

基于子空间原理的共形阵列多参数联合估计算法

张树银, 郭英, 齐子森, 苏令华

(空军工程大学电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要: 由于共形载体表面曲率变化的影响, 共形阵列流形中的信源方位与极化状态产生“耦合”, 为多维参数联合估计带来较大难度。针对该问题, 利用交叉电偶极子对天线单元在锥面和柱面载体上合理布阵, 建立了其快拍数据模型, 并提出一种信源方位和极化状态的联合估计算法。算法利用锥面和柱面等单曲率结构的特殊性合理设置坐标系, 从而避免了多维角度搜索, 有效降低了运算量, 并且很容易推广到其他多种单曲率几何结构的共形载体中。Monte Carlo 仿真验证了算法的有效性。

关键词: 阵列信号处理; 多参数联合估计; 子空间原理; 极化敏感阵列

中图分类号: TN 911.7

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.06.12

Subspace-based multiple parameter estimation algorithm for incident signals with conformal array

ZHANG Shu-yin, GUO Ying, QI Zi-sen, SU Ling-hua

(Institute of Telecommunication Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Owing to the effects of a change in the surface curvature of conformal carriers, the direction of arrival (DOA) and polarization are coupled with each other in the conformal array manifold, which increases the difficulties to parameter estimation. A polarization sensitive conformal array is structured with crossed dipole elements and its data model is built. On the basis of that, a multiple parameter estimation algorithm is proposed. In the algorithm, multi-dimensional searching is avoided by employing the special coordinate configuration, hence the computational burden is well controlled and the algorithm can be easily extended to other single curvature structures. Monte Carlo simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: array signal processing; joint parameter estimation; subspace theory; polarization sensitive array

0 引言

电磁矢量传感器通常由多个共点放置的短电偶极子或电磁环构成, 可同时测量目标信号的方位和极化状态等信息。利用极化敏感阵列的同点极化分集接收能力, 充分挖掘隐含于其接收信号中的微观信息对空间信源的方位和极化状态等多维参数进行联合估计^[1-6]是信号处理领域研究的热点问题之一。目前, 基于极化敏感阵列的多参数联合估计研究已经比较充分, 性能优良的算法层出不穷。文献[1-2]利用旋转不变子空间算法 (estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT) 成功实现了空间信源波达方向 (detection of arrival, DOA) 和极化状态的联合估计。文献[3]则通过引入时延信息进一步估计出入射信号的载波频率。传统的基于子空间原理

的参数估计算法大多建立在特征值分解基础上, 因此运算较大。针对该问题, 文献[4-5]利用传播算子算法避免了对协方差矩阵的特征值分解, 成功实现了空间信源的多维参数联合估计, 从而使运算量大大降低。针对机载电磁矢量传感器阵列 DOA 和极化参数估计问题, 文献[6]基于四元数理论和多重信号分类 (multiple signal classification, MUSIC) 提出一种基于复四元数估计方法。此外, 文献[7-10]对基于 ESPRIT、MUSIC 及 Root-MUSIC 算法的极化敏感阵列多参数估计算法进行了细致研究, 取得了较好的效果。文献[11]研究了构成矢量传感器的短偶极子或电磁环正交但不共点的多种情况, 利用玻印亭矢量叉乘提出一种有效的多参数联合估计方法并对算法性能进行了实验仿真和理论推导。以上研究虽然均能较好地实现信源方位和极化参数估计, 但是其适用范围仅限于均匀线阵或面阵等

收稿日期: 2011-08-05; 修回日期: 2012-03-05。

基金项目: 国家自然科学基金(61172148); 航空科学基金(20112096016)资助课题

作者简介: 张树银(1982-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理、通信信号处理。E-mail: zsy2504@163.com

经典平面阵列，共形阵列条件下的多维参数联合估计(尤其是极化参数估计)问题很少有人涉及。

在共形阵列^[12-14]中，载体表面曲率的变化使得天线单元方向图指向产生不一致，导致共形阵列具有明显的多极化特性^[15]。为了更加精确地描述共形阵列的特点，在进行数据建模时必须考虑天线单元的极化差异及其对信号接收的影响^[13]。基于上述考虑，文献^[14-15]利用文献^[13]提出的共形阵列天线导向矢量建模的欧拉旋转变换方法，对典型的锥面和柱面共形阵列进行建模，并分别根据 ESPRIT 原理和秩损理论实现了空间信源的二维波达方向估计。但是，由于在构造阵列时采用的是传统的标量天线单元，文中方法很难实现极化参数估计。

针对上述问题，本文利用交叉电偶极子对天线单元构造极化敏感共形阵列，提出了一种针对锥面和柱面等常用共形几何载体的数据建模和多参数联合估计算法。得益于独特的全局和局部坐标系设置方法，本文的信源俯仰角和极化参数由 ESPRIT 算法直接获得，而信源方位角则在俯

仰角的基础上通过一维角度搜索实现。论文首先描述了共形阵列的结构并给出了其数据模型的构建方法，然后通过公式推导详细阐述了共形阵列条件下信源方位和极化参数估计的基本原理，最后通过仿真实验对所提多参数联合估计算法的性能进行验证和分析。

1 共形阵列结构及数据模型

假设整个阵列由沿母线排列的正交电偶极子对均匀线阵 l_1 和 l_2 构成，天线单元数均为 m ，整个阵列满足角度无模糊估计条件。底面半径为 D ，锥面顶角为 $\Theta=2\theta_0$ 。分别对柱面和锥面共形载体建立如图 1(a)、图 1(b)所示的全局坐标系。其中， l_1 位于 z 上，其电偶极子对的两个短偶极子分别与全局坐标系的 y 轴和 z 轴方向平行； l_1 与 l_2 在底面投影的间隔弧度为 α 。图 1(c)为共形阵列的底面投影示意图，其中， l'_1 与 l'_2 表示锥面共形阵列中线阵 l_1 与 l_2 的投影， l'_1 和 l'_2 与圆周的交点表示柱面共形阵列中线阵 l_1 与 l_2 的投影。

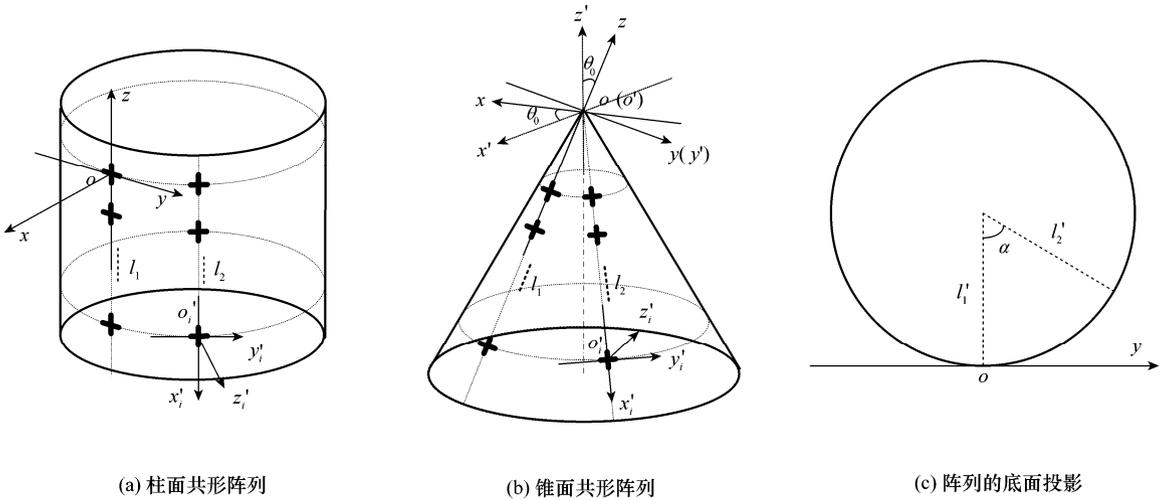


图 1 共形阵列的结构及坐标系设置

由于天线单元的单位方向图一般在其局部坐标系中定义。在经典的平面阵列中，由于所有阵元的单位方向图指向一致，可以统一在全局坐标系定义单位方向图。但是在共形阵列中，由于载体曲率的影响，上述关系不再成立，必须对每个阵元建立各自的局部坐标系 $x'_i y'_i z'_i$ (见图 1(a)、图 1(b))。其中， x'_i 轴和 y'_i 轴分别与交叉电偶极子对的两个短偶极子平行。在阵元的局部坐标系 $x'_i y'_i z'_i$ 中分别定义阵元的单位方向图并计算其响应，以此建立共形阵列天线的的数据模型。因此，要建立共形阵列的数据建模，必须首先完成信号的方位信息由全局坐标系到局部坐标系的转换。

假设全极化的远场窄带平面波参数为 $(\theta, \varphi, \gamma, \eta)$ 。其中， θ 和 φ 为信源方位信息(俯仰角和方位角)， γ 和 η 为描述信源极化特性的两个参量。由电磁波方向矢量在全局和局部坐标系中的等价关系^[12-14]，入射信号方位参数在局部

坐标系中的表示为

$$\theta'_i = \arccos [\sin \theta \cos \varphi \cos \varphi_{x'_i} \sin \theta_{z'_i} + \sin \theta \sin \varphi \sin \varphi_{x'_i} \sin \theta_{z'_i} + \cos \theta \cos \theta_{z'_i}] \quad (1)$$

$$\varphi'_i = \arctan [(\sin \theta \cos \varphi \cos \varphi_{y'_i} \sin \theta_{z'_i} + \sin \theta \sin \varphi \sin \varphi_{y'_i} \sin \theta_{z'_i} + \cos \theta \cos \theta_{z'_i}) / (\sin \theta \cos \varphi \cos \varphi_{x'_i} \sin \theta_{z'_i} + \sin \theta \sin \varphi \sin \varphi_{x'_i} \sin \theta_{z'_i} + \cos \theta \cos \theta_{z'_i})] \quad (2)$$

式中， $\theta_{x'_i}, \theta_{y'_i}, \theta_{z'_i}$ 分别表示局部坐标轴在全局坐标系中的俯仰角； $\varphi_{x'_i}, \varphi_{y'_i}, \varphi_{z'_i}$ 表示局部坐标轴在全局坐标系中的方位角。在柱面共形阵列中，上述参数分别为

$$[\theta_{x'_i}, \theta_{y'_i}, \theta_{z'_i}] = [\pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

$$[\varphi_{x'_i}, \varphi_{y'_i}, \varphi_{z'_i}] = [0, \frac{\pi}{2}, 0], 1 \leq i \leq m \quad \text{or}$$

$$[0, \frac{\pi}{2} + \alpha, \alpha], m + 1 \leq i \leq 2m$$

将其代入式(1)~式(2)即得到柱面共形阵列各阵元局部系中的信源俯仰角与方位角,完成信源方位从全局坐标系到局部坐标系的转换。

对于锥面共形阵列,本文将其中一个子阵放置在全局坐标系的 z 轴上,这一特殊关系的存在可降低信源方位估计的运算量和复杂度(见第 2.1 节),但由此也破坏了几何结构在坐标系中的对称性,导致上述参数转换过程对子阵 l_2 变得复杂。为此,建立过渡坐标系 $x'y'z'$,参照柱面共形阵列中的参数转换过程,首先将信源方位参数从全局坐标系 xyz 转换到过渡坐标系 $x'y'z'$,然后将其转换到阵元局部坐标系 $x'_iy'_iz'_i$ 中,即完成信源方位从全局坐标系到线阵 l_2 局部坐标系的转换。坐标系变换的原理及线阵 l_1 对应的参数转换过程与柱面共形阵列类似,在此不再赘述。

在第 i 阵元的局部坐标系中定义单位方向图 $\mathbf{g}(\theta'_i, \varphi'_i)$, 则其极化响应矢量为

$$\mathbf{r}_i = [u_{x'_i} \quad u_{y'_i}]^T = \mathbf{\Omega}_i (\mathbf{G}'_i \cdot \mathbf{E}'_i) \quad (3)$$

$$\mathbf{\Omega}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta'_i \cos \varphi'_i & -\sin \varphi'_i \\ \cos \theta'_i \sin \varphi'_i & \cos \varphi'_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{G}'_i = \begin{bmatrix} g_\theta(\theta'_i, \varphi'_i) \\ g_\varphi(\theta'_i, \varphi'_i) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{E}'_i = \begin{bmatrix} E_{\theta'_i} \\ E_{\varphi'_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\theta\theta'_i} & u_{\varphi\theta'_i} \\ u_{\theta\varphi'_i} & u_{\varphi\varphi'_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_\theta \\ E_\varphi \end{bmatrix} = \mathbf{U}_i \begin{bmatrix} \sin \theta e^{j\eta} \\ \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, $g_\theta(\theta'_i, \varphi'_i)$, $g_\varphi(\theta'_i, \varphi'_i)$ 为 $\mathbf{g}(\theta'_i, \varphi'_i)$ 在 $\mathbf{u}_{\theta'_i}$ 和 $\mathbf{u}_{\varphi'_i}$ 上的两个正交投影分量; \mathbf{U}_i 为全局坐标系到第 i 个天线单元局部坐标系的映射矩阵。

由式(1)~式(6),阵列的导向矢量^[13-15]可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta, \varphi, \gamma, \eta) &= [\mathbf{r}_1 \exp(-j2\pi \frac{\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{u}}{\lambda}), \\ &\dots, \mathbf{r}_m \exp(-j2\pi \frac{\mathbf{P}_m \cdot \mathbf{u}}{\lambda}), \dots, \mathbf{r}_{2m} \exp(-j2\pi \frac{\mathbf{P}_{2m} \cdot \mathbf{u}}{\lambda})]^T \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_i = |\mathbf{P}_i| (\sin \theta_{P_i} \cos \varphi_{P_i} \mathbf{x} + \sin \theta_{P_i} \sin \varphi_{P_i} \mathbf{y} + \cos \theta_{P_i} \mathbf{z}) \quad (8)$$

$$\mathbf{u} = \sin \theta \cos \varphi \mathbf{x} + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{y} + \cos \theta \mathbf{z} \quad (9)$$

式中, \mathbf{u} 为信号的方向矢量; \mathbf{P}_i 为第 i 个阵元与全局坐标原点之间的距离矢量; θ_{P_i} 和 φ_{P_i} 分别为距离矢量 \mathbf{P}_i 在全局坐标系中的俯仰角和方位角。

当空间存在 n 个信源时,阵列的接收数据可写为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (10)$$

$$\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1, \gamma_1, \eta_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2, \gamma_2, \eta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_n, \varphi_n, \gamma_n, \eta_n)] \quad (12)$$

式中, \mathbf{N} 为高斯噪声; s_j 为 n 个基带信号。

2 多参数联合估计算法原理

由于共形阵列天线导向矢量建模引入了信源极化状态的表征参数,增加了参数维数,同时由于载体曲率变化的影响,信源方位与极化状态参数产生耦合,使得共形阵列天线信源方位估计变得复杂。在上述情况下,根据子空间原理构造函数通过参数搜索能够获得信源方位和极化状态的联合估计,但是由于涉及到四维搜索,运算量巨大,在现实中应尽量避免。本文利用单曲率载体特殊结构在其表面合理布阵,通过巧妙的坐标系设置(见图 1)简化参数估计算法的复杂度,提出一种适用于柱面和锥面等常用共形阵列的多参数联合估计算法。现以锥面为例详细阐述算法原理。

2.1 信源方位估计

2.1.1 俯仰角估计

根据式(1)和式(2),同一母线上的天线单元具有相同的电磁响应矢量,此时 $\mathbf{r}_1 = \dots = \mathbf{r}_m, \mathbf{r}_{m+1} = \dots = \mathbf{r}_{2m}$ 。因此构成共形阵列的线阵 l_1 和 l_2 均满足 ESPRIT 原理对阵列结构的特殊要求。

分别取 l_1 上第 $1 \sim m-1$ 和第 $2 \sim m$ 电偶极子对构成子阵对 l_{11} 和 l_{12} ,则两子阵对接收的数据差异完全由距离矢量 $\Delta \mathbf{P}_1 (|\Delta \mathbf{P}_1| = \delta, \delta$ 为直线阵的阵元间距)引起。由坐标系设置可知,对于线阵 $l_1, \theta_{P_i} = \theta_{P_i} = \pi, \varphi_{P_i} = \varphi_{P_i} = 0$ 。因此对于第 j 个信源,有下式成立:

$$\begin{aligned} \Delta p_1 \triangleq \Delta \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{u}_j &= |\Delta \mathbf{P}_1| (\sin \theta_{P_i} \cos \varphi_{P_i} \mathbf{x} + \\ &\sin \theta_{P_i} \sin \varphi_{P_i} \mathbf{y} + \cos \theta_{P_i} \mathbf{z}) \cdot (\sin \theta_j \cos \varphi_j \mathbf{x} + \\ &\sin \theta_j \sin \varphi_j \mathbf{y} + \cos \theta_j \mathbf{z}) = -\delta \cos \theta_j \end{aligned} \quad (13)$$

因此, l_{11} 和 l_{12} 的导向矢量满足以下关系:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{12}(\theta_j, \varphi_j, \gamma_j, \eta_j) &= \\ \mathbf{a}_{11}(\theta_j, \varphi_j, \gamma_j, \eta_j) \exp(-2\pi \frac{\Delta p_1}{\lambda_j}) &= \\ \mathbf{a}_{11}(\theta_j, \varphi_j, \gamma_j, \eta_j) \exp(2\pi \frac{\delta \cos \theta_j}{\lambda_j}) &= \mathbf{a}_{11}(\theta_j, \varphi_j, \gamma_j, \eta_j) p_j \end{aligned} \quad (14)$$

$$p_j = \exp(2\pi \delta \cos \theta_j / \lambda) \quad (15)$$

p_j 包含了由于子阵 l_{11} 和 l_{12} 之间的距离差导致的信号相位差;同时由其表达式可知,如果能够获得 p_j 的估计值则可根据式解得信源俯仰角 θ_j 。

由式(10)~式(12),线阵 l_1 接收的数据为

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{S} + \mathbf{N}_1 \quad (16)$$

式中, \mathbf{A}_1 为流形矩阵 \mathbf{A} 中对应 l_1 的部分。

理想条件下,式(16)的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= \mathbf{E}[\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^H] = \mathbf{A}_1 \mathbf{E}[\mathbf{S} \mathbf{S}^H] \mathbf{A}_1^H + \mathbf{E}[\mathbf{N}_1 \mathbf{N}_1^H] = \\ &\mathbf{A}_1 \mathbf{R}_s \mathbf{A}_1^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbf{U}_{S1} \mathbf{\Sigma}_{S1} \mathbf{U}_{S1}^H + \mathbf{U}_{N1} \mathbf{\Sigma}_{N1} \mathbf{U}_{N1}^H \end{aligned} \quad (17)$$

式中, \mathbf{R}_s 为信源的协方差矩阵; σ_n^2 为噪声方差; \mathbf{I} 为单位阵; $\mathbf{\Sigma}_{S1}$ 和 $\mathbf{\Sigma}_{N1}$ 分别为大特征值和小特征值构成的对角阵; \mathbf{U}_{S1}

和 \mathbf{U}_{N_1} 分别为大特征值和小特征值对应的特征矩阵。由子空间的定义可知, \mathbf{U}_{S_1} 与 \mathbf{U}_{N_1} 张成的信号空间分别对应信号子空间和噪声子空间。

对于实际接收数据, 协方差矩阵的统一一致估计为

$$\hat{\mathbf{R}}_1 = \hat{\mathbf{U}}_{S_1} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{S_1} \hat{\mathbf{U}}_{S_1}^H + \hat{\mathbf{U}}_{N_1} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{N_1} \hat{\mathbf{U}}_{N_1}^H \quad (18)$$

令 $\hat{\mathbf{U}}_{S_{11}} = \hat{\mathbf{U}}_{S_1}(:, 1:m-1)$, $\hat{\mathbf{U}}_{S_{12}} = \hat{\mathbf{U}}_{S_1}(:, 2:m)$, 则 $\hat{\mathbf{U}}_{S_{11}}$ 和 $\hat{\mathbf{U}}_{S_{12}}$ 分别为子阵 l_{11} 和 l_{12} 接收数据对应的信号子空间。根据子空间原理, 得

$$\hat{\mathbf{U}}_{S_{12}} = \hat{\mathbf{U}}_{S_{11}} \mathbf{T}^{-1} \hat{\boldsymbol{\Phi}}_p \mathbf{T} = \hat{\mathbf{U}}_{S_{11}} \hat{\boldsymbol{\Psi}}_p \quad (19)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_p = \text{diag}(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_n) \quad (20)$$

由最小二乘 ESPRIT 原理可知:

$$\hat{\boldsymbol{\Psi}}_p = (\hat{\mathbf{U}}_{S_{11}}^H \hat{\mathbf{U}}_{S_{11}})^{-1} \hat{\mathbf{U}}_{S_{11}}^H \hat{\mathbf{U}}_{S_{12}} \quad (21)$$

根据式(19), 对 $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_p$ 进行特征值分解即可得到对角矩阵 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_p$ 。由式(15)解得

$$\hat{\theta}_j = \arccos[\lambda/2\pi\delta \cdot \arg(\hat{p}_j)] \quad (22)$$

式中, $\arg(\cdot)$ 表示取辅角运算; \hat{p}_j 为 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_p$ 的对角线元素。

2.1.2 方位角估计

在共形阵列中, 由于天线单元单位方向图的指向差异, 阵列接收数据中的信源方位和极化状态等参数耦合在一起, 常规的 MUSIC 算法和 ESPRIT 算法很难对各参数进行单独求解。2.1.1 节通过特殊的坐标系设置, 排除其他参数的影响, 根据 ESPRIT 思想实现了俯仰角估计。借鉴该思想, 如果能够通过特定的数学变换将阵列接收数据中隐含的信源方位信息与极化参数“去耦”, 则可以利用俯仰角估计结果将信源方位估计由多维搜索变为一维搜索, 计算量将大大降低。

对式(12)的阵列流形矩阵作如下变换:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\eta}) \\ \mathbf{a}_2(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}'_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{a}'_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_m \\ \mathbf{r}_{2m} \end{bmatrix} = \mathbf{A}' \mathbf{r}' \quad (23)$$

式中, $\mathbf{a}_1(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\eta})$ 和 $\mathbf{a}_2(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\eta})$ 分别阵列流形矩阵 \mathbf{A} 中对应线阵 l_1 和 l_2 的部分; $\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\eta}$ 分别为入射信号同类参数构成的矢量; \mathbf{a}'_k 为剥离信号极化信息之后的导向矢量, 其表达式为

$$\mathbf{a}'_k = [\exp(-j2\pi/\lambda \cdot \mathbf{P}_{k,1} \cdot \mathbf{u}), \exp(-j2\pi/\lambda \cdot \mathbf{P}_{k,2} \cdot \mathbf{u}), \dots, \exp(-j2\pi/\lambda \cdot \mathbf{P}_{k,m} \cdot \mathbf{u})], k = 1, 2 \quad (24)$$

式中, k 为构成共形阵列的线阵编号。由式(3)、式(6)和式(24)可知, 通过式(23)的矩阵变换, 极化信息完全包含在 \mathbf{r}' 中, 而 \mathbf{A}' 中只包含信源的方位信息。

用阵列的接收数据构造协方差矩阵并进行特征值分解, 由子空间原理可得, 当且仅当 $(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi})$ 为信源的真实方位时

$$\mathbf{A}^H \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{A} = \mathbf{r}'^H (\mathbf{A}'^H \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{A}') \mathbf{r}' = \mathbf{r}'^H \mathbf{Q} \mathbf{r}' = 0 \quad (25)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{A}'^H \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{A}' \quad (26)$$

由于 $\mathbf{r}_k (k=1, 2)$ 不全为 0, 式(26)在信源真实方位处奇异。将俯仰角估计值代入, 得到信源方位角的估计值为^[16]

$$\hat{\varphi}_j = \arg \max_{\hat{\varphi}_j} \left\{ \frac{1}{\lambda_{\min}[\mathbf{Q}]} \right\}, 0 \leq \varphi \leq \varphi_{\max} \quad (27)$$

式中, φ_{\max} 为方位角搜索的最大范围。文中由于未考虑共形载体的遮蔽效应, 因此 $\varphi_{\max} = 2\pi$ 。当考虑遮蔽效应时, 可根据阵列分割思想在载体表面布置多个相同阵列, 采用类似方法实现全空域的信源方位估计。详细原理见文献[13-15]。

同理可实现柱面共形阵列的方位估计。与锥面不同的是, 柱面共形阵列的线阵 l_2 , 同样满足式(13)~式(15)描述的特殊关系, 因此在估计信源俯仰角时, 整个阵列的接收数据均可利用。

2.2 极化参数估计

由式(3)可知, 对于第 j 信源, 阵列输出的极化比^[1-3] 为

$$k_j = \frac{\mathbf{r}_i(1)}{\mathbf{r}_i(2)} = \frac{u_x(j)}{u_y(j)} \quad (28)$$

将式(3)代入, 有

$$\epsilon_j = \tan \gamma_j e^{j\eta_j} = -[\chi_i u_{\varphi\theta'_i} \cos \theta'_j (1 - k_j \tan \varphi'_j) - u_{\varphi\varphi'_i} (k_j + \tan \varphi'_j)] / [\chi_i u_{\theta\theta'_i} \cos \theta'_j (1 - k_j \tan \varphi'_j) - u_{\theta\varphi'_i} (k_j + \tan \varphi'_j)] \quad (29)$$

$$\chi_i = g_{\theta'_i}(\theta'_i, \varphi'_i) / g_{\varphi'_i}(\theta'_i, \varphi'_i) \quad (30)$$

可见, 极化参数完全包含在 k_j 中, 只要解出 k_j 便可由式(29)得到其估计值 $\hat{\gamma}_j, \hat{\eta}_j$ 。分别取阵列协方差矩阵的奇数行和偶数行对应的信号子空间 \mathbf{U}_{r_1} 和 \mathbf{U}_{r_2} , 类似与信源俯仰角的求解方法, 由 ESPRIT 原理可得

$$\hat{\boldsymbol{\Psi}}_k = (\hat{\mathbf{U}}_{r_1}^H \hat{\mathbf{U}}_{r_1})^{-1} \hat{\mathbf{U}}_{r_1}^H \hat{\mathbf{U}}_{r_2} \quad (31)$$

根据式(19), 对 $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_k$ 进行特征值分解并将特征值 k_j 代入式(29), 解得极化参数为

$$\hat{\gamma}_j = \arctan(|\epsilon_j|), \hat{\eta}_j = \arg(\epsilon_j) \quad (32)$$

由 $g_{\theta'_i}(\theta'_i, \varphi'_i), g_{\varphi'_i}(\theta'_i, \varphi'_i)$ 的物理意义以及式(1)、式(2)可知, 只有位于同一线阵 $l_k (k=1, 2)$ 上的天线单元, χ_i 具有相同的取值。因此, 上述极化参数计算过程只能针对同一个线阵进行。将多个线阵的估计结果进行算术平均即可得到极化参数的最终估计值。

对于多个信源的情况, 配对算法是多参数联合估计中必不可少的步骤。本文参数配对采用文献[1-3]中给出的方法实现。具体原理见原文。

2.3 多参数联合估计算法的步骤

步骤 1 根据式(16)、式(17)由线阵 l_1 的接收数据估计协方差矩阵 \mathbf{R}_1 , 并进行特征值分解;

步骤 2 划分信号子空间, 根据 ESPRIT 原理由式(19)~式(22)估计俯仰角 $\hat{\theta}$;

步骤 3 由式(23)、式(24)将信源方位信息与极化信息“去耦”;

步骤 4 用整个阵列的接收数据估计信号子空间,由式(25)~式(27)构造空间谱估计器,通过一维搜索得到方位角估值 $\hat{\varphi}$;

步骤 5 由式(31)求极化比 k_i ,并由式(29)、式(32)进一步得到极化参数 $\hat{\gamma}$ 和 $\hat{\eta}$;

步骤 6 对信源方位和极化参数进行配对得到最终估计结果。

3 仿真实验及性能分析

本节通过仿真实验分别对锥面和柱面两种典型共形阵列的多参数联合估计性能进行验证。阵元总数为 20,即 $m=10$;同一线阵内阵元间隔为 $\lambda/2$;圆柱横截面半径和圆锥底面半径均为 5λ ;圆锥顶角 $\Theta=2\theta_0=60^\circ$;构成共形阵列

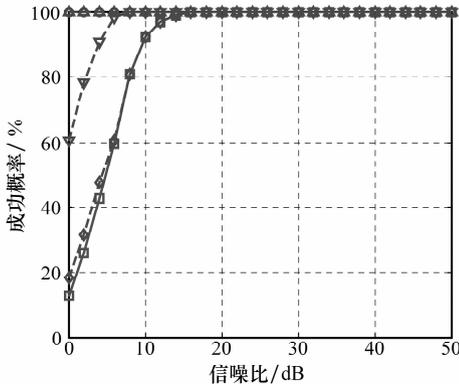
的线阵 l_1 和 l_2 底面投影的间隔弧度 $\alpha=30^\circ$ 。两个窄带远场入射电磁波的信源参数分别为

$$[\theta_1, \varphi_1, \gamma_1, \eta_1] = [50^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 60^\circ]$$

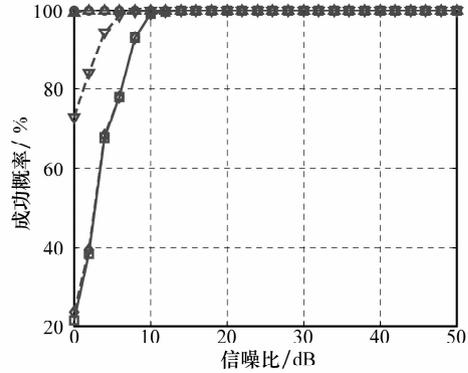
$$[\theta_2, \varphi_2, \gamma_2, \eta_2] = [55^\circ, 25^\circ, 35^\circ, 55^\circ]$$

利用 200 次快拍采样数据估计协方差矩阵,对算法进行 300 次的 Monte Carlo 统计实验。其中,信噪比范围为 0~50 dB,间隔 2 dB;方位角范围为 $0 \leq \varphi \leq 360^\circ$,搜索步长为 0.01° 。

根据文献[13-15]对成功实验的定义,利用成功实验结果统计算法的参数估计性能。图 2 给出了参数估计成功概率与信噪比的关系曲线。从图中看出,对于两种阵列形式,所提算法的信源方位估计成功概率均一直较高,接近 100%,极化参数的估计成功概率相对较低,但是当信噪比大于 10 dB 时,所有参数的成功概率均达到较高水平。



(a) 锥面共形阵列的估计成功概率



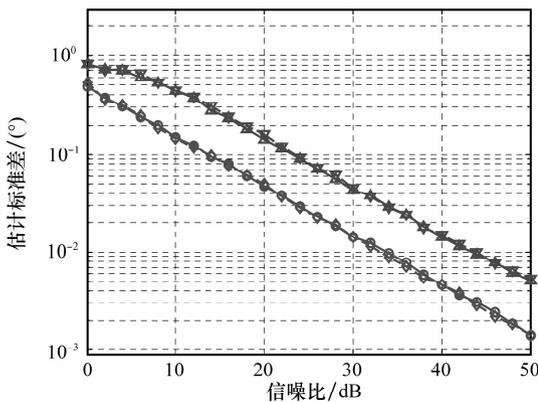
(b) 柱面共形阵列的估计成功概率

—■—: 总体估计成功概率; —▲—: θ 估计成功概率; —○—: φ 估计成功概率; —▽—: γ 估计成功概率; —◇—: η 估计成功概率。

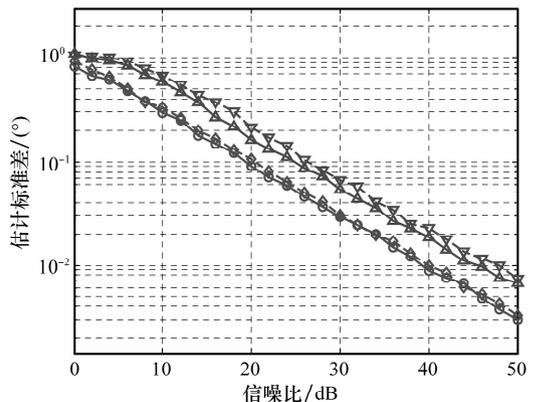
图 2 参数估计成功概率与信噪比的关系

图 3、图 4 分别为锥面和柱面共形阵列的参数估计标准差与信噪比的关系。从图中看出,随着信噪比的提高,参数

估计偏差与标准差均逐渐变小。对于两种不同的阵列形式,算法性能相当,具有较好效果。



(a) 方位参数估计标准差



(b) 极化参数估计标准差

—○—: θ_1 的估计标准差; —▲—: φ_1 的估计标准差; —◇—: θ_2 的估计标准差; —▽—: φ_2 的估计标准差。

—○—: γ_1 的估计标准差; —▲—: η_1 的估计标准差; —◇—: γ_2 的估计标准差; —▽—: η_2 的估计标准差。

图 3 锥面共形阵列的参数估计性能

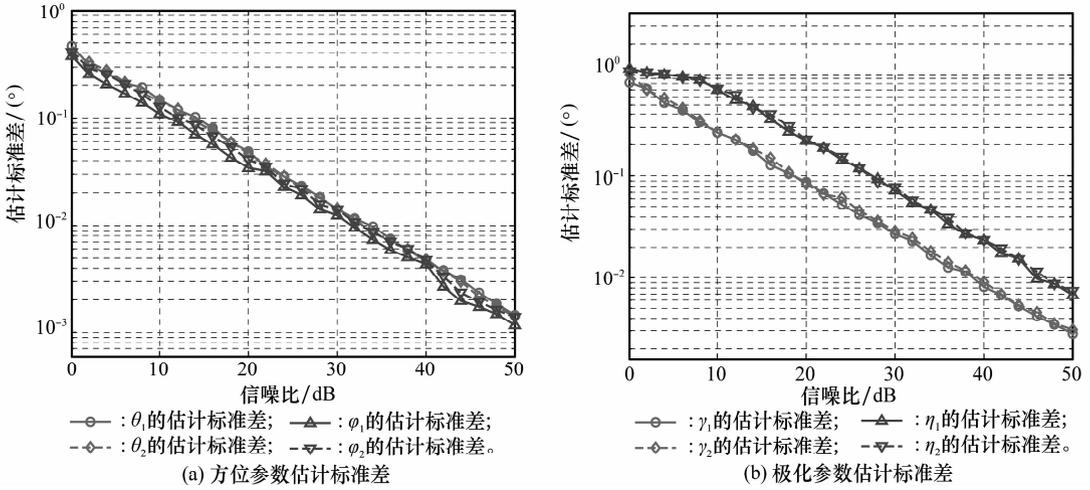


图 4 柱面共形阵列的参数估计性能

表 1 和表 2 为以成功实验计算得到的信源参数均值。参数估计均值都与真值非常接近,并且估计误差随着信噪比从表中数据可以看出,所提算法对锥面和柱面共形阵列的估计误差随着信噪比的提高逐渐减小。

表 1 锥面共形阵列的参数估计均值

SNR/dB	俯仰角		方位角		极化相位角		极化辅角	
	θ_1	θ_2	φ_1	φ_2	γ_1	γ_2	η_1	η_2
0	49.968 0	54.937 3	29.918 0	24.907 7	39.957 2	35.036 8	60.053 3	55.259 8
10	50.002 6	54.994 6	30.013 5	24.963 1	40.008 3	34.957 7	59.987 0	55.108 0
20	49.998 8	55.002 3	29.997 8	25.007 5	39.991 2	34.995 8	59.983 6	54.993 7
30	50.001 5	55.000 8	30.004 6	25.002 1	40.001 6	34.997 8	60.001 1	55.002 6
40	49.999 9	55.000 1	29.999 7	24.999 9	39.999 8	34.999 1	59.999 8	55.001 5
50	49.999 9	54.999 9	30.000 0	24.999 8	40.000 1	35.000 4	59.999 9	55.000 3

表 2 柱面共形阵列的参数估计均值

SNR/dB	俯仰角		方位角		极化相位角		极化辅角	
	θ_1	θ_2	φ_1	φ_2	γ_1	γ_2	η_1	η_2
0	50.001 7	54.882 8	29.725 8	25.310 0	40.105 4	34.932 0	60.014 9	54.925 1
10	50.008 2	54.998 9	29.981 9	25.021 0	40.012 3	34.986 3	60.064 4	54.972 1
20	50.003 8	55.000 0	29.994 5	25.002 8	39.993 5	35.003 8	60.019 1	54.996 5
30	49.998 8	54.999 8	30.000 6	25.001 4	40.000 1	35.000 1	59.994 9	54.994 4
40	49.999 7	54.999 8	30.000 4	25.000 2	39.999 7	34.999 6	60.000 6	54.999 8
50	50.000 0	55.000 0	30.000 0	25.000 0	39.999 8	34.999 8	59.999 6	54.999 8

4 结 论

本文利用柱面和锥面等典型单曲率共形载体的结构特点建立了其快拍数据模型,并根据子空间原理提出一种适用于柱面和锥面共形阵列的信源方位和极化参数联合估计算法。算法通过巧妙设置全局坐标系以及对多参数“去耦”等操作避免了多维角度搜索,将算法的运算量限定在可接

受的范围之内,具有可实现性并且很容易推广至多种几何结构的共形阵列。论文详细阐述了算法的基本原理,最后通过统计实验验证了算法的性能。

参考文献:

[1] Li J, Compton R T. Angle and polarization estimation using ESPRIT with a polarization sensitive array[J]. *IEEE Trans. on*

- Antennas and Propagation*, 1991, 39(9): 1376 - 1383.
- [2] Li J, Compton R T. Two-dimensional angle and polarization using ESPRIT algorithm [J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1992, 40(5): 550 - 555.
- [3] Wang J Y, Chen T Q. Joint frequency 2D AOA and polarization estimation using fourth-order cumulants[J]. *Science in China Series F, Information Sciences*, 2000, 43(3): 297 - 303.
- [4] 刘兆霆, 何劲, 刘中. 线性电磁矢量阵列的空时极化平滑算法及相干源多参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(12): 3032 - 3036. (Liu Z T, He J, Liu Z. Spatial-temporal polarization smoothing for joint frequency, 2D DOA, and polarization estimation of coherent sources with linear electromagnetic vector sensors array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(12): 3032 - 3036.)
- [5] He J, Liu Z. Computationally efficient 2D direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector sensors at unknown locations using the propagator method [J]. *Signal Processing*, 2009, 19(3): 491 - 503.
- [6] 崔伟, 陶建武, 刘亮. 机载电磁矢量传感器阵列 DOA 和极化参数估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(2): 223 - 225. (Cui W, Tao J W, Liu L. Novel DOA and polarization estimation of electromagnetic vector sensor mounted on the airframe[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(2): 223 - 225.)
- [7] Wong K T, Zoltowski M D. Uni-vector-sensor ESPRIT for multisource azimuth, elevation, and polarization estimation[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1997, 45(10): 1467 - 1474.
- [8] Zoltowski M D, Wong K T. ESPRIT based 2D direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector sensors[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(40): 2195 - 2204.
- [9] Wong K T, Zoltowski M D. Self-initiating MUSIC-based direction finding and polarization estimation in spatio-polarizational beamspace[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2000, 48(8): 1235 - 1244.
- [10] Wong K T, Li L S, Zoltowski M D, et al. Root-MUSIC-based direction finding and polarization estimation using diversely polarized possibly collocated antennas[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2004, 3(1): 129 - 132.
- [11] Wong K T, Yuan X. Vector cross product direction-finding with an electromagnetic vector-sensor of six orthogonally oriented but spatially noncollocating dipoles/loops[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2011, 59(1): 160 - 171.
- [12] He Q Q, Wang B Z. Radiation patterns synthesis for a conformal dipole antenna array[J]. *Progress in Electromagnetics Research (PIER)*, 2007(76): 327 - 340.
- [13] 王布宏, 郭英, 王永良. 共形天线阵列流形的建模方法[J]. *电子学报*, 2009, 37(3): 481 - 484. (Wang B H, Guo Y, Wang Y L. Array manifold modeling for conformal array antenna [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(3): 481 - 484.)
- [14] 齐子森, 郭英, 姬伟峰, 等. 锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计算法[J]. *电子学报*, 2009, 37(9): 1919 - 1925. (Qi Z S, Guo Y, Ji W F, et al. Blind DOA estimation algorithm for conical conformal array antenna with respect to polarization diversity[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(9): 1919 - 1925.)
- [15] 齐子森, 郭英, 王布宏, 等. 基于 ESPRIT 算法的柱面共形阵列天线 DOA 估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(8): 1227 - 1231. (Qi Z S, Guo Y, Wang B H, et al. DOA estimation for cylindrical conformal array antenna based on ESPRIT algorithm [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(8): 1227 - 1231.)
- [16] 王布宏, 王永良, 陈辉. 方位依赖阵元幅相误差校正的辅助阵元法[J]. *中国科学 E 辑*, 2004, 34(8): 906 - 918. (Wang B H, Wang Y L, Chen H. Array calibration of angularly dependent gain and phase uncertainties with carry-on instrumental sensors[J]. *Science in China (Series E)*, 2004, 34(8): 906 - 918.)