边同时乘以 ϕ_i 并沿整个梁长积分, 利用模态的正交性, 可以得到归一化后的广义坐标 q_i 满足的方程:

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = Q_i(t) = \int_0^L \Delta p(x,t) \phi_i(x) dx. \quad (7)$$

通过杜哈梅积分可直接求解(7)式得

$$q_i(t) = \frac{1}{\omega_i} \int_0^t Q_i(\tau) \sin \omega_i(t - \tau) d\tau + q_i(0) \cos \omega_i t + \frac{\dot{q}_i(0)}{\omega_i} \sin \omega_i t, \quad (8)$$

其中 $Q_i(t)$ 是广义力, $q_i(0)$ 和 $\dot{q}_i(0)$ 是初始广义位移和速

度, 由给定的初始条件计算:

$$q_i(0) = \int_0^L \rho_1(x) y(x,0) \phi_i(x) dx, \quad (9)$$

$$\dot{q}_i(0) = \int_0^L \rho_1(x) \dot{y}(x,0) \phi_i(x) dx.$$

实际应用模态叠加法时, 采用前五阶模态函数的叠加来代替位移分布. 从上述方程可知, 只要求得物体受到的流体作用力, 通过对方程(8)做离散数值积分即可求解任意时刻的各阶广义坐标 $q_i(t)$, 再按照(5)式将各模态叠加就可以得出梁在任何时刻的位移分布函数 $y(t,x)$.

1.3 压力差 Δp 的求解

本文选择经典二维面元法^[30]来模拟梁周围的流场, 计算流场对固体边界产生的作用力. 面元法的基本思想是在物面、尾迹等奇异面上布置满足 Laplace 方程而强度待定的基本解(源汇、偶极子、点涡、线涡等), 并假设整个流场由这些基本解共同诱导而成. 本文选用点涡为基本解, 每个时间步均在物面和柔性体尾缘流场中布置强度未知的点涡. 值得注意的是, 尾迹中的点涡一旦脱出即保持强度不变, 随当地流体往下游运动. 因此任意时刻除当前时间步对应的尾涡以外, 其他的尾涡涡量均为已知量. 各时间步物面和尾迹中所有未知点涡的强度通过联合求解控制点的边界条件、尾缘 Kutta 条件以及涡量守恒定律构成的线性方程组来确定.

将每个梁分成 N 个均等面元, 每个面元上布置一个控制点和一个点涡. 第 i 个控制点的法向无穿透条件为

$$\bar{U} \cdot \bar{n}_i + \sum_{j=1}^N \nabla \Phi_j \cdot \bar{n}_i + \sum_{k=1}^n \nabla \Phi_{wk} \cdot \bar{n}_i = \bar{n}_i \cdot \bar{V}_i. \quad (10)$$

(10)式中 \bar{U} 为来流速度, \bar{V}_i 和 \bar{n}_i 为该控制点的运动速度和单位法向量. $\nabla \Phi_j$ 和 $\nabla \Phi_{wk}$ 为分布在物面第 j 个面元上的点涡和尾迹中第 k 个尾涡在该控制点产生的诱导速度. N 和 n 分别表示总面元个数和当前时间步数. 强度为 Γ_k , 位置为 (x_k, y_k) 的点涡在 (x_i, y_i) 处诱导的速度势表达为

$$\Phi_k(\Gamma_k, x_k, y_k, x_i, y_i) = -\frac{\Gamma_k}{2\pi} \arctan \frac{y_i - y_k}{x_i - x_k}.$$

除了每个面元的法向无穿透条件(10)以外, 根据

Kelvin 涡量守恒定律, 所有尾涡和物面上涡量的总和必须保持恒定:

$$\sum_{j=1}^N \Gamma_j + \sum_{k=1}^n \Gamma_{wk} = 0. \quad (11)$$

(10)和(11)式共构成 $N+1$ 个方程, 用来求解当前时刻分布在梁上的 N 个未知点涡和后缘尾迹中新增的一个尾涡的涡量值.

得出物面上各点涡和尾涡的强度后, 则可以利用非定常伯努利方程

$$\Delta p = \rho \left(\frac{\partial(\Phi_+ - \Phi_-)}{\partial t} + \frac{(V_+^2 - V_-^2)}{2} \right), \quad (12)$$

计算周围流体在柔性体各处产生的压差大小, 其中 Φ_+ , Φ_- 和 V_+ , V_- 分别表示固体上下表面流体的速度势和速度大小.

1.4 流固耦合过程

流固耦合是本文研究的核心和难点. 本文流固耦合问题的求解流程可用图 2 描述. 图中上标 $n-1$, n 和 $n+1$ 分别表示各变量在上一步、当前步和下一步的数值. n_{max} 为总的时间步数, dt 为时间步长.

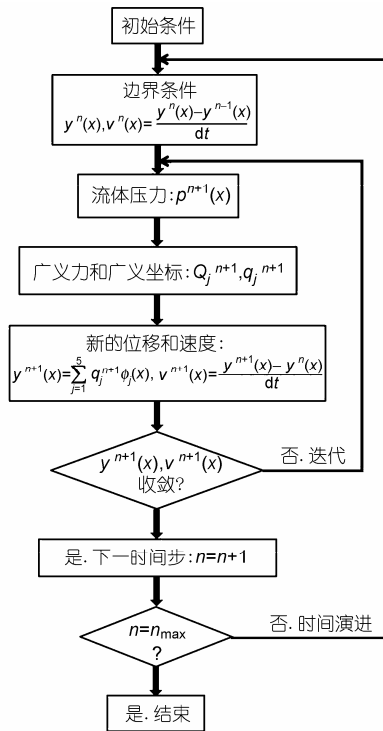


图 2 程序流程图

计算过程中, 在 t_n 时刻, 程序中已知 t_n 及其以前所有时刻柔性梁各点的位移、速度以及流体作用力. 在求解 t_{n+1} 时刻各未知量的第一个循环, 程序中用当前位移 $y^n(x)$ 和当前速度 $v^n(x) = \frac{y^n(x) - y^{n-1}(x)}{dt}$ 作为边界条件, 预估下一步物体各处受到的压力差 Δp^{n+1} . 再根据(7)~(9)式求出此刻各阶模态的广义力 Q_j^{n+1} 和广义坐标 q_j^{n+1} . 将广义坐标代入(5)式则可以得出新的位移分布 $y^{n+1}(x)$. 然后利用新的位移 $y^{n+1}(x)$ 和速度 $v^{n+1}(x) = \frac{y^{n+1}(x) - y^n(x)}{dt}$ 作为更新的边界条件, 重新计算压力分布 Δp^{n+1} , 继而算出新的广义力 Q_j^{n+1} 、广义坐标 q_j^{n+1} 和下一步位移 $y^{n+1}(x)$, 如此迭代循环. 当新算出来的梁上各点速度 $v^{n+1}(x)$ 的误差都低于一个小量时, 该时间步的计算结束, 进入下一时间步的计算. 否则迭代继续进行, 即基于新算出的位移和速度边界重新计算压力差以及相应的广义坐标和位移, 直到算得的物体各点速度都收敛.

2 计算结果

2.1 均匀来流中柔性体的稳定边界

本节讨论在不同无量纲参数 (S, U^*) 下, 均匀来流诱导的弹性梁运动的数值模拟结果. 不同无量纲参数下, 给定悬臂梁的初始小扰动位移和速度, 计算结果显示, 运动流体中的柔性体最终可能发展成两种状态: 一种是稳定静止状态, 此时扰动随着时间演进不断减小, 最终整个梁趋于静止; 另外一种为周期摆动状态, 此时扰动随着时间不断增长, 最终以固定的频率和振幅做周期性振动. 前人实验也已经证明, 均匀来流中的弹性梁在 (S, U^*) 平面内存在一个稳定边界, 稳定边界两侧分别对应上述两种状态. 通过大批算例的计算, 本文得出了单个柔性体在均匀来流中的稳定速度边界(如图 3 所示), 并与前人实验、数值模拟以及理论分析结果进行了比较.

图 3 中实线是本文计算结果, 长虚线是 Watanabe^[10]数值模拟的结果, 短虚线、点划线和双点划线是 Jia^[31]采用不同阶固有波长做线性稳定性理论分析的结果, 三角形和菱形点则分别是 Schouveiler 等人^[32]和 Huang^[5]的实验结果. 从图中我们可以看到, 由本文方法计算得到的稳定边界与 Watanabe^[10]直接求解 N-S 方程计算得到的结果基本一致, 充分验证

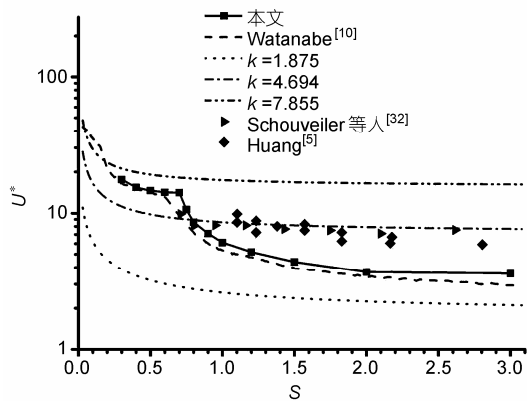


图3 均匀来流中单个柔性体的稳定边界

了本文程序的可靠性。

2.2 柔性体的流体诱导振动

从图3可以看到,无量纲密度 $S=1$ 时本文计算得到的流体中柔性体稳定的无量纲速度边界 $U_c^*=6.3$. 当 $U^*<6.3$ 时,初始扰动随着时间演化不断减小,梁最终趋于静止;当 $U^*>6.3$ 时,扰动则逐渐增大,梁最终做周期性摆动.为进一步考察运动流体诱导的柔性梁振动,本文计算了无量纲参数 $S=1, U^*=7.0$, 初始扰动 $q_1(0)=0.01, q_i(0)=0(i \neq 1)$ 随时间的发展情况,分析了柔性体做周期性振动的运动参数.图4给出了 $S=1, U^*=7.0$ 时,悬臂梁的前四阶模态函数 $\phi(x)$ 曲线.数值计算得到各阶模态对应的广义坐标 q_i 随时间的变化曲线如图5所示.可以看到各阶广义坐标都随着时间的增长而不断变大,最终以一定振幅做周期性变化.其中,第三及更高阶模态的广义坐标值都非常小,说明梁的位移主要由第一和第二阶模态决定.图6和7分别给出了模态叠加之后梁尾缘及中间点位移随时间的变化规律以及整个物体受到的平均总升阻力系数随时间的变化曲线.图8给出了对位移-时间曲线进行频谱分析得到的结果.

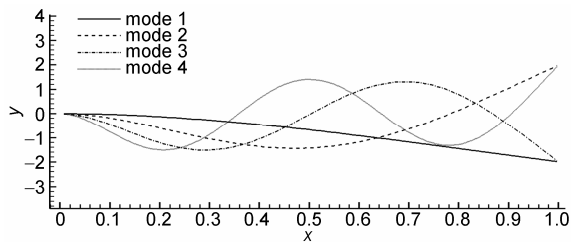


图4 前四阶模态函数

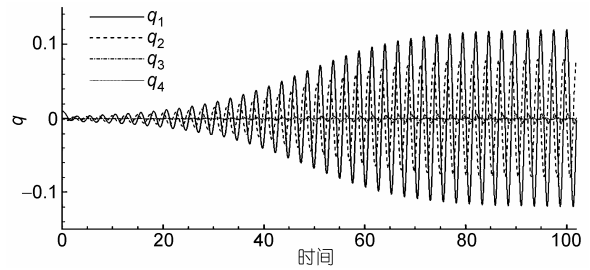


图5 广义坐标随时间的变化

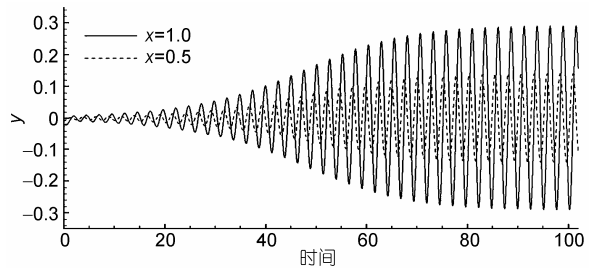


图6 尾缘及中点位移随时间的变化

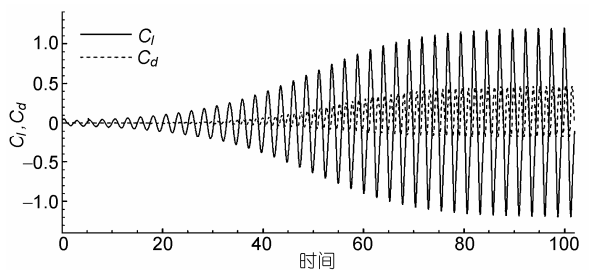


图7 升阻力系数随时间的变化

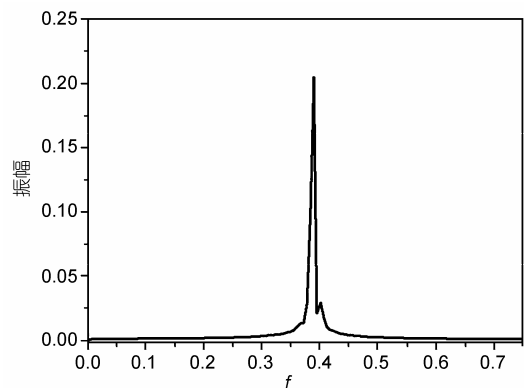


图8 摆动的频谱

在给定的参数下,悬臂梁的前四阶固有频率分别为 0.080, 0.501, 1.403 和 2.749, 计算得到柔性梁最终

的摆动频率为 0.389, 介于梁的第一阶和第二阶固有频率之间. 这与 Schouveiler^[32]和 Huang^[5]的实验结果是一致的, 在他们的实验结果中, 当无量纲密度 S 在 1 附近时, 来流中弹性体以接近二阶固有模式的频率摆动. 分析数值模拟结果得到柔性梁的最终摆动振幅 $A=0.294$, 相应的 Strouhal 数 $St=2fA/U=0.229$. 从图 7 可以看出, 达到稳定摆动状态之后, 整个柔性体受到的平均升力系数为 0, 平均阻力系数 $C_d=0.141$.

使用面元法, 每个时间步在尾迹中脱出的点点的运动可以很好地显示尾涡结构的变化. $S=1, U^*=7.0$, 单根柔性梁周期性摆动时不同时刻的尾涡结构如图 9 所示. 可以看出, 尾迹中脱出的尾涡在随来流往下游移动的过程中相互作用, 最终卷曲成交替的涡团, 呈卡门涡街结构. 为了比较, 图中最后展示了 1 张单根丝线在均匀肥皂膜来流中摆动的实验照片, 对比说明两个流动图像基本相似.

2.3 两并排柔性体的耦合运动

Zhang 等人^[1]首次介绍了肥皂膜水洞中的两并行排列丝线的耦合摆动实验, 实验结果表明, 当两根丝线以较近距离并行排列时其运动表现为同向摆动, 较远距离排列时二者反向摆动, 并且反向摆动的频率比同向摆动时高 35%. 随后, Zhu 等人^[25]和 Farnell 等人^[26]分别运用 IBM 方法和将丝线简化成铰接刚性段的方法对均匀来流中两并排丝线的耦合运动进行了数值模拟. 尽管计算参数的选择与 Zhang 等人^[1]实验中的参数有所不同, 计算得到的涡量图和流线图与实验结果定性一致. Jia 等人^[2]在肥皂膜水洞中对两并排丝线的耦合运动进行了系统的实验研究, 并通

过线性稳定性分析方法对这一问题进行了理论分析. 分析结果表明, 运动流体中两并排相同丝线的耦合运动受 3 个无量纲参数的影响: 流体/固体密度比、流动/波动的速度比以及无量纲间距. 在不同的参数范围内, 丝线可能出现静止、同向摆动、反向摆动和不确定相位摆动这 4 种状态.

利用本文方法同样可以对多个柔性体在流体中的耦合运动进行数值模拟研究. 由于同时涉及多个柔性梁的流固耦合运动, 计算方法和流程比单个柔性梁的例子更为复杂. 对于两并行排列的相同柔性体, 我们将每个梁都划分为 N 个均等面元, 并且在每个面元上都分布点涡, 同时设定每个时间步两个柔性体尾缘各脱出一个尾涡. 因此计算配置点的诱导速度和物面压力时必须考虑整个流场中所有点涡的贡献. 这 $2N+2$ 个(物面上 $2N$ 个, 尾迹中新形成 2 个)点涡的涡量由 $2N$ 个物面速度边界条件和两个物体分别的涡量守恒定律组成的 $2N+2$ 元线性方程组来求解. 本文计算了无量纲参数 $S=1, U^*=7.0$, 不同间距 H 时, 两并行排列柔性梁的耦合运动形态. 通过分析物体摆动的相位差、频率和受力情况等的变化, 总结了 3 种摆动模式.

主要计算结果总结如下.

(i) 同向摆动模式. 当间距很小时($H<0.25$), 两并排柔性体最终以同样的频率和振幅同向摆动. 图 10(a)~(f)显示了 $H=0.1$ 时, 两并排柔性梁在不同时刻的摆动形态和尾涡结构, 图 10(g)是与图 10(f)对应的肥皂膜水洞实验中两并排丝线耦合运动的尾涡结构照片. 可以看出, 同向摆动时两根丝线的运动完全一致. 从两丝线尾缘脱出的平行尾涡在向下游运动的过程中相互作用, 最终和单个柔性体摆动时一样卷曲形成一系列卡门涡街. 图像分析统计和对位移曲线的频谱分析结果显示, 图中两柔性梁的摆动振幅是 0.257, 略小于单个柔性梁的摆动振幅, 频率为 0.393, 相应的 $St=0.202$.

(ii) 反向摆动模式. 当两并行排列柔性梁间距较大($H>0.25$)时, 两柔性体最终呈现反向摆动模式. 反向模式中, 两柔性梁的摆动振幅和频率仍然一致, 但是摆动方向始终相反, 呈对称运动状态. 图 11 给出了 $H=0.4$ 时不同时刻柔性梁的变形和尾涡结构以及相应的实验结果. 此时柔性梁的摆动振幅均为 0.197, 小于同样来流中单个梁摆动和近距离排列时同向摆动的振幅值. 这个例子中耦合摆动的频率为

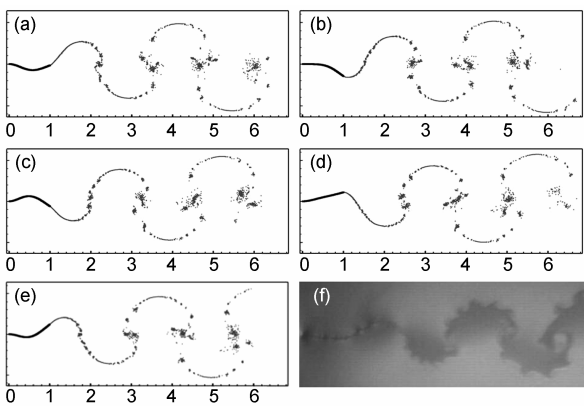


图 9 单个柔性体振动的尾涡结构

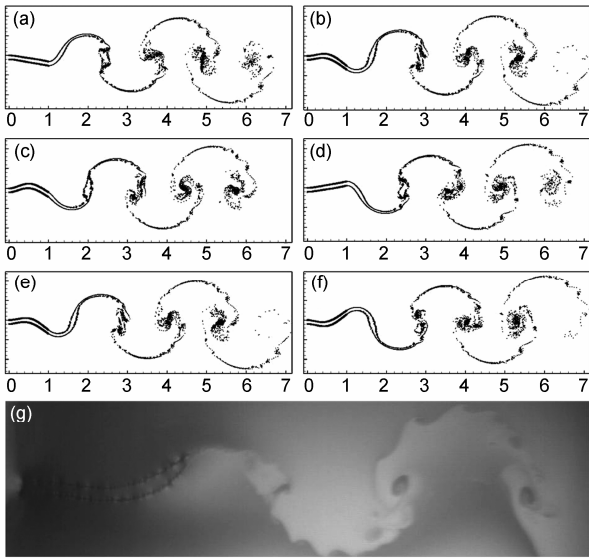


图 10 $H=0.1$ 时两并排柔性体的运动和尾涡结构

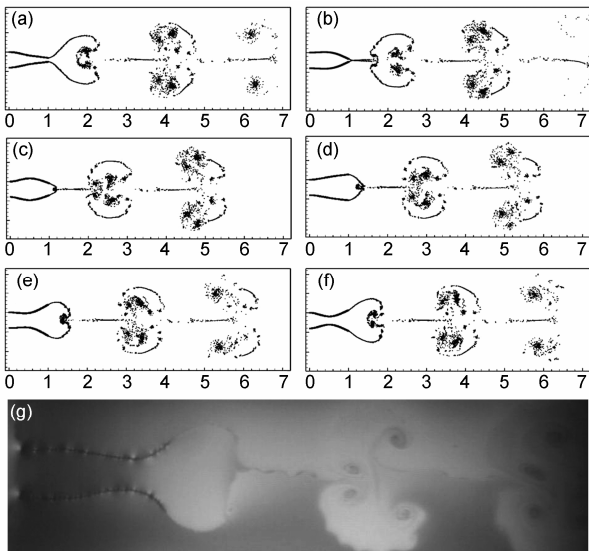


图 11 $H=0.4$ 时两并排柔性体的运动和尾涡结构

0.404, 明显高于同向摆动及单个丝线摆动的频率值. 从图中可以看出, 反向摆动模态的尾涡结构与同向摆动有很大区别. 此时两柔性丝线对称摆动, 当它们相互靠近时, 产生两条尾迹平行向后运动; 当丝线靠得最近并开始相互远离时, 丝线尾端的尾涡绕成对称的涡团并在丝线继续远离的过程中脱落入尾迹中. 因此尾迹中形成周期性的、“蘑菇”形状的涡结构. 这种涡结构与图 11(f)所示的 Jia 等人^[2,31]丝线摆动实验中两并排丝线对称摆动时的尾涡结果也定性一致.

(iii) 解耦模态. 随着间距 H 的不断增大, 两柔性体之间的相互作用不断减弱, 最终两个柔性梁的运动呈现解耦模式. 即两个物体的运动不再耦合, 各自以单个柔性梁的振幅和频率单独摆动.

(iv) 初始条件的影响. 为了考察初始条件对并行排列柔性体最终耦合运动的影响, 本文在其他参数不变的条件下, 考察了 5 种不同初始条件对各算例结果的影响. 这 5 种初始条件(图 12)分别为

向外单一扰动:

$$\begin{aligned} A: q_1(0) = -0.01, q_i(0) = 0, i = 2 \sim 5, \\ B: q_i(0) = 0, i = 1 \sim 5. \end{aligned} \quad (13)$$

向内单一扰动:

$$\begin{aligned} A: q_1(0) = 0.01, q_i(0) = 0, i = 2 \sim 5, \\ B: q_i(0) = 0, i = 1 \sim 5. \end{aligned} \quad (14)$$

同向扰动:

$$\begin{aligned} A: q_1(0) = 0.01, q_i(0) = 0, i = 2 \sim 5, \\ B: q_1(0) = 0.01, q_i(0) = 0, i = 2 \sim 5. \end{aligned} \quad (15)$$

向外反向扰动:

$$\begin{aligned} A: q_1(0) = -0.01, q_i(0) = 0, i = 2 \sim 5, \\ B: q_1(0) = 0.01, q_i(0) = 0, i = 2 \sim 5. \end{aligned} \quad (16)$$

向内反向扰动:

$$\begin{aligned} A: q_1(0) = 0.01, q_i(0) = 0, i = 2 \sim 5, \\ B: q_1(0) = -0.01, q_i(0) = 0, i = 2 \sim 5. \end{aligned} \quad (17)$$

计算结果显示 $H < 1.0$ 时, 给定不同初始条件计算得到的并排柔性梁最终摆动模态是完全一致的. 例如 $H=0.1$ 的例子, 即使给定反向的初始扰动(16)和(17), 最终两个梁仍然会同向摆动. 同样对于 $H=0.4$, 无论给定哪种初始条件, 经过初始一段时间的调整之后两个柔性梁都会开始对称摆动. 不仅两柔性梁

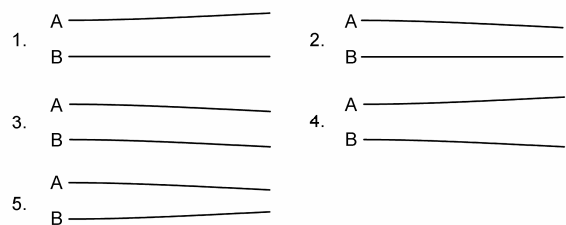


图 12 不同初始条件

运动的耦合模态不随初始条件改变, 每个柔性体摆动的频率、振幅以及每个物体受到的流体作用力也都保持不变。

但是当 $H > 1.0$ 时, 给定不同初始条件进行数值模拟得到的稳定摆动状态不一样。当初始条件为同向初始扰动时, 两个梁最终偏向同向摆动; 当给定反向初始扰动时, 两个梁最终偏向反向摆动。就像前面提到的, 此时两个梁距离较远, 相互影响较小, 相当于各自单独运动, 我们定义它为解耦状态。此时, 初始条件的相位差会体现在最终的计算结果中。

(v) 间距 H 对各参数的影响。如前所述, 随着排列间距 H 的变化, 两并排柔性梁耦合运动的模态有所不同, 同时各柔性梁的摆动频率和受力情况也有很大变化。图 13 给出了均匀来流中两并排排列柔性体耦合摆动的频率以及每个梁受到的平均升阻力系数随排列间距的变化曲线。可以看出, $H < 0.25$ 时两柔性梁同向摆动, 摆动频率随间距的增大而减小。当 $H = 0.25$ 时, 两柔性体变为反向摆动模态, 摆动频率发生突跃。 H 继续增大, 反向模态继续保持, 摆动频率随着 H 增大逐渐减小直至进入解耦状态。间距很大时, 每个物体摆动的频率趋近于单独摆动时的频率值。

如 2.2 节所述, 单个柔性梁在自由来流中受到的

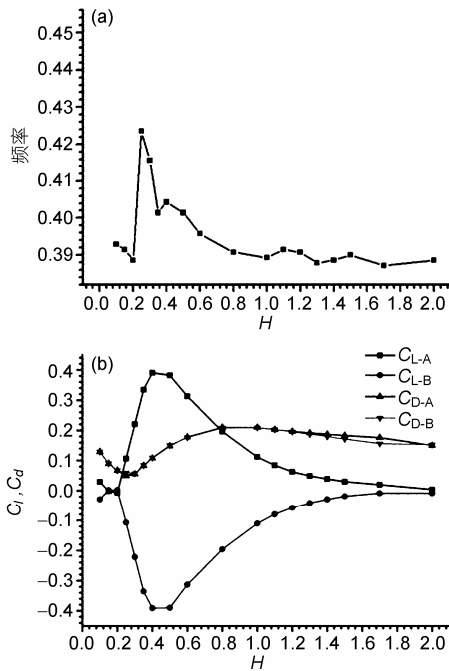


图 13 H 对并排柔性体摆动频率和受力情况的影响

平均升力系数为 0。从图 13(b) 两并排梁所受的平均升力系数曲线可以看出, 虽然两个柔性梁受到平均升力系数的总和为 0, 但是两物体分别受到的平均升力系数并不为 0。柔性梁 A 总是受到一个向上的平均升力系数, B 总是受到向下的平均升力。这说明总体来说, 两并排柔性梁之间存在相互排斥的作用。一般来说, 反向摆动时两柔性梁的相互作用力较大, 当间距在 0.5 附近时, 物体之间的相互作用力达到最大值。同向摆动以及解耦模态时, 物体受到的平均升力系数都很小, 接近 0。

考察柔性梁受到的平均阻力系数, 可以看出无论间距为多少, 两根丝线都受到相同的平均阻力。同向摆动时, 间距越大, 阻力系数越小, 反向摆动时却相反, 间距越大柔性梁受到的阻力系数越大, 最终进入解耦状态, 每个柔性梁受到的阻力系数都趋于单个柔性梁在相同来流中的数值。

2.4 两串行排列柔性梁的耦合运动

前人研究表明, 对于均匀来流中前后排列的两个刚体, 下游物体总能受到一个较小的阻力, 达到减阻的效果。但 Ristroph 和 Zhang^[4] 在肥皂膜水洞中的实验发现, 将两根丝线串行排列在均匀来流中, 当排列距离较近时, 却是上游丝线受到的阻力减小, 下游丝线受到的阻力增大。本文同样对这一问题进行了数值模拟。图 14 给出了水平间距 $W=1.2$ 时两串行排列柔性梁的摆动形态和尾涡结构。

计算结果显示, 串行排列的两柔性梁摆动周期一致, 但下游丝线的摆动振幅明显大于上游丝线。结果对比分析表明, 正如 Ristroph 和 Zhang^[4] 的实验结

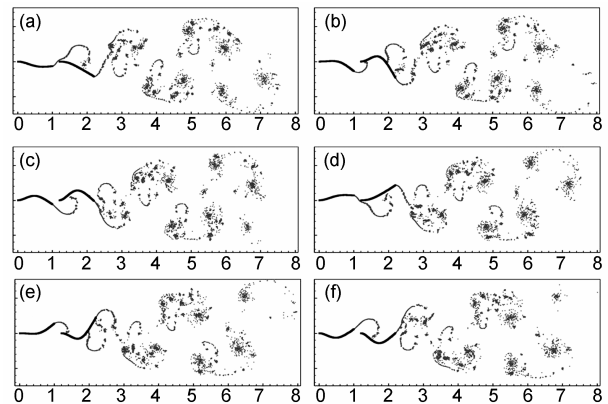


图 14 $W=1.2$ 时两串行柔性体的运动和尾涡结构

果所描述的一样,与同样的单个柔性梁在来流中的情况相比,上游柔性梁的摆动振幅以及受到的平均阻力都减小,下游柔性梁的振幅和阻力都明显增大。

3 结论

本文介绍了一种模拟运动流体中单个或多个柔性体运动的流固耦合计算方法。该方法采用二维面元法求解无黏流体运动方程和流体动力,采用模态叠加法求解欧拉梁的运动控制方程,通过迭代实现流固耦合直接数值模拟。利用该方法本文计算了均匀来流中单个柔性体的稳定边界,并通过与前人结果比较验证了本程序的可靠性。本文还模拟了 $S=1.0$, $U^*=7.0$ 时单个和两个并行、串行排列的柔性体在流体诱发下的耦合运动。计算结果表明在该参数下,单个柔性梁在运动流体中的摆动频率接近悬臂梁的二阶固有频率。对于两个并行排列的柔性体,当

无量纲排列间距 $H<0.25$ 时,两柔性体以相同的频率和振幅同向摆动,摆动频率和每个物体受到的平均阻力系数都随排列间距的增大而减小。当排列间距 $H>0.25$ 时,两柔性体变为反向摆动,摆动频率发生突跃,并且随着间距增大摆动频率不断减小,每个柔性梁受到的平均阻力系数不断增大。当间距增大到 $H>1$ 时,两柔性梁之间的相互影响很弱,运动呈解耦状态。此时每个柔性体分别以相同条件下单独运动的频率和振幅摆动。对两串行排列柔性体耦合运动的数值模拟结果表明,当两柔性体前后间距很小时,上游物体受到的阻力减小,下游物体受到的阻力明显增大。以上所有的数值模拟结果都与前人实验结果定性一致,所以本文方法可以用于模拟运动流体中单个和各种方式排列的多个柔性梁的流固耦合运动,并且与直接求解 N-S 方程的方法相比具有简单、省时等优点。

参考文献

- Zhang J, Childress S, Libchaber A, et al. Flexible filaments in a flowing soap film as a model for one-dimensional flags in a two-dimensional wind. *Nature*, 2000, 408: 835
- Jia L B, Li F, Yin X Z, et al. Coupling modes between two flapping filaments. *J Fluid Mech*, 2007, 581: 199—220
- Jia L B, Yin X Z. Passive oscillations of two tandem flexible filaments in a flowing soap film. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 228104
- Ristroph L, Zhang J. Anomalous hydrodynamic drafting of interacting flapping flags. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 194502
- Huang L. Flutter of cantilevered plates in axial flow. *J Fluids Struct*, 1995, 9: 127—147
- Watanabe Y. An experimental study of paper flutter. *J Fluids Struct*, 2002, 16: 529—542
- Eloy C, Lagrange R, Souilliez C, et al. Aeroelastic instability of cantilevered flexible plates in uniform flow. *J Fluid Mech*, 2008, 611: 97—106
- Schouveiler L, Eloy C, Le G P. Flow-induced vibrations of high mass ratio flexible filaments freely hanging in a flow. *Phys Rev*, 2005, 17: 047104
- Shelley M, Vandenberghe N, Zhang J. Heavy flags undergo spontaneous oscillations in flowing water. *Phys Rev Lett*, 2005, 94: 094302
- Watanabe Y. A theoretical study of paper flutter. *J Fluids Struct*, 2002, 16: 543—560
- Argentina M, Mahadevan L. Fluid-flow-induced flutter of a flag. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2005, 102: 1829—1834
- Langer de E, Paidoussis M P, Doare O, et al. Flutter of long flexible cylinders in axial flow. *J Fluid Mech*, 2007, 571: 371—389
- Alben S. The flapping-flag instability as a nonlinear eigenvalue problem. *Phys Fluid*, 2008, 20: 104106
- Alben S. Optimal flexibility of a flapping appendage in an inviscid fluid. *J Fluid Mech*, 2008, 614: 355—380
- Michelin S, Smith S G, Glover B J. Vortex shedding model of a flapping flag. *J Fluid Mech*, 2008, 617: 1—10
- Zhu L D, Peskin C S. Simulation of a flapping flexible filament in a flowing soap film by the immersed boundary method. *J Comp Phys*, 2002, 179: 452—468
- Sawada T, Hisada T. Fluid-structure interaction analysis of a two-dimensional flag-in-wind problem by the ALE finite element method. *Int J JSME A*, 2006, 49: 170—179
- Sawada T, Hisada T. Fluid-structure interaction analysis of a two-dimensional flag-in-wind problem by an interface-tracking ALE finite element method. *Comp Fluids*, 2007, 36: 136—146
- Connell B S H C, Yue D K P. Flapping dynamics of a flag in a uniform stream. *J Fluid Mech*, 2007, 581: 33—67
- Huang W X, Shin S J, Sung H J. Simulation of flexible filaments in a uniform flow by the immersed boundary method. *J Comp Phys*, 2007, 226: 2206—2228
- Tang L S, Paidoussis M P. On the instability and the post-critical behaviour of two-dimensional cantilevered flexible plates in axial flow. *J*

- Sound Vibr, 2007, 305: 97—115
- 22 Tang L S, Paidoussis M P. The influence of the wake on the stability of cantilevered flexible plates in axial flow. *J Sound Vibr*, 2008, 310: 512—526
- 23 Alben S. Flapping states of a flag in an inviscid fluid: Bistability and the transition to chaos. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 074301
- 24 Alben S. Simulating the dynamics of flexible bodies and vortex sheets. *J Comp Phys*, 2009, 228: 2587—2603
- 25 Zhu L, Peskin C S. Interaction of two flexible filaments in a flowing soap film. *Phys Fluids*, 2003, 15: 1954—1960
- 26 Farnell D, David T, Barton D C. Coupled states of flapping flags. *J Fluids Structs*, 2004, 19: 29—36
- 27 Alben S. Wake-mediated synchronization and drafting in coupled flags. *J Fluid Mech*, 2009, 641: 489—496
- 28 王思莹, 贾来兵, 尹协振. 柔性物体在卡门涡街中的运动和受力分析. *科学通报*, 2008, 53: 2687—2691
- 29 倪振华. *振动力学*. 西安: 西安交通大学出版社, 1994
- 30 Katz J, Plotkin A. *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001
- 31 Jia L B. The interaction between flexible plates and fluid in two dimensional flows. Dissertation for the Doctoral Degree. Hefei: University of Science and Technology of China, 2009
- 32 Schouveiler L, Eloy C. Coupled flutter of parallel plates. *Phys Fluids*, 2009, 21: 081703

· 动态 ·

润湿、电润湿和电弹性毛细现象中前驱膜的作用

中国科学院力学研究所赵亚溥课题组通过分子动力学和分子理论相结合的方法,研究了液滴润湿、电润湿和电弹性毛细现象中前驱膜的作用.他们发现:(1)前驱膜的铺展半径和铺展时间呈幂函数关系.(2)前驱膜的铺展速度很快,这是液滴表面原子扩散到前驱膜前端的结果.(3)前驱膜内有特殊的二维氢键网络.(4)由于基底的限制作用,前驱膜具有类固体性质,其自扩散系数比体相水要小很多;而且前驱膜通过引入原子细节来消除由非滑移边界条件导致的接触区域无穷大的能量耗散,可以作为移动接触线问题“Huh & Scriven 佯谬”的答案之一.(5)应用分子动力学

模拟实现了课题组提出的电弹性毛细新现象,当液滴的尺寸超过弹性毛细长度时,弹性软膜会自发地包裹液滴;当系统中引入外电场,又会发生电弹性毛细现象,即通过电场力作用使得前驱膜将弹性软膜撑开.电弹性毛细现象显示了前驱膜在电润湿过程中的重要作用,也展示了前驱膜在微纳药物输运方面潜在的应用前景.相关研究论文以封面论文形式发表在2010年6月18日 *Physical Review Letters*, 104(24): 246101.

(信息来源:科学技术部《基础科学研究快报》)