

带有初态学习的指数变增益迭代学习控制

曹伟^{1,2}, 丛望¹, 孙明²

(1. 哈尔滨工程大学自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 齐齐哈尔大学计算机与控制工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006)

摘要: 针对一类非线性时变系统在有限时间区间上的轨迹跟踪问题, 提出一种新的迭代学习控制算法, 该算法对系统的控制输入和初始状态同时采用闭环指数变增益迭代学习律。基于算子理论, 对具有任意初始状态的系统, 在该迭代学习律作用下的收敛性进行严格证明, 同时给出该迭代学习算法收敛的谱半径形式的充分条件。该算法与固定增益的迭代学习控制相比较, 不仅加快了收敛速度, 而且还解决了指数变增益迭代学习控制要求初始状态严格重复的问题。仿真结果表明了该算法的有效性。

关键词: 初态学习; 迭代学习控制; 非线性系统; 指数变增益

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.04.24

Iterative learning control of variable index gain with initial state study

CAO Wei^{1,2}, CONG Wang¹, SUN Ming²

(1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. College of Computer and Control Engineering, Qiqiha'r University, Qiqiha'r 161006, China)

Abstract: A new learning control algorithm is presented aiming at the trajectory tracking problem realized within a limited time region for a class of nonlinear time-varying systems. The new algorithm simultaneously adopts close-loop iterative learning rule with time-varying exponential gain for both control input and initial state of systems. Using the operator theory, the convergence of systems with any initial states is strictly proven under the operation of the iterative rule. Meanwhile, a sufficient convergence condition in the spectral radius form of the learning algorithm is provided. Compared with iterative learning control with the fixed learning gain, the proposed algorithm can not only significantly enhance the convergent speed but also solve the problem that the iterative learning control with time-varying exponential gain needs the rigid repetition of initial state. Simulation results illustrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: state study; iterative learning control; nonlinear system; time-varying exponential gain

0 引言

在迭代学习控制研究中, 通常假设系统每次迭代初态与期望初态相同或是每次迭代初态固定^[1-5], 但是在实际控制系统中, 由于各种干扰和不确定因素的存在, 很难使每次运行的初始状态都与期望轨迹的初始状态相同或为固定值。因此, 近几年许多学者对迭代学习控制的初值问题进行大量研究。文献[6]研究了在任意初始状态下的非正则线性离散系统的迭代学习控制问题; 文献[7]针对任意初态情形下, 借助初始修正吸引子的概念, 讨论了不确定时变系

统的迭代学习控制方法; 文献[8]针对一类含控制时滞的非线性时变系统, 提出一种在任意初值条件下的开环比例微分(proportional derivative, PD)型迭代学习控制算法; 文献[9]针对具有非零初始误差的多关节机械手的轨迹跟踪问题, 提出一种新型快速迭代学习控制算法, 使系统在初始状态任意给定的情况下输出尽快地收敛于期望轨迹。然而上述文献均采用固定增益的迭代学习控制算法, 学习增益的选取具有很大的盲目性, 因此通常收敛速度比较慢。虽然, 文献[10]给出两种指数变增益加速学习算法, 经大量的仿真计算表明, 其收敛速度之快已达到实用化的程度; 文献

收稿日期: 2011-05-10; 修回日期: 2011-11-16。

基金项目: 国家自然科学基金(61100103)资助课题

作者简介: 曹伟(1977-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为先进控制理论与应用。E-mail: yiyuqq@yahoo.cn

[11]提出一种可变学习增益的迭代学习控制算法,与固定增益的迭代学习控制相比较,其收敛速度明显得到提高。但是,文献[10-11]提出的变增益加速学习算法都要求系统每次运行时初始状态严格重复(迭代初态与期望初态一致,这时称初态是严格重复的^[12])。然而如上所述,系统初始状态严格重复也很难得到保证,这就使相应结果的应用受到极大限制。

因此,基于以上分析,本文提出一种带有初态学习的闭环指数变增益迭代学习控制算法,即对系统的控制输入和初始状态都采用闭环指数变增益迭代学习律,并对算法的收敛性进行严格的数学证明,给出了算法收敛的充分条件。该算法与学习增益不变的迭代学习控制相比较,不仅克服了固定学习增益选取的盲目性,而且还提高其收敛速度,同时也解决了指数变增益迭代学习控制要求初始状态严格重复的问题。

1 问题描述

考虑以下具有重复运行性质的一类非线性时变系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_i(t), t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}_i(t) \\ \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $t \in [0, T]$; i 为迭代次数; $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u}_i(t) \in \mathbf{R}^r$, $\mathbf{y}_i(t) \in \mathbf{R}^m$ 分别为系统的状态、控制、输出向量; $\mathbf{g}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 为适当维数的向量或矩阵。

假设系统(1)在时间区间 $t \in [0, T]$ 的任意时刻均满足下列条件:

假设 1 $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), t)$ 关于 $\mathbf{x}(t)$, 满足如下 Lipschitz 条件 $\|\mathbf{g}(\mathbf{x}_1(t), t) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_2(t), t)\| \leq k_g \|\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_2(t)\|$

式中, k_g 为 Lipschitz 常数。

假设 2 在 $t \in [0, T]$ 中, $\mathbf{B}(t), \mathbf{C}(t)$ 有界, 并且期望轨迹 $\mathbf{y}_d(t)$ 在 $[0, T]$ 上连续。

假设 3 存在唯一的理想控制 $\mathbf{u}_d(t)$, 使系统的状态和输出为期望值。

假设 4 $\mathbf{I} + \lambda(t)\mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma}(t) \in [0, T]$ 存在逆矩阵。

该系统每次迭代时的初态都不相同, 第 i 次迭代的初态为 $\mathbf{x}_i(0)$, 则输出误差为

$$\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_i(t)$$

输入采用指数变增益的闭环 D 型迭代学习控制律

$$\mathbf{u}_{i+1}(t) = \mathbf{u}_i(t) + \lambda(t)\mathbf{\Gamma} \dot{\mathbf{r}}_{i+1}(t) \quad (2)$$

式中, $\lambda(t) = e^{-n}$ ($n > 0$)。同时初始状态采用可变增益的迭代学习律

$$\mathbf{x}_{i+1}(0) = \mathbf{x}_i(0) + \lambda(0)\mathbf{B}(0)\mathbf{\Gamma} \mathbf{r}_{i+1}(0) \quad (3)$$

控制的目标就是对满足假设 1~假设 4 的系统(1), 采用式(2)和式(3)的迭代学习律, 在有限时间区间上使系统在任意初始状态下的输出能够完全跟踪期望轨迹。

2 收敛性分析

为了证明的方便, 先引入如下引理:

引理 1^[13] 设 $x(t), z(t)$ 和 $b(t)$ 是 $[0, T]$ 上的实值连续函数, 且 $b(t)$ 在 $[0, T]$ 上非负, 如果

$$x(t) \leq z(t) + \int_0^t b(\tau)x(\tau)d\tau, t \in [0, T]$$

则 $x(t) \leq z(t) + \int_0^t b(\tau)z(\tau)e^{\int_0^t b(s)ds}d\tau$

引理 2^[10] 假定算子 $F: C_r[0, T] \rightarrow C_r[0, T]$ 满足下列条件:

$$(1) \|F(x)(t)\| \leq N(q + \int_0^t \|x(s)\| ds)$$

$$\forall x \in C_r[0, T], t \in [0, T]$$

$$(2) \|F(x)(t) - F(y)(t)\| \leq N \int_0^t \|x(s) - y(s)\| ds$$

$$\forall x, y \in C_r[0, T], \forall t \in [0, T]$$

式中, N, q 为非负常数, 则有如下结论:

① $\forall y \in C_r[0, T]$ 存在惟一的 $\forall x \in C_r[0, T]$, 使得

$$x(t) + F(x)(t) = y(t), t \in [0, T]$$

② 定义算子 $F: C_r[0, T] \rightarrow C_r[0, T]$ 为

$$\bar{F}(y)(t) = F(x)(t), \forall y \in C_r[0, T]$$

式中, $\forall x \in C_r[0, T]$ 是由(1)定义的惟一解。则存在 $N_1 > 0$, 使得

$$\|\bar{F}(y)(t)\| \leq N_1(q + \int_0^t \|y(s)\| ds)$$

引理 3^[10] 设常数序列 $\{a_i\}_{i \geq 0}$ ($a_i \geq 0$), 收敛到零, 算子 $F: C_r[0, T] \rightarrow C_r[0, T]$ 满足

$$\|F_i(u)(t)\| \leq N_2(a_i + \int_0^t \|u(s)\| ds)$$

式中, $N_2 \geq 1$ 为常数; $C_r[0, T]$ 的 r 维向量取最大值范数, 设 $\mathbf{P}(t)$ 为 $r \times r$ 维连续函数矩阵, 令 $\mathbf{P}: C_r[0, T] \rightarrow C_r[0, T]$ 为

$$\mathbf{P}(u)(t) = \mathbf{P}(t)u(t)$$

若 \mathbf{P} 之谱半径小于 1, 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\mathbf{P} + F_n)(\mathbf{P} + F_{n-1}) \cdots (\mathbf{P} + F_0)(u)(t) = 0$$

对于 t 一致成立。

定理 考虑系统(1), 若满足假设条件 1~条件 4, 在学习律式(2)和式(3)的作用下, 如果满足条件

$$\rho[(\mathbf{I} + \lambda(t)\mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma})^{-1}] < 1 \quad (4)$$

则系统(1)在任意初始状态下, 当 $i \rightarrow \infty$ 时, $\lim_{i \rightarrow \infty} \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{y}_d(t)$ 。

证明 由式(1)~式(3)知

$$\mathbf{x}_{i+1}(t) = \mathbf{x}_{i+1}(0) +$$

$$\int_0^t (\mathbf{g}(\mathbf{x}_{i+1}(\tau), \tau) + \mathbf{B}(\tau)\mathbf{u}_{i+1}(\tau))d\tau =$$

$$\mathbf{x}_i(t) + \int_0^t (\mathbf{g}(\mathbf{x}_{i+1}(\tau), \tau) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_i(\tau), \tau))d\tau +$$

$$\lambda(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma} \mathbf{r}_{i+1}(t) -$$

$$\int_0^t \frac{d(\lambda(\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{\Gamma})}{d\tau} \mathbf{r}_{i+1}(\tau) d\tau \quad (5)$$

由式(5)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{i+1}(t) - \mathbf{x}_i(t) = & \int_0^t (\mathbf{g}(\mathbf{x}_{i+1}(\tau), \tau) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_i(\tau), \tau)) d\tau + \\ & \lambda(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma} \mathbf{r}_{i+1}(t) - \\ & \int_0^t \frac{d(\lambda(\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{\Gamma})}{d\tau} \mathbf{r}_{i+1}(\tau) d\tau \end{aligned}$$

上式两端取范数,并根据引理 1 可得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_{i+1}(t) - \mathbf{x}_i(t)\| \leq & m_1 \|\mathbf{r}_{i+1}(t)\| + m_2 \int_0^t \|\mathbf{r}_{i+1}(\tau)\| d\tau + \\ & k_g \int_0^t (m_1 \|\mathbf{r}_{i+1}(\tau) + m_2 \int_0^\tau \|\mathbf{r}_{i+1}(s)\| ds) e^{k_g(t-\tau)} d\tau \leq \\ & m_1 \|\mathbf{r}_{i+1}(t)\| + M_1 \int_0^t \|\mathbf{r}_{i+1}(\tau)\| d\tau \quad (6) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} b = \sup_{t \in [0, T]} \|\mathbf{B}(t)\|, h = \sup_{t \in [0, T]} \|\lambda(t)\mathbf{\Gamma}\| \\ m_2 = \sup_{t \in [0, T]} \left\| \frac{d(\lambda(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma})}{dt} \right\|, m_1 = bh \\ M_1 = m_2 + k_g m_1 e^{k_g T} + T k_g m_2 e^{k_g T} \end{aligned}$$

又因

$$\mathbf{r}_{i+1}(t) - \mathbf{r}_i(t) = \mathbf{C}(t)(\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_{i+1}(t))$$

因此

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{i+1}(t) = & (\mathbf{I} + \lambda(t)\mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma})^{-1} \mathbf{r}_i(t) + \\ & (\mathbf{I} + \lambda(t)\mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma})^{-1} \mathbf{C}(t) \cdot \\ & \left[\int_0^t \frac{d(\lambda(\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{\Gamma})}{d\tau} \mathbf{r}_{i+1}(\tau) d\tau - \right. \\ & \left. \int_0^t (\mathbf{g}(\mathbf{x}_{i+1}(\tau), \tau) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_i(\tau), \tau)) d\tau \right] \quad (7) \end{aligned}$$

令

$$\mathbf{P}(t) = (\mathbf{I} + \lambda(t)\mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma})^{-1} \quad (8)$$

定义算子

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{i+1}(\mathbf{r}_{i+1})(t) = & -[\mathbf{I} + \lambda(t)\mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma}]^{-1} \cdot \\ & \mathbf{C}(t) \left[\int_0^t \frac{d(\lambda(\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{\Gamma})}{d\tau} \mathbf{r}_{i+1}(\tau) d\tau - \right. \\ & \left. \int_0^t (\mathbf{g}(\mathbf{x}_{i+1}(\tau), \tau) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_i(\tau), \tau)) d\tau \right] \quad (9) \end{aligned}$$

则式(7)变为

$$\mathbf{r}_{i+1}(t) + \mathbf{H}_{i+1}(\mathbf{r}_{i+1})(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{r}_i(t) \quad (10)$$

下面对算子 \mathbf{H}_{i+1} 进行估计,对式(8)两端取范数,并把式(6)代入,得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{H}_{i+1}(\mathbf{r}_{i+1})(t)\| \leq & m_3 c m_2 \int_0^t \|\mathbf{r}_{i+1}(\tau)\| d\tau + \\ & m_3 c k_g \int_0^t \|\mathbf{x}_{i+1}(\tau) - \mathbf{x}_i(\tau)\| d\tau \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 \int_0^t \|\mathbf{r}_{i+1}(\tau)\| d\tau \leq & M_3 \int_0^t \|\mathbf{r}_{i+1}(\tau)\| d\tau = \\ & M_3 (q_1 + \int_0^t \|\mathbf{r}_{i+1}(\tau)\| d\tau) \quad (11) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} M_2 = & m_3 c k_g m_1 + m_3 c k_g M_1 T + m_3 c m_2 \\ q_1 = & 0, M_3 = \max(1, M_2), c = \sup_{t \in [0, T]} \|\mathbf{C}(t)\| \\ m_3 = & \sup_{t \in [0, T]} \|\mathbf{I} + \lambda(t)\mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{\Gamma}\|^{-1} \end{aligned}$$

设 $\mathbf{r}_{i+1}(t), \mathbf{r}_i(t) \in C_r[0, T]$, 则

$$\begin{aligned} \|\mathbf{H}_{i+1}(\mathbf{r}_{i+1})(t) - \mathbf{H}_{i+1}(\mathbf{r}_i)(t)\| \leq & \|\mathbf{P}(t)\| \|\mathbf{C}(t)\| \cdot \\ & \int_0^t \left\| \frac{d(\lambda(\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{\Gamma})}{d\tau} \right\| \cdot \|\mathbf{r}_{i+1}(\tau) - \mathbf{r}_i(\tau)\| d\tau \leq \\ & M_4 \int_0^t \|\mathbf{r}_{i+1}(\tau) - \mathbf{r}_i(\tau)\| d\tau \quad (12) \end{aligned}$$

式中, $M_4 = m_3 c m_2$ 。

由式(11)和式(12)知,满足引理 2 的两个条件,则由引理 2 知,存在 $\bar{\mathbf{H}}_{i+1}$ 使式(10)变为

$$\mathbf{r}_{i+1}(t) + \bar{\mathbf{H}}_{i+1}(\mathbf{P}\mathbf{r}_i)(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{r}_i(t) \quad (13)$$

式中, $\bar{\mathbf{H}}_{i+1}$ 满足

$$\|\bar{\mathbf{H}}_{i+1}(\mathbf{P}\mathbf{r}_i)(t)\| \leq M_5 (q_1 + \int_0^t \|\mathbf{P}(\tau)\mathbf{r}_i(\tau)\| d\tau) \quad (14)$$

式中, $M_5 > 0$ 。

定义 $\mathbf{F}_{i+1}: C_r[0, T] \rightarrow C_r[0, T]$ 为

$$\mathbf{F}_{i+1}(\mathbf{r}_i)(t) = -\bar{\mathbf{H}}_{i+1}(\mathbf{P}\mathbf{r}_i)(t) \quad (15)$$

则存在 $M_6 \geq 1$, 使得 \mathbf{F}_{i+1} 也满足式(14), 即

$$\|\mathbf{F}_{i+1}(\mathbf{r}_i)(t)\| \leq M_6 (q_1 + \int_0^t \|\mathbf{r}_i(\tau)\| d\tau) \quad (16)$$

于是式(13)可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{i+1}(t) = & \mathbf{P}(t)\mathbf{r}_i(t) + \mathbf{F}_{i+1}(\mathbf{r}_i)(t) = \\ & (\mathbf{P} + \mathbf{F}_{i+1})(\mathbf{P} + \mathbf{F}_i) \cdots (\mathbf{P} + \mathbf{F}_1)(\mathbf{r}_0)(t) \quad (17) \end{aligned}$$

因为 \mathbf{F}_{i+1} 满足式(16), 即满足引理 3 的条件, 所以由引理 3 和本文定理的条件 \mathbf{P} 的谱半径小于 1 可知, 有 $\lim_{i \rightarrow \infty} \|\mathbf{r}_{i+1}(t)\| = 0$, 即当 $i \rightarrow \infty$ 时, 在 $t \in [0, T]$, $\mathbf{y}_i(t) \rightarrow \mathbf{y}_d(t)$ 。证毕

3 仿真研究

为验证该算法的有效性,考虑的非线性时变系统为

$$\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + u_1(t) \quad (18)$$

$$\dot{x}_2(t) = \cos(x_1(t))x_3(t) + u_2(t) \quad (19)$$

$$\dot{x}_3(t) = -x_2(t) - x_3(t) + \sin(x_1(t))u_2(t) \quad (20)$$

$$y_1(t) = x_1(t), y_2(t) = x_2(t) \quad (21)$$

式中, $t \in [0, 1]$, 设期望轨迹为

$$y_{d1}(t) = 12t^2(1-t), y_{d2}(t) = \cos(\pi t)$$

易知期望初态为

$$x_{d1}(0) = 0, x_{d2}(0) = 1$$

假定系统初始状态任意选为

$$x_1(0) = 1.3, x_2(0) = -0.8, x_3(0) = -1$$

采用式(2)和式(3)迭代学习律,并选取初始控制 $u_1(t) = u_2(t) = 0$,指数变增益迭代学习控制律中,增益系数在保证满足式(4)所示的收敛条件下选取为

$$\lambda(t) = e^{2t}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.15 \end{bmatrix}$$

由式(17)~式(21)可知, $C(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B(t) =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \sin(x_1(t)) \end{bmatrix}, \text{所以当 } t=0 \text{ 时, 有}$$

$$\rho[(I + \lambda(t)C(t)B(t)\Gamma)^{-1}] = 0.8696 < 1 \quad (22)$$

而当 $t=1$ 时,有

$$\rho[(I + \lambda(t)C(t)B(t)\Gamma)^{-1}] = 0.4743 < 1 \quad (23)$$

由 $\lambda(t)$ 的单调性,可知在整个 $t \in [0, 1]$ 时间区间内,所选取的增益系数 $\lambda(t)$ 和 Γ 都能满足式(4)所示的收敛条件。

为验证本文提出控制算法的有效性,分别与带初始状态学习的固定增益迭代学习控制和不带初始状态学习的指数变增益迭代学习控制做仿真比较分析。固定增益的迭代学习控制律选取为

$$u_{i+1}(t) = u_i(t) + \Gamma \dot{r}_{i+1}(t)$$

$$x_{i+1}(0) = x_i(0) + B(0)\Gamma r_{i+1}(0)$$

式中,固定学习增益矩阵取为

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.15 \end{bmatrix}$$

谱半径 $\rho[(I + C(t)B(t)\Gamma)^{-1}] = 0.8696 < 1$,由此可见,固定学习增益的谱半径是指数变增益的谱半径在 $t=0$ 时的特殊情况。

仿真结果如图 1~图 4 所示。从图 1 和图 2 中可以看出,采用本文提出的迭代学习算法,跟踪误差只需迭代 4 次就可以收敛到零,而采用不变增益的迭代学习算法,至少要迭代 20 次,误差才能收敛到零。采用本文提出的迭代学习控制算法,收敛速度之所以如此快,是因为此时影响系统收敛速度的为本文定理中给出的条件 $[I + \lambda(t)C(t)B(t)\Gamma]^{-1}$ 的谱半径,它随着时间 t 以指数形式减小,所以迭代学习随着时间 t 的增加迅速收敛。同时从图 3 也可以看出,采用本文提出的带有初态学习的迭代学习控制算法,虽然系统存在初始状态误差,但是由于对系统初始状态进行了迭代学习修正,所以系统在任意初态条件下,都能在有限时间区间上,随迭代次数的增加实现对期望轨迹的完全跟踪。而从图 4 可以看出,采用不带初态学习的指数变增益迭代学习控制时,因为系统存在初态偏移,所以系统的实际输出轨迹与期望轨迹之间有一恒定的偏差。

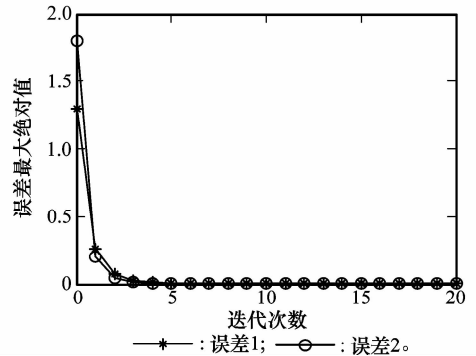


图 1 指数变增益的跟踪误差曲线

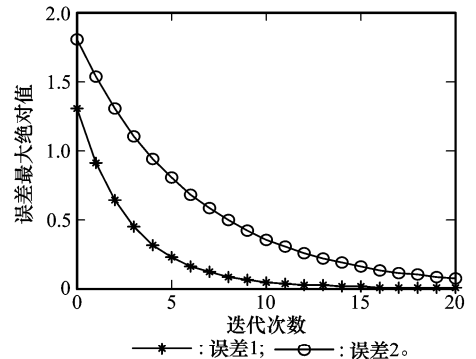


图 2 不变增益的跟踪误差曲线

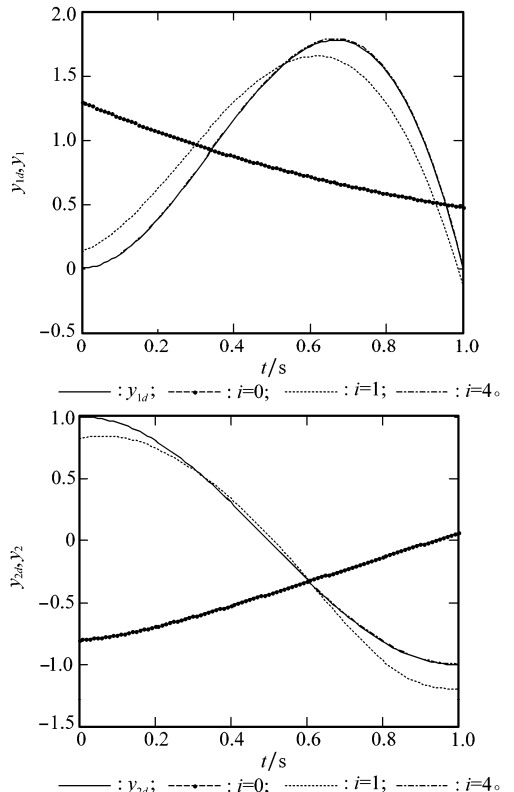


图 3 带初态学习的指数变增益学习控制输出跟踪

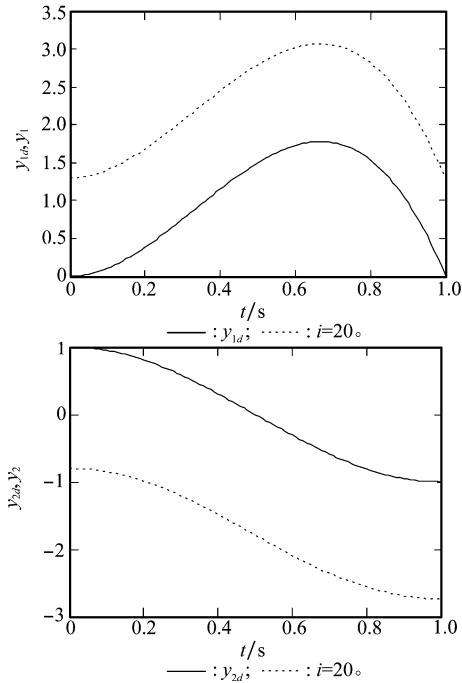


图4 不带初态学习的指数变增益学习控制输出跟踪

4 结论

针对在任意初始状态下的一类非线性时变系统,提出一种具有初态学习的闭环指数变增益迭代学习控制策略。基于算子谱理论证明系统在任意初始状态下经过学习后,其输出在有限时间区间上能够完全跟踪期望输出,同时得到了谱半径形式的收敛条件。该算法与固定增益的学习控制相比较,不仅加快其收敛速度,而且还解决了指数变增益迭代学习控制要求初始状态严格重复的问题。

参考文献:

[1] Xu J X. Recent advances in iterative learning control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2005, 31(1): 132-142.
 [2] Yin C K, Xu J X, Hou Z S. On iterative learning control design for tracking iteration-varying trajectories with high-order internal model[J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2010, 8(3): 309-316.
 [3] Wang Y, Niu J J. Iterative learning control algorithm with a fixed step[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 24(4): 669-675.
 [4] 刘利, 孙明轩. 不确定时变系统的鲁棒学习控制算法[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(3): 323-328. (Liu L, Sun M X. Robust learning control algorithms for uncertain time-varying systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(3): 323-328.)

[5] 阮小娥, 连建帮, 吴慧卓. 具有反馈信息的迭代学习控制律在 Lebesgue-p 范数意义下的收敛性[J]. *自动化学报*, 2011, 37(4): 513-516. (Ruan X E, Lian J B, Wu H Z. Convergence of iterative learning control with feedback information in the sense of Lebesgue-p norm[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(4): 513-516.)
 [6] 王毅敏, 方勇. 任意初始状态下非正则系统的迭代学习控制设计[J]. *系统工程与电子技术*, 2004, 26(3): 364-367. (Wang Y M, Fang Y. Iterative learning control design for irregular linear system with an arbitrary initial state[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, 26(3): 364-367.)
 [7] 孙明轩. 有限时间迭代学习控制[J]. *系统科学与数学*, 2010, 30(6): 733-741. (Sun M X. Finite-time iterative learning control[J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2010, 30(6): 733-741.)
 [8] 孙瑜, 李志安, 林辉. 一类含控制时滞非线性系统在任意初值下的开环 PD 型迭代学习控制[J]. *兵工学报*, 2010, 31(6): 837-841. (Sun Y, Li Z A, Lin H. Open-loop PD-type iterative learning control for a class of nonlinear systems with control delay and arbitrary initial value[J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 31(6): 837-841.)
 [9] 王洪斌, 王艳. 带有初始误差的机械手轨迹跟踪的快速迭代学习控制[J]. *系统工程理论与实践*, 2011, 31(1): 165-171. (Wang H B, Wang Y. Rapid ILC control of manipulator trajectory tracking with initial error[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2011, 31(1): 165-171.)
 [10] 林辉, 王林. 迭代学习控制理论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998: 17-88. (Lin H, Wang L. *Iterative learning control theory*[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1998: 17-88.)
 [11] 徐敏, 林辉, 刘震. 可变学习增益的迭代学习控制律[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(5): 856-860. (Xu M, Lin H, Liu Z. Iterative learning control law with variable learning gain[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(5): 856-860.)
 [12] 孙明轩, 黄宝健, 张学智. 任意初态下不确定时滞系统的 PD 型迭代学习控制[J]. *控制理论与应用*, 1998, 15(6): 853-858. (Sun M X, Huang B J, Zhang X Z. PD-type iterative learning control for a class of uncertain time-delay systems with biased initial state[J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 15(6): 853-858.)
 [13] 孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999. (Sun M X, Huang B J. *Iterative learning control*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999.)