

# 基于二次规划的相控阵雷达任务自适应调度算法

赵宇<sup>1,2</sup>, 李建勋<sup>1,2</sup>, 曹兰英<sup>3</sup>, 张世仓<sup>1,3</sup>

(1. 上海交通大学电子信息与电气工程学院, 上海 200240;

2. 教育部系统控制与信息处理重点实验室, 上海 200240;

3. 中航雷达与电子设备研究院射频综合仿真重点实验室, 无锡 214063)

**摘要:** 雷达任务自适应调度是目前相控阵雷达资源管理研究的热点问题。以加权时间偏移量平方和最小为调度代价标准, 基于相控阵雷达任务二次规划数学模型, 证明最优解存在条件, 并给出一种最优解的解析求解算法。与数值解法相比, 解析求解算法有效提高了算法的快速性。对航空护卫舰舰载相控阵雷达真实工作环境进行一系列仿真, 仿真结果表明, 所提算法有效提高了雷达高优先级任务调度的调度成功率, 降低了任务调度代价。

**关键词:** 相控阵雷达; 自适应任务调度; 二次规划

**中图分类号:** TN 95

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.04.11

## Adaptive scheduling algorithm based on quadratic programming for multifunction phased array radars

ZHAO Yu<sup>1,2</sup>, LI Jian-xun<sup>1,2</sup>, CAO Lan-ying<sup>3</sup>, ZHANG Shi-cang<sup>1,3</sup>

(1. College of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. Key Laboratory of System Control and Information Processing, Ministry of Education, Shanghai 200240, China;

3. Radio-frequency Simulation Laboratory, Radar and Avionics Institute of Aviation Industry Corporation of China, Wuxi 214063, China)

**Abstract:** An adaptive scheduling algorithm is the focus of the phased array radar resource management research. A quadratic programming model with the minimizing sum of square of the weighted time offset as the scheduling cost criterion is proposed for phased array radar task scheduling. Then the existence conditions of the optimal solution are proved, and an analytical algorithm is given to solve the optimal solution. Compared with the numerical solution, the analytical solution effectively improves the fastness of the algorithm. A series of simulations based on a real phased array radar for air defense frigates show that the proposed algorithm can improve the scheduling success rate and reduce the task scheduling cost.

**Keywords:** phased array radar; adaptive task scheduling; quadratic programming

## 0 引言

相控阵雷达作为一种新型电扫描雷达, 其多可控自由度特点使其能够在搜索的同时进行多目标跟踪、制导等多种雷达事件的操作, 因此, 如何制定高效、最优的雷达任务调度策略, 合理的分配雷达资源成为相控阵雷达研究的热点。目前, 相控阵雷达任务调度算法种类很多, 其中, 自适应调度策略是最有效但也最为复杂的调度方法<sup>[1]</sup>。

在相控阵雷达任务调度研究初期, 算法大多基于规则,

按照预先制定的优先级由高到低调度任务请求, 调度的灵活性较差, 时间利用率较低。文献[2-4]提出了任务请求时间窗的概念, 时间窗是指雷达事件的实际执行时间在期望发射时间前后能移动的有效范围。时间窗概念的提出使雷达任务调度的时间灵活性大大增加, 原本在执行时间上发生冲突的任务可以得到有效调度。为了进一步提高雷达的时间利用率, 脉冲交错技术<sup>[5]</sup>被应用在雷达领域, 在单个

收稿日期: 2011-07-28; 修回日期: 2011-11-28。

基金项目: 国家自然科学基金(61175008, 60935001, 60874104); 国家重点基础研究发展计划(973计划)(2009CB824900); 航空基金(20112057005)资助课题

作者简介: 赵宇(1986-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为相控阵雷达资源管理。E-mail: yuz1986715@163.com

任务收发脉冲间隔中交错调度其他任务的发射或接收脉冲。模板法是常见的雷达任务实时驻留调度算法,文献[6-7]提出了最小空闲时间模板优先(least template slack first, LTSF)和基于模板的综合周期(synthetic period templated based, SPTB)调度算法,这两种算法均为离线模板算法。在离线模板的基础上,文献[8]提出在线设计模板的思想。从自适应角度看,采用动态优先级技术更加适应雷达任务动态变化的特点,其中,最早截止时间优先(earliest deadline first, EDF)算法最具有代表性,该算法以任务截止期为优先级确定条件,任务截止期越近,优先级越高。近年来,自适应雷达资源管理逐渐成为热点,目前研究方向集中在有限时间资源<sup>[9]</sup>的自适应调度,时间窗宽度的改变<sup>[10]</sup>,采样间隔的自适应改变<sup>[11]</sup>及更新率<sup>[12]</sup>的自适应调整等。

在国内,相控阵雷达任务自适应调度算法也取得了一些成果。文献[13]提出一种以加权时间偏移量平方和最小为调度代价标准的相控阵雷达任务二次规划数学模型,并基于该模型给出相控阵雷达实时驻留的自适应调度算法。随后,文献[14]改进了模型,提出修正的 EDF 模型,对截止期和任务优先级进行线性加权,从而获得综合优先级,算法具有更高的自适应性。2011 年,文献[15]提出波束波形联合自适应调整,建立能量约束模型,使雷达资源管理在能量管理方面取得进展。

本文基于文献[13]相控阵雷达实时驻留任务的二次规划数学模型,证明最优解存在条件,提出带有最优解存在条件的调度属性判定条件,并给出最优解解析求解算法,与文献[13]中的算法相比,本文所提算法保证了最优解的存在性,减少了任务序列遍历次数和二次规划计算次数,从而提高算法的快速性。与文献[13]及传统 EDF 算法进行仿真,结果证明,本文所提算法有效保证了雷达任务调度的调度成功率并降低调度代价。

### 1 非干扰条件任务调度数学模型

在非干扰条件下,相控阵雷达任务主要分为 7 类,如表 1 所示。

表 1 非干扰条件下雷达任务属性表

编号	事件类型	优先级	驻留时间	下拍调度时刻
1	寂静	1	$\Delta t_1$	$T_1$
2	低优先级搜索	2	$\Delta t_2$	$T_2$
3	高优先级搜索	3	$\Delta t_3$	$T_3$
4	普通跟踪	4	$\Delta t_4$	$T_4$
5	精密跟踪	5	$\Delta t_5$	$T_5$
6	确认	6	$\Delta t_6$	$T_6$
7	制导	7	$\Delta t_7$	$T_7$

优先级数字越大,级别越高。表 1 中“制导”优先级最高。驻留时间指任务执行的时间长度。下拍调度时刻指各个任务下次要执行的时刻,一般指第多少个调度间隔。

在一个雷达任务周期  $T$  内,可能包含  $N$  个任务,每个任务  $T_i$  的参数为:优先级  $p_i$ ;期望执行时间  $t_{ei}$ ;调度属性  $\eta_i$ ;驻留时间  $\Delta t_i$ ;实际执行时间  $t_{si}$ ;时间窗  $[t_{fi}, t_{li}]$ ,其中,  $t_{fi}$

为任务最早可执行时间,  $t_{li}$  为任务最晚可执行时间。

当多个任务竞争同一个时间槽,说明各个任务发生冲突,需要优化调度。调度分为两个步骤,首先要对任务的调度属性进行分析;接下来对被调度的任务,要确定其调度代价最小的实际执行时间。

对于被调度执行的任务,任务优先级为  $p_j$ ,执行时刻的偏移度  $f(t_{sj} - t_{ej})$ ,表示该任务的调度执行时间与期望执行时间的偏差程度。当  $t_{sj} = t_{ej}$  时,  $f(t_{sj} - t_{ej}) = 0$ 。那么所有任务的调度代价为

$$\min MA = \sum_{j=1}^N p_j \times f(t_{sj} - t_{ej}) \quad (1)$$

取  $f(t_{sj} - t_{ej}) = |t_{sj} - t_{ej}|^2$ ,即以调度时间偏移量加权平方和作为代价标准,文献[13]提出二次规划雷达任务调度时间优化问题的数学模型。

首先,将周期  $T$  中的任务按综合优先级排序,对于综合优先级相同的任务按期望执行时间排序,组成待调度队列  $T' = \{T'_1, T'_2, \dots, T'_N\}$ 。然后虚拟两个不参与调度分析的端点任务  $T'_0$  和  $T'_{N+1}$ ,其综合优先级设定为最高,同时令  $t_{f0} = t_{w0} = t_{l0} = t_{s0} = t_0, \Delta t_0 = 0, t_{f(N+1)} = t_{w(N+1)} = t_{l(N+1)} = t_{s(N+1)} = t_0 + SI, \Delta t_{N+1} = 0$ ,其中,  $SI$  为任务周期长度。

假设分析到第  $k$  步,先从待调度队列  $T'$  中取出任务  $T'_k$ ,并设此时已有  $M(M \leq k)$  个已确定调度的雷达任务,加上两个虚拟任务后组成调度队列  $S = \{S_0, S_1, \dots, S_M, S_{(M+1)}\}$ ,其中,  $S_0 = T'_0, S_{(M+1)} = T'_{(N+1)}$ ,并且调度执行时间满足  $t_{s0}^{(s)} \leq t_{s1}^{(s)} < \dots < t_{s(M+1)}^{(s)}$ 。任务  $T'_k$  的调度属性通过如下几个步骤来确定:

**步骤 1** 通过依次比较任务  $T'_k$  的期望执行时间和  $S$  中各个任务的调度执行时间,确定调度执行时间位于任务  $T'_k$  前后的两个任务,假设为  $S_{(p-1)}$  和  $S_p$ 。

**步骤 2** 确定  $S_{(p-1)}$  的最早可执行时间  $t_{f(p-1)}^{(s)}$  和  $S_p$  的最晚可执行时间  $t_{l(p)}^{(s)}$  分别为

$$t_{f(p-1)}^{(s')} = \begin{cases} t_{f(p-1)}^{(s)}, & (p-1) = 0 \\ \max(t_{f(p-1)}^{(s)}, t_{s(p-2)}^{(s)} + \Delta t_{(p-2)}^{(s)}), & (p-1) > 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$t_{l(p)}^{(s')} = \begin{cases} t_{l(p)}^{(s)}, & p = M + 1 \\ \min(t_{l(p)}^{(s)}, t_{s(p+1)}^{(s)} - \Delta t_{(p)}^{(s)}), & p < M + 1 \end{cases} \quad (3)$$

**步骤 3** 令  $\Delta d = t_{l(p)}^{(s')} - t_{f(p-1)}^{(s')} - \Delta t_{(p-1)}^{(s)}$ ,表示对任务  $T'_k$  可贡献出的最大时间间隙,由此可得任务  $T'_k$  的调度属性为

$$\eta_k = \begin{cases} 1, & \Delta d \geq \Delta t_k \\ 0, & \Delta d < \Delta t_k; t_{lk} \geq t_0 + SI \\ -1, & \Delta d < \Delta t_k; t_{lk} < t_0 + SI \end{cases} \quad (4)$$

**步骤 4** 对被调度任务,用二次规划方法来确定该任务的调度执行时间  $t'_k$ ,同时将该任务插入到  $S_{(p-1)}$  和  $S_{(p)}$  之间,形成新的调度队列  $S$ 。

**步骤 5** 若任务集合内全部任务被调度,则算法结束;否则回到步骤 1。

当优化准则选择为加权的时间偏移量平方和最小时,

所建立的优化模型为

$$\min E_k = p'_k dt'_k{}^2 + p^{(s)}_{(p-1)} dt^{(s)2}_{(p-1)} + p^{(s)}_{(p)} dt^{(s)2}_{(p)} \quad (5)$$

$$\text{s. t. } t'_{fk} \leq t'_{uk} + dt'_k \leq t'_{lk}$$

$$t^{(s)'}_{f(p-1)} \leq t^{(s)}_{s(p-1)} + dt^{(s)}_{(p-1)} \leq t^{(s)}_{l(p-1)}$$

$$t^{(s)'}_{f(p)} \leq t^{(s)}_{s(p)} + dt^{(s)}_{(p)} \leq t^{(s)}_{l(p)}$$

$$t^{(s)}_{s(p-1)} + dt^{(s)}_{(p-1)} + \Delta t^{(s)}_{l(p-1)} \leq t'_{uk} + t'_k$$

$$t'_{uk} + dt'_k + \Delta t'_k \leq t^{(s)}_{s(p)} + dt^{(s)}_{(p)} \quad (6)$$

选取目标函数中的权值为任务优先级,表示对同一时间偏移量,综合优先级越高的任务需要付出的代价越大。此数学模型是一个带有不等式约束的二次规划问题,保证高优先级任务被优先调用,从而使整体调度代价最小。

步骤 3 中调度属性判别并不完善,在接下来的二次规划算法中,被调用任务的实际执行时间可能存在无最优解情况,本文将对二次规划解的存在性进行证明,并提出保证二次规划最优解存在的调度属性判别条件。

## 2 解的存在性及保证最优解存在的调度属性判别方法

对于二次规划问题,根据连续函数最值定理:在有界闭域  $D$  上的多元连续函数,在  $D$  上一定有最大值和最小值。式(5)是连续函数,在可行域是有界闭域时,其最优解一定存在。因此,要保证任务执行时间最优解存在,必须保证优化约束条件构成的可行域为有界闭域。

要保证约束构成的可行域是有界闭域,充分条件是保证变量约束的下界不大于上界,即可行域非空。将约束条件(6)等价变换为

$$t'_{fk} - t'_{uk} \leq dt'_k \leq t'_{lk} - t'_{uk} \quad (7)$$

$$t^{(s)'}_{f(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)} \leq dt^{(s)}_{(p-1)} \leq t^{(s)}_{l(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)} \quad (8)$$

$$t^{(s)'}_{f(p)} - dt^{(s)}_{(p)} \leq t^{(s)}_{s(p)} \leq t^{(s)}_{l(p)} - dt^{(s)}_{(p)} \quad (9)$$

$$dt^{(s)}_{(p-1)} - dt'_k \leq t'_{uk} - t^{(s)}_{s(p-1)} - \Delta t^{(s)}_{l(p-1)} \quad (10)$$

$$dt'_k - dt^{(s)}_{(p)} \leq t^{(s)}_{s(p)} - t'_{uk} - \Delta t'_k \quad (11)$$

(1) 保证  $dt'_k$  可行域非空,即  $t'_{fk} - t'_{uk} \leq t'_{lk} - t'_{uk}$ ,由  $t'_{fk}$  和  $t'_{lk}$  物理意义易证,  $t'_{fk} \leq t'_{lk}$ ,  $dt'_k$  的约束条件下界一定不大于上界。

(2) 保证  $dt^{(s)}_{(p-1)}$  可行域非空参数条件。

由式(10)可得

$$dt^{(s)}_{(p-1)} \leq dt'_k - t^{(s)}_{s(p-1)} - \Delta t^{(s)}_{l(p-1)} + t'_{uk} \leq t'_{lk} - t^{(s)}_{s(p-1)} - \Delta t^{(s)}_{l(p-1)} \quad (12)$$

将式(12)与式(8)结合得

$$t^{(s)'}_{f(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)} \leq dt^{(s)}_{(p-1)} \leq \min (t^{(s)}_{l(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)}, t'_{lk} - t^{(s)}_{s(p-1)} - \Delta t^{(s)}_{l(p-1)}) \quad (13)$$

为保证  $dt^{(s)}_{(p-1)}$  可行域非空有式(14)成立。

$$t^{(s)'}_{f(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)} \leq$$

$$\min (t^{(s)}_{l(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)}, t'_{lk} - t^{(s)}_{s(p-1)} - \Delta t^{(s)}_{l(p-1)}) \quad (14)$$

(3) 保证  $dt^{(s)}_{(p)}$  可行域非空参数条件。

由式(11)可得

$$dt^{(s)}_{(p)} \geq dt'_k - t^{(s)}_{s(p)} + t'_{uk} + \Delta t'_k \geq t'_{fk} + \Delta t'_k - t^{(s)}_{s(p)} \quad (15)$$

将式(15)与式(9)结合得

$$\max (t^{(s)'}_{f(p)} - t^{(s)}_{s(p)}, t'_{fk} + \Delta t'_k - t^{(s)}_{s(p)}) \leq dt^{(s)}_{(p)} \leq t^{(s)'}_{l(p)} - t^{(s)}_{s(p)} \quad (16)$$

为保证  $dt^{(s)}_{(p)}$  可行域非空有式(17)成立。

$$\max (t^{(s)'}_{f(p)} - t^{(s)}_{s(p)}, t'_{fk} + \Delta t'_k - t^{(s)}_{s(p)}) \leq t^{(s)'}_{l(p)} - t^{(s)}_{s(p)} \quad (17)$$

综上所述,带有保证最优解存在条件的调度属性判断条件为

$$\eta_k = \begin{cases} 1, \Delta d \geq \Delta t_k \\ t^{(s)'}_{f(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)} \leq \min (t^{(s)}_{l(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)}, t'_{lk} - t^{(s)}_{s(p-1)} - \Delta t^{(s)}_{l(p-1)}) \\ \max (t^{(s)'}_{f(p)} - t^{(s)}_{s(p)}, t'_{fk} + \Delta t'_k - t^{(s)}_{s(p)}) \leq t^{(s)'}_{l(p)} - t^{(s)}_{s(p)} \\ 0, \Delta d < \Delta t_k, t_k \geq t_0 + SI \\ t^{(s)'}_{f(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)} \leq \min (t^{(s)}_{l(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)}, t'_{lk} - t^{(s)}_{s(p-1)} - \Delta t^{(s)}_{l(p-1)}) \\ \max (t^{(s)'}_{f(p)} - t^{(s)}_{s(p)}, t'_{fk} + \Delta t'_k - t^{(s)}_{s(p)}) \leq t^{(s)'}_{l(p)} - t^{(s)}_{s(p)} \\ -1, \text{其他} \end{cases} \quad (18)$$

## 3 最优解的求解及算法流程

### 3.1 最优解求解

在判断调度属性时,使用类似“插空法”的思想,即在满足约束条件的前提下,任务  $T_k$  期望执行时间前的任务  $S_{(p-1)}$  尽量前移,后面的任务  $S_{(p)}$  尽量后移,若留出的时间间隔大于  $T_k$  的驻留时间,就将  $T_k$  插入至调度序列  $S$ 。下面给出二次规划最优解解析求解流程及算法。

在利用“插空法”思想求解二次规划问题过程中,雷达任务  $T_k$  与其期望执行时间前后两个任务的相对排布会出现 4 种情况,如图 1 所示。

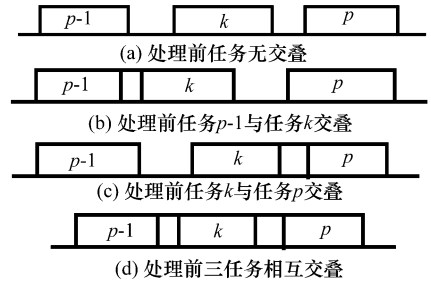


图 1 处理前雷达任务相对排布图

下面分别对 4 种情况进行最优解求解。为使解析形式简练,将优化约束条件变换为

$$a_{11} = t'_{fk} - t'_{uk}, a_{12} = t'_{lk} - t'_{uk}, a_{21} = t^{(s)'}_{f(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)}$$

$$a_{22} = t^{(s)}_{l(p-1)} - t^{(s)}_{s(p-1)}, a_{31} = t^{(s)'}_{f(p)} - t^{(s)}_{s(p)}, a_{32} = t^{(s)'}_{l(p)} - t^{(s)}_{s(p)}$$

$$a_{41} = t^{(s)}_{s(p-1)} + \Delta t^{(s)}_{l(p-1)} - t'_{uk}, a_{42} = t^{(s)}_{s(p)} - t'_{uk} - \Delta t'_k$$

(1) 处理前任务无交叠,如图 1(a)所示。

判别条件为

$$t^{(s)}_{s(p-1)} + \Delta t^{(s)}_{l(p-1)} \leq t'_{uk}, t'_{uk} + \Delta t'_k \leq t^{(s)}_{s(p)}$$

很显然,在这种情况下,三任务都不需要进行移动,最优解  $dt'_k = dt^{(s)}_{(p-1)} = dt^{(s)}_{(p)} = 0$

(2) 处理前任务  $p-1$  与任务  $k$  交叠,如图 1(b)所示。

判别条件为

$$t_{s(p-1)}^{(s)} + \Delta t_{l(p-1)}^{(s)} > t'_{uk}, t'_{uk} + \Delta t'_k < t_{s(p)}^{(s)}$$

由于任务  $p-1$  与  $k$  交叠,式(10)起作用约束,等式成立,得到

$$dt_{(p-1)}^{(s)} - dt'_k = t'_{uk} - t_{s(p-1)}^{(s)} - \Delta t_{l(p-1)}^{(s)}$$

同时,任务  $k$  与任务  $p$  无交叠,因此令  $dt_{(p)}^{(s)} = 0$ 。代入目标函数中,优化问题简化为单变量二次规划形式

$$E = (p'_k + p_{(p-1)}^{(s)})dt_k'^2 - 2p_{(p-1)}^{(s)}a_{41}dt'_k + p_{(p-1)}^{(s)}a_{41}^2$$

$$\text{s. t. } \max(a_{11}, a_{21} + a_{41}) \leq dt'_k \leq \min(a_{12}, a_{22} + a_{41})$$

无约束最优解为

$$dt'_k = p_{(p-1)}^{(s)}a_{41} / (p'_k + p_{(p-1)}^{(s)})$$

对带约束问题,求解分为3种情况:

$$\textcircled{1} \quad p_{(p-1)}^{(s)}a_{41} / (p'_k + p_{(p-1)}^{(s)}) \in$$

$$[\max(a_{11}, a_{21} + a_{41}), \min(a_{12}, a_{22} + a_{41})]$$

此时优化解为无约束最优解

$$dt'_k = p_{(p-1)}^{(s)}a_{41} / (p'_k + p_{(p-1)}^{(s)})$$

$$dt_{(p-1)}^{(s)} = -p_{(p-1)}^{(s)}a_{41} / (p'_k + p_{(p-1)}^{(s)})$$

$$dt_{(p)}^{(s)} = 0$$

$$\textcircled{2} \quad p_{(p-1)}^{(s)}a_{41} / (p'_k + p_{(p-1)}^{(s)}) < \max(a_{11}, a_{21} + a_{41})$$

此时优化解为无约束最优解

$$dt'_k = \max(a_{11}, a_{21} + a_{41})$$

$$dt_{(p-1)}^{(s)} = \max(a_{11}, a_{21} + a_{41}) - a_{41}$$

$$dt_{(p)}^{(s)} = 0$$

$$\textcircled{3} \quad p_{(p-1)}^{(s)}a_{41} / (p'_k + p_{(p-1)}^{(s)}) > \min(a_{12}, a_{22} + a_{41})$$

此时优化解为无约束最优解

$$dt'_k = \min(a_{12}, a_{22} + a_{41})$$

$$dt_{(p-1)}^{(s)} = \min(a_{12}, a_{22} + a_{41}) - a_{41}$$

$$dt_{(p)}^{(s)} = 0$$

计算结束后,任务  $p-1$  与任务  $k$  作为整体执行时间发生移动,因此计算后要再次判断任务  $k$  与任务  $p$  是否重叠。判断条件为

$k$  与  $p$  不重叠

$$t'_{uk} + \bar{x}_1 + \Delta t'_k > t_{s(p)}^{(s)}$$

$k$  与  $p$  重叠

$$t'_{uk} + \bar{x}_1 + \Delta t'_k \leq t_{s(p)}^{(s)}$$

若不重叠,当前优化解为最优解,完成优化;若重叠,进入情况(4)继续计算。

(3) 处理前任务  $k$  与任务  $p$  交叠,如图 1(c)所示。

判别条件为

$$t_{s(p-1)}^{(s)} + \Delta t_{l(p-1)}^{(s)} < t'_{uk}, t'_{uk} + \Delta t'_k > t_{s(p)}^{(s)}$$

由于任务  $k$  与任务  $p$  交叠,式(11)起作用约束,等式成立,得到

$$dt'_k - dt_{(p)}^{(s)} = t_{s(p)}^{(s)} - t'_{uk} - \Delta t'_k$$

同时,任务  $k$  与任务  $p$  无交叠,因此令  $dt_{(p)}^{(s)} = 0$ 。代入目标函数中,优化问题简化为单变量二次规划形式

$$E = (p'_k + p_{(p)}^{(s)})dt_k'^2 - 2p_{(p)}^{(s)}a_{42}dt'_k + p_{(p)}^{(s)}a_{42}^2$$

$$\text{s. t. } \max(a_{11}, a_{31} + a_{42}) \leq dt'_k \leq \min(a_{12}, a_{32} + a_{42})$$

求解方法与情况(2)类似,求解后任务  $k$  与任务  $p$  作为

整体,执行时间发生改变,重新判断任务  $p-1$  与任务  $k$  是否重叠,判断条件为

$p-1$  与  $k$  不重叠

$$t_{s(p-1)}^{(s)} + \Delta t_{l(p-1)}^{(s)} < t'_{uk} + \bar{x}_1;$$

$p-1$  与  $k$  重叠

$$t_{s(p-1)}^{(s)} + \Delta t_{l(p-1)}^{(s)} \geq t'_{uk} + \bar{x}_1$$

若不重叠,当前优化解为最优解,完成优化;若重叠,进入情况(4)继续计算。

(4) 处理前三任务交叠,如图 1(d)所示。

判别条件

$$t_{s(p-1)}^{(s)} + \Delta t_{l(p-1)}^{(s)} \geq t'_{uk}, t'_{uk} + \Delta t'_k \geq t_{s(p)}^{(s)}$$

式(10)和式(11)起作用约束,等式成立,得到

$$dt_{(p-1)}^{(s)} - dt'_k = t'_{uk} - t_{s(p-1)}^{(s)} - \Delta t_{l(p-1)}^{(s)}$$

将  $dt_{(p-1)}^{(s)} - dt'_k = t'_{uk} - t_{s(p-1)}^{(s)} - \Delta t_{l(p-1)}^{(s)}$  代入原问题,优化问题转化为单变量二次规划形式

$$E = (p'_k + p_{(p-1)}^{(s)} + p_{(p)}^{(s)})dt_k'^2 -$$

$$2(p_{(p-1)}^{(s)}a_{41} + p_{(p)}^{(s)}a_{42})dt'_k + (p_{(p-1)}^{(s)}a_{41}^2 + p_{(p)}^{(s)}a_{42}^2)$$

$$\text{s. t. } \max(a_{11}, a_{21} + a_{41}, a_{31} + a_{42}) \leq$$

$$dt'_k \leq \min(a_{12}, a_{22} + a_{41}, a_{32} + a_{42})$$

求解方法与情况(2)和情况(3)类似。

### 3.2 算法流程

本文提出在单任务周期内,对总任务序列进行一次遍历,确定调度任务序列,并利用二次规划确定被调度任务实际执行时间,算法流程如图 2 所示。

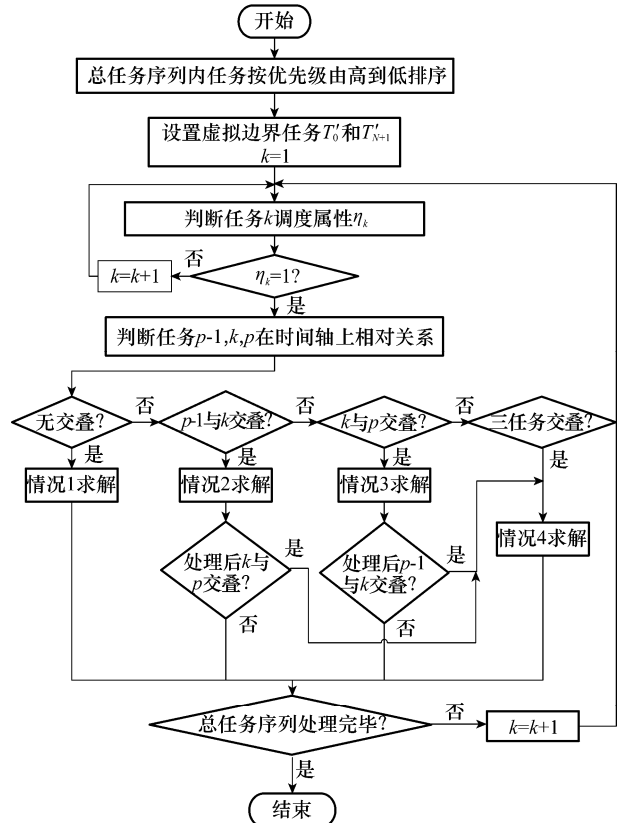


图 2 本文算法流程图

## 4 仿真结果

### 4.1 仿真参数设定

仿真数据参数基于航空护卫舰舰载相控阵雷达真实数据<sup>[2]</sup>进行设定,如表 2 所示。其中,含有一个高优先级搜索任务,周期为 40SI,驻留时间为 6 ms,每周期波束数量为 45;目标确认任务,这类任务不具有周期性,时间窗宽度为 20SI,驻留时间为 6 ms;精密跟踪任务,周期为 4SI~10SI,时间窗宽度为 4SI,驻留时间为 2 ms;普通跟踪任务,周期为 10SI~80SI,时间窗宽度为 10SI,驻留时间为 2 ms;低优先级搜索,周期为 40SI,驻留时间为 6 ms,每周期波束数量为 20。任务参数表如表 2 所示,调度间隔 SI=25 ms,仿真时长为 1 000SI。

表 2 任务参数表

编号	雷达事件类型	优先级	驻留时间 /ms	周期 /SI	每周期波束数量
1	低优先级搜索	1	6	40	20
2	高优先级搜索	2	6	40	45
3	普通跟踪	3	2	(10~80)	1
4	精密跟踪	4	2	(4~10)	1
5	确认	5	6	截止期=20	1

为验证自适应调度算法的正确性与合理性,设定仿真场景为雷达任务饱和,多任务抢占同一执行时间段。其中,精密跟踪目标数为 100,普通跟踪目标数为 150。

仿真中,雷达任务为以驻留时间为宽度,以优先级为高度的矩形。图 3 显示原始雷达任务序列被本文算法及文献<sup>[13]</sup>算法计算后的调度序列图像。

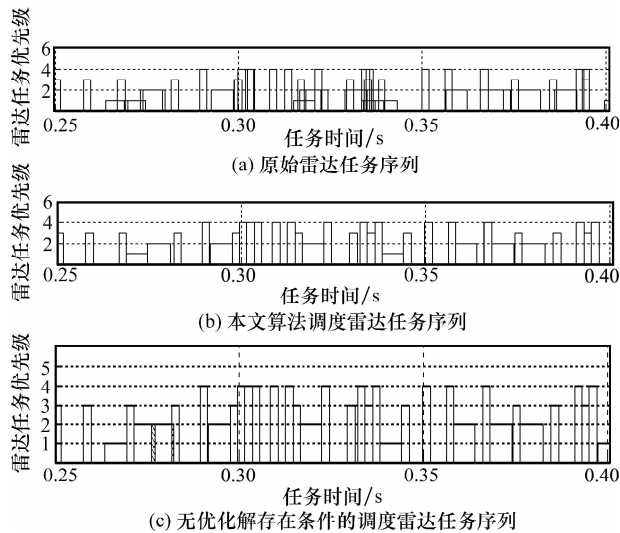


图 3 二次规划雷达任务自适应调度算法仿真图

图 3(a)为原始雷达任务序列,即未经调度处理的雷达图像,图 3(b)为本文算法计算后的调度序列图像,图 3(c)为实时驻留的自适应调度算法<sup>[13]</sup>的调度序列图像。其中

图 3(c)中,0.25 s 与 0.30 s 间有任务发生重叠,重叠部分如阴影所示,这是由于一些在可行域内无最优解的任务被错误加入调度序列造成的,本文算法对最优解存在条件进行判定,因此不存在任务重叠情况。

图 4 为仿真雷达周期数由 300 增加到 1 000 的雷达任务调度成功率曲线。

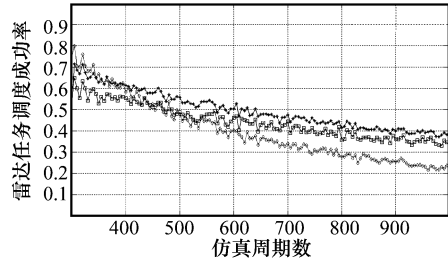


图 4 调度成功率随雷达周期数变化曲线

当仿真周期低于 400 时,雷达任务以搜索为主,任务量较少,序列不饱和,其后随着仿真周期的增加,不断有目标被确认,雷达任务以跟踪为主,任务大量增加,序列趋于饱和。EDF 算法是最优的单一处理器调度算法,其调度的充要条件是  $\sum_{i=1}^n e_i/p_i \leq 1$ ,其中,  $e_i$  和  $p_i$  分别是执行时间和周期。EDF 算法在雷达任务不饱和时,对低优先级任务有良好的调度性能,但雷达任务饱和后,其调度性能不断下降<sup>[14]</sup>,而本文算法一直保证高优先级任务的调度。由于在初期舍弃了部分低优先级任务,因此在仿真周期较少时,本文算法调度成功率略低于 EDF 算法,但随着周期增多,任务量加大,本文算法优于 EDF 算法。

图 5 为仿真雷达周期数由 100 增加到 1 000 的精密跟踪任务(优先级 4)调度成功率曲线,可以看出,在仿真周期较少时,雷达以搜索任务为优先任务,跟踪任务较少,本文算法与 EDF 算法基本能够 100% 的调度精密跟踪任务;当仿真周期加大,跟踪任务增多后,本文算法对高优先级跟踪任务的调度成功率优于实时驻留的自适应调度算法和 EDF 调度算法。

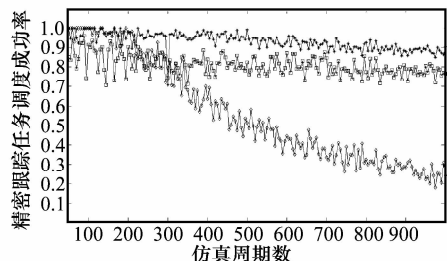


图 5 精密跟踪任务调度成功率随周期变化曲线

图 6 为仿真雷达周期数由 400 增加到 1 000 的雷达任务调度代价曲线。由于 EDF 算法调度时间较大,因此图 6

只比较本文与实时驻留的自适应调度算法的调度代价,可以看出本文算法的调度代价略小。

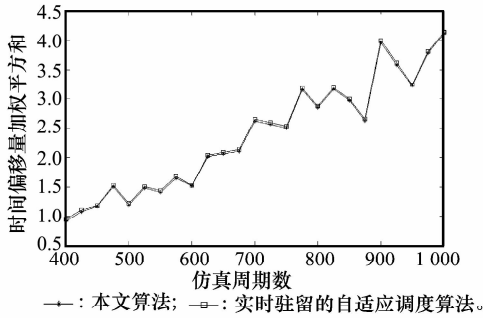


图 6 调度代价曲线

固定仿真雷达周期数为 400,普通跟踪目标数 150,精密跟踪目标数由 1 增加到 100,精密跟踪任务调度成功率曲线如图 7 所示。随着目标增多,本文算法性能优于其他两种算法。

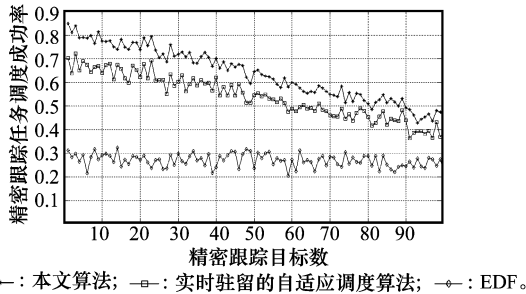


图 7 精密跟踪任务调度成功率随目标数变化曲线

## 5 结 论

本文基于二次规划任务调度模型,提出并证明该模型的最优解存在条件,在保证最优解存在的前提下,给出一种最优解的解析求解方法并进行仿真。仿真结果表明,加入最优解存在条件后,有效地保证任务调度的正确性,消除任务重叠现象。本文算法保证高优先级任务调度成功率,并降低调度代价。但本文单纯从时间角度考虑任务调度问题,如何结合计算机资源与能量资源,设计更加合理的任务调度方法还有待进一步研究。

## 参考文献:

[1] Baugh R A. 现代雷达的计算机控制[M]. 王连成,译. 北京:航空航天工业部,1973:11-13. (Baugh R A. *Computer control of modern radars*[M]. Wang L C, trans. Beijing: Aerospace Industry, 1973:11-13.)

[2] Huizing A G, Bloemen A A F. An efficient scheduling algorithm for a multifunction radar[C]//*Proc. of the IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology*, 1996: 359-364.

[3] 何金新,邱杰,王国宏. 相控阵雷达事件调度中的时间窗研究[J]. 雷达科学与技术,2010,8(1):81-86. (He J X, Qiu J, Wang G H. Study on time window in multifunction phased array radar task scheduling [J]. *Radar Science and Technology*, 2010, 8(1):81-86.)

[4] Ying C L, Wang Y, He J X. Study on time window of track tasks in multifunction phased array radar tasks scheduling[C]//*Proc. of the IET International Radar Conference*, 2009:1-4.

[5] Farina A, Neri P. Multi-target interleaved tracking for phased-array radar[J]. *IEE Proceedings, Part F—Communications, Radar and Signal Processing*, 1980,127(4):312-318.

[6] Shih C S, Gopalakrishnan S, Ganti P, et al. Scheduling real-time dwells using tasks with synthetic periods[C]//*Proc. of the IEEE International Real-Time Systems Symposium*, 2003:210-219.

[7] Shih C S, Ganti P, Gopalakrishnan S. Synthesizing task periods for dwells in multi-function phased array radars[C]//*Proc. of the IEEE Radar Conference*, 2004:145-150.

[8] Gopalakrishnan S, Caccamo M, Shih C S. Finite-horizon scheduling of radar dwells with online template construction[C]//*Proc. of the IEEE International Real-Time Systems Symposium*, 2004:23-33.

[9] Zhang B Y, Li S H, Yan W, et al. An efficient scheduling method for phased array radars with limited time resources[C]//*Proc. of the IET International Radar Conference*, 2009:1-4.

[10] Jang D S, Choi H L, Roh J E. A time-window-based task scheduling approach for multi-function phased array radars[C]//*Proc. of the International Conference on Control, Automation and Systems*, 2011:1-6.

[11] Zhang Z K, Zhou J J, Wang F, et al. Multiple-target tracking with adaptive sampling intervals for phased-array radar[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2011, 22(5):760-766.

[12] Baek S H, Seok H, Park K H, et al. An adaptive update-rate control of a phased array radar for efficient usage of tracking tasks[C]//*Proc. of the IEEE Radar Conference*, 2010:1214-1219.

[13] 卢建斌,胡卫东,郁文贤. 多功能相控阵雷达实时驻留的自适应调度算法[J]. 系统工程与电子技术,2005,27(12):1981-1984. (Lu J B, Hu W D, Yu W X. Adaptive scheduling algorithm for real-time dwells in multifunction phased array radars [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2005, 27(12): 1981-1984.)

[14] 卢建斌. 相控阵雷达资源优化管理的理论与方法[D]. 湖南:国防科学技术大学,2007. (Lu J B. Theory and method of resource optimization and management for phased array radars[D]. Hunan: National University of Defense Technology, 2007.)

[15] 卢建斌,肖慧,席泽敏,等. 相控阵雷达波束波形联合自适应调度算法[J]. 系统工程与电子技术,2011,33(1):84-88. (Lu J B, Xiao H, Xi Z M, et al. Joint adaptive scheduling algorithm of beam and waveform for phased array radars[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(1):84-88.)