

二维编织 C/SiC 复合材料非线性损伤本构模型与应用

李俊, 矫桂琼*, 王波, 王刚

(西北工业大学 工程力学系, 西安 710129)

摘要: 基于二维编织 C/SiC 复合材料的基本力学性能试验, 建立了该材料的宏观正交各向异性非线性损伤本构模型。模型中以可检测的应变作为变量, 采用形式简单的函数分别描述了单轴拉伸和剪切加载下的材料损伤演变下的应力-应变关系, 以及卸载状态的刚度变化规律。同时, 考虑了材料的单边效应以及拉压应力状态转换时的损伤钝化行为。将此本构模型编写成 UMAT 子程序并引入 ABAQUS 有限元软件, 可以完整描述该材料的加载非线性和卸载线性的应力-应变关系特征, 及其加卸载历史。通过对带孔板的拉伸模拟, 孔边应变分布与试验结果吻合较好, 验证了本构模型的有效性。

关键词: C/SiC 复合材料; 二维编织; 非线性; 损伤; 本构关系

中图分类号: TB332 **文献标志码:** A

A non-linear damage constitutive model for 2D woven C/SiC composite material and its application

LI Jun, JIAO Guiqiong*, WANG Bo, WANG Gang

(Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: Based on the fundamental mechanical tests of 2D woven C/SiC composite material, a macroscopic orthotropic non-linear damage constitutive model was established. In this model, the detectable strains were chosen as variables, and functions in simple form were used to demonstrate the stress-strain relationship of the material under damage evolution caused by uniaxial tension and shear loads, and besides the rule of stiffness change in unloading state respectively. Meanwhile, the unilateral effect and damage-deactivation behavior were also considered. The constitutive model was implemented into UMAT in ABAQUS finite element software, and it could describe the material's non-linear and linear property of stress-strain relationship in loading and unloading state respectively, and also its load history. Through modeling the open hole plates in tension, strain distribution besides the hole agrees well with the experiment result, which proves the availability of the proposed constitutive model.

Keywords: C/SiC composite; 2D woven; non-linear; damage; constitutive model

C/SiC 复合材料具有耐高温抗氧化的特性, 并克服了单一陶瓷韧性差的缺点, 是极具前景的高温备选材料之一, 吸引了国内外学者从细观到宏观力学行为的广泛研究^[1-5]。由于材料组分的特点, 如 SiC 基体因内部制造缺陷较多容易产生拉伸裂纹、增韧设计的热解炭弱界面在拉伸和剪切应力作用下容易发生脱粘和滑移, C/SiC 复合材料在外载荷作用下产生多种形式的微细观损伤^[1], 其宏观力学行为表现出显著的非线性特征。传统的线弹性本构关系模型已不再适用, 因此建立合适的非线性本构关系对该

材料的结构设计与应用尤为必要。

目前为止, 国内外学者基于连续介质损伤力学, 针对不同的陶瓷基复合材料体系建立了很多本构关系模型。Camus 等^[6]基于 SiC/SiC 复合材料的力学特性, 建立了反映柔度损伤的弹性损伤模型, 较好地实现了该材料在简单及复杂加载状态下非线性力学行为的模拟; Siron^[7]和 Pailhes^[8]等先后将 Ladeveze^[9]发展的模拟树脂基复合材料塑性应变的相关理论引入到 2.5D C/C 和 3D C/C 复合材料的残余应变分析, 然而塑性理论的物理意义在 C/SiC 复合材料

体系中的适用性有待探讨; Maire 和 Chaboche 等^[2-3]发展了二阶和四阶损伤本构关系模型,可以较好地描述 C/SiC 和 SiC/SiC 复合材料的力学行为,但该理论的有限元应用过程比较复杂。

本文作者以二维编织 C/SiC 复合材料为研究对象,借鉴了 McCarthy 和 Eliopoulos 等^[10-11]在树脂基复合材料本构关系行为模拟方面的研究,结合材料的力学特性,发展了一种形式简单,且便于应用的宏观非线性损伤本构关系模型。并在 ABAQUS 有限元软件中,将本构模型编写成用户材料子程序(UMAT),应用到分析算例中并与试验结果进行对比,验证了本构模型的有效性。

1 材料的面内力学特性

二维编织 C/SiC 复合材料试件制备过程中采用 T300 纤维平纹编织成预制体,通过化学气相渗透 CVI 工艺在纤维表面沉积热解炭(PyC)界面后,再沉积 SiC 基体。面内拉伸、压缩和剪切的试件经机械加工而成。

在准静态加载条件下,参考 ASTM 相关试验标准,分别测试了室温环境下材料的面内拉伸、压缩和剪切等力学性能。其中拉伸和剪切试验分为单调加载和加卸载循环两种加载方式。单调拉伸、拉伸加卸载和拉压加卸载试验均在 Instron 8871 液压伺服试验机上完成,采用载荷控制方式,加载速率 50 N/s,试件表面粘贴应变片以测量纵、横向应变;单调剪切、剪切加卸载和压缩试验在长春 DNS100 电子万能试验机上完成,同样采用载荷控制方式,其中剪切试验的加载速率为 20 N/s,压缩试验为 50 N/s。

通过试验,获得材料在不同加载方式下的应力-应变曲线,典型试验结果如图 1 所示。可以看出,材料在拉伸或剪切载荷作用下,应力-应变关系表现出显著的非线性特征。线弹性段的范围比较小,曲线的切线模量和卸载模量随应力应变的增大而连续折减,同时累积的残余应变逐渐增大,反映出材料性质随损伤演化的逐步劣化过程。同时,对比可知,单调加载曲线对加卸载曲线大致形成包络,表明加卸载过程不会产生新的损伤。另外,从图 1(b)中对比可知,材料在拉伸加载后反向加载至压缩状态后,应力-应变曲线的刚度逐渐恢复,在一定的压缩应力值下多个循环的曲线近似交于一点,该试验结果证实了微裂纹闭合点的存在,即因拉伸产生的基体微裂纹在压缩应力状态下逐步闭

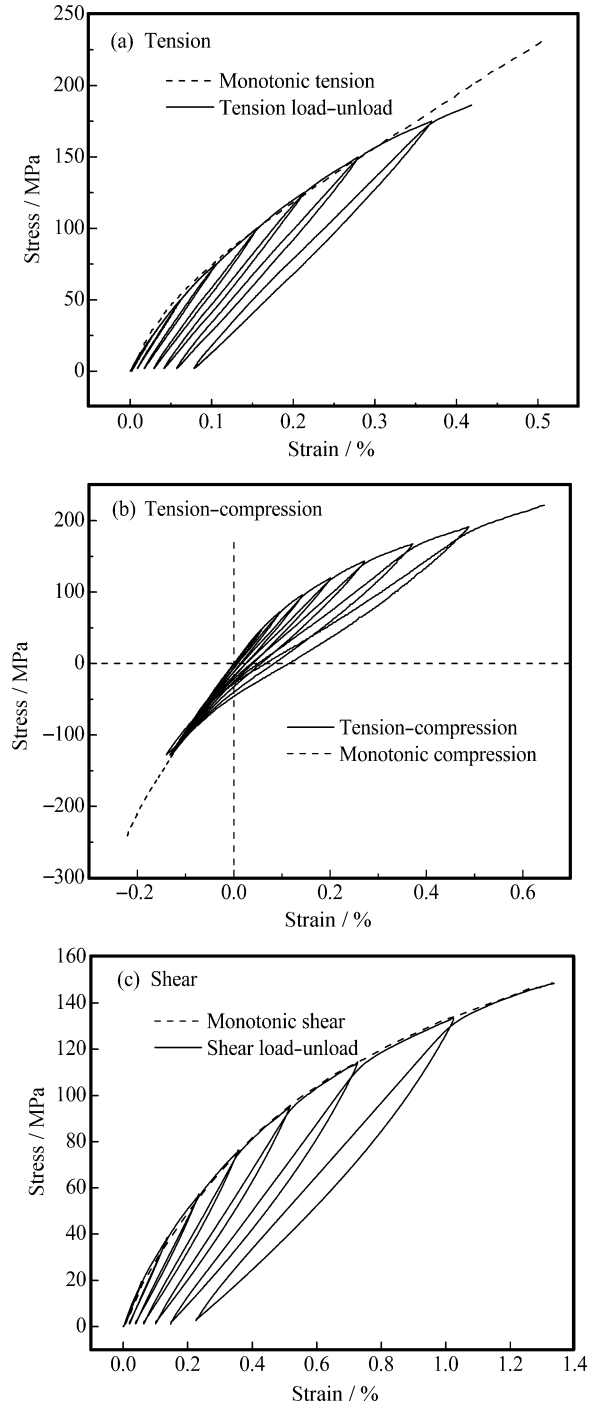


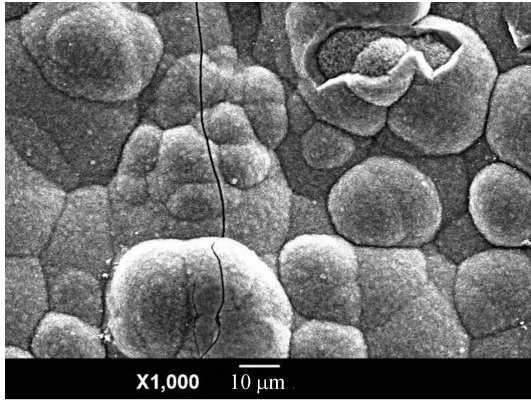
图 1 室温下面内力学试验获得的 C/SiC 复合材料典型应力-应变曲线

Fig.1 Stress - strain curves of C/SiC composites acquired from in-plane mechanical test at room temperature

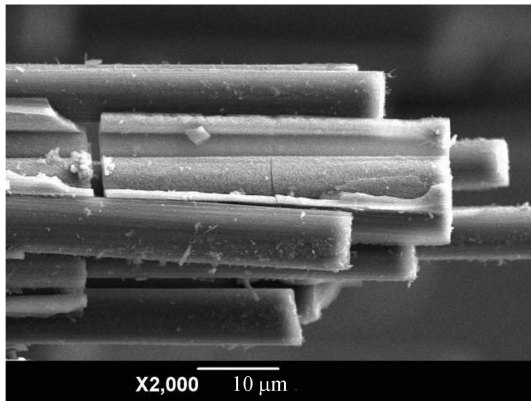
合,该过程可称之为损伤钝化行为。

微观损伤是材料宏观非线性力学行为形成的内因。以单向拉伸为例,从电子显微照片中分析可知,材料在拉伸应力作用下脆性基体发生开裂(如图 2(a)

所示),当基体裂纹延伸至纤维/基体界面时,由于热解炭弱界面的存在,界面容易产生脱粘、滑移(如图 2(b)所示),裂纹发生偏折,从而阻止基体裂纹的自相似扩展。由于界面脱粘、滑移以及纤维拔出等过程中会消耗机械能,导致宏观应力-应变关系的非线性。



(a) Microcrack of SiC matrix



(b) Interface debond

图 2 拉伸应力作用下基体裂纹(a)和界面脱粘(b)的 SEM 照片

Fig. 2 SEM micrographs of microcrack of SiC matrix (a) and interface debond (b) under tension

2 非线性本构关系模型

2.1 本构关系模型

本文中主要从宏观角度分析材料的非线性力学行为。二维编织 C/SiC 复合材料的预制体为周期性编织结构,在试件尺度上近似存在三个弹性对称面,可将其视为连续均匀的正交各向异性材料;另外由于材料较薄,厚度通常为 3 mm 左右,在面内承载的情况下,近似为平面应力状态。因此,线弹性状态下的应力-应变关系为

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中: ε_i 和 γ_{ij} (下标 $i, j=1, 2$) 依次为材料主方向上的正应变和工程剪应变; σ_i 和 τ_{ij} 依次正应力和剪应力; E_i 、 G_{ij} 以及 ν_{ij} 依次为初始无损伤状态下材料的拉伸模量、剪切模量和泊松比。

为简化起见,将上式简写为矩阵和向量的形式:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}_0 \boldsymbol{\sigma} \quad (2)$$

式中: \mathbf{S}_0 为线弹性柔度矩阵; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}$ 分别为应变和应力向量。

含损伤 C/SiC 复合材料仍可视作正交各向异性^[1,6]。同时由于材料在面内主方向上的泊松比数值较小,分析中假设损伤过程中柔度矩阵的斜对角线项 S_{12} 保持为常数。模型中主要通过改变材料的工程弹性常数 E_1 、 E_2 和 G_{12} , 表征材料的损伤状态。

综合以上分析和假设,含损伤材料的正交各向异性本构关系模型为

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E'_1 & -\nu_{21}E_2 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E'_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G'_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \mathbf{S} \boldsymbol{\sigma} \quad (3)$$

式中: \mathbf{S} 为含损伤材料的柔度矩阵; E'_1 、 E'_2 和 G'_{12} 分别代表含损伤材料主方向上的拉伸和剪切模量。在加载和卸载状态下,该工程弹性常数分别代表材料的切线和卸载模量。

对上式中柔度矩阵 \mathbf{S} 求逆后,得到含损伤材料的应力-应变关系:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E'_1 E_1 E_2 / t & \nu_{21} E_1 E'_1 E'_2 / t & 0 \\ \nu_{12} E_2 E'_1 E'_2 / t & E'_2 E_1 E_2 / t & 0 \\ 0 & 0 & G'_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

式中: $t = E_1 E_2 - \nu_{12} \nu_{21} E'_1 E'_2$; \mathbf{C} 为含损伤材料的刚度矩阵。

2.2 加卸载状态分析

从图 1 中所示试验结果可知,材料在加载和卸载状态下的力学响应截然不同。以拉压应力状态为例进行分析,忽略卸载和重新加载过程中界面迟滞效应的影响,提取出理论化的模型,如图 3 所示。图中 E_i 表示材料 i 主方向线弹性状态下材料的拉伸或压缩弹性模量(下标 $i=1, 2$), $E_{i,\text{tan}}$ 表示加载状态下的拉伸切线模量; $E_{i,u}$ 表示卸载(或重新加载至卸载点前)阶段的卸载模量。

假设材料首先经历从 O 点至 A 点的拉伸加载过程, $\sigma_{i,m}$ 和 $\varepsilon_{i,m}$ 分别为 A 点的应力和应变,在该过

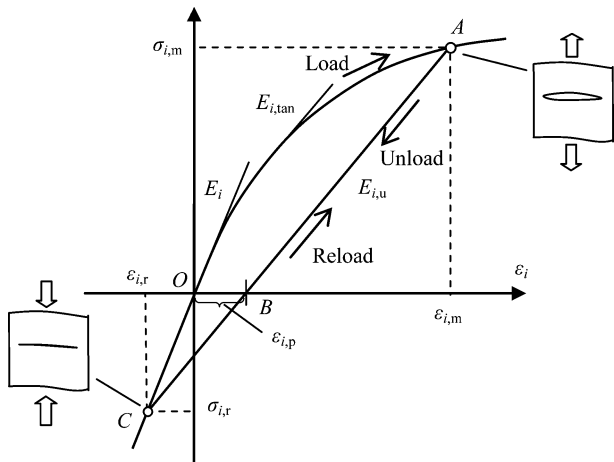


图3 C/SiC复合材料在室温加载和卸载状态下拉伸应力-应变关系示意图

Fig. 3 Schematic graph of tension stress - strain relationship of C/SiC composites in load and unload state at room temperature

程中,材料的拉伸切线模量 $E_{i,tan}$ 随加载应力应变的增大而逐渐减小,此时材料内部已经产生基体开裂、界面脱粘等损伤,并形成不可恢复的残余应变 $\epsilon_{i,p}$ 。因此若加载至 A 点后经历卸载过程,则卸载路径近似沿 A 点至 B 点所在直线,显然卸载模量 $E_{i,u}$ 小于初始模量 E_i 。

从前述试验结果已知,当拉压应力转换时,存在损伤钝化行为。因此若从 B 点继续压缩至 C 点之后,材料的刚度将部分或完全恢复。模型中将 C 点 $(\epsilon_{i,r}, \sigma_{i,r})$ 称之为裂纹闭合点,为简便起见,假设经过 C 点之后模量完全恢复为初始拉伸弹性模量 E_i 。重新加载时路径沿 C—B—A 所在直线,过 A 点后再加载将产生新的拉伸损伤,切线模量继续折减,直至材料最终破坏。

面内剪切加卸载受力状态下,材料的应力-应变关系与拉伸加卸载情况类似,区别在于当剪应力反向后不存在剪切损伤的钝化过程。

由以上分析可知,材料在拉伸或剪切应力作用下,材料的力学行为与加载历史紧密相关。应力-应变关系不再是一一对应关系,同一应变可能对应多个应力状态。因此,在分析中应记录材料所经历的加载历史(该内容在算例分析部分予以阐述),并区分加载和卸载两种状态,分别给定不同的应力-应变关系。

根据图 1(a)、1(c)中单调加载时面内拉伸和剪切应力-应变曲线的形态,用五次多项式函数描述拉伸、剪切的应力-应变关系:

$$\sigma_i = A_1 \epsilon_i + A_2 \epsilon_i^2 + A_3 \epsilon_i^3 + A_4 \epsilon_i^4 + A_5 \epsilon_i^5 \quad (0 \leq \epsilon_i \leq \epsilon_{i,th}, i = 1, 2) \quad (5)$$

$$\tau_{12} = B_1 \gamma_{12} + B_2 \gamma_{12}^2 + B_3 \gamma_{12}^3 + B_4 \gamma_{12}^4 + B_5 \gamma_{12}^5 \quad (|\gamma_{12}| \leq \gamma_{12,b}) \quad (6)$$

式中: $\epsilon_{i,th}$ 为主方向上拉伸断裂应变; $\gamma_{12,b}$ 为剪切断裂应变; A_i 和 $B_i (i=1, \dots, 5)$ 为五次多项式函数的第 i 阶系数,由试验曲线拟合得出。对应材料的切线模量为

$$E_{i,tan} = \frac{\partial \sigma_i}{\partial \epsilon_i} = A_1 + 2A_2 \epsilon_i + 3A_3 \epsilon_i^2 + 4A_4 \epsilon_i^3 + 5A_5 \epsilon_i^4 \quad (0 \leq \epsilon_i \leq \epsilon_{i,th}, i = 1, 2) \quad (7)$$

$$G_{12,tan} = \frac{\partial \tau_{12}}{\partial \gamma_{12}} = B_1 + 2B_2 \gamma_{12} + 3B_3 \gamma_{12}^2 + 4B_4 \gamma_{12}^3 + 5B_5 \gamma_{12}^4 \quad (|\gamma_{12}| \leq \gamma_{12,b}) \quad (8)$$

式中: A_1 和 B_1 的物理意义即为式(1)中的初始弹性模量 E_1 和 G_{12} 。

材料在压缩失效前,应力-应变关系近似保持为线弹性,因此假设主方向上的压缩应力-应变关系函数为

$$\sigma_i = E_i \epsilon_i \quad (\epsilon_{i,cb} \leq \epsilon_i \leq 0, i = 1, 2) \quad (9)$$

式中: $\epsilon_{i,cb}$ 为材料主方向上的压缩断裂应变。

与加载状态不同,卸载以及卸载后重新加载至卸载点时,材料的应力-应变关系近似为线性,因此应定义不同的应力-应变关系。仍以材料主方向上的拉伸为例,如图 3 所示,用 $\epsilon_{i,m} (\epsilon_{i,m} \geq 0)$ 记录面内材料主方向 i 方向上拉伸加载所达到的最大拉伸应变,当卸载以及重新加载至卸载点 $(\epsilon_{i,m}, \sigma_{i,m})$ 前,材料的卸载模量 $E_{i,u}$ 可描述为卸载点应变 $\epsilon_{i,m}$ 的函数

$$E_{i,u} = A_6 + \frac{A_7 - A_6}{[1 + (\epsilon_{i,m}/x_0)^{p_0}]} \quad (\epsilon_i \leq \epsilon_{i,m}, \text{ 且 } \sigma_i \geq \sigma_{i,r}, i = 1, 2) \quad (10)$$

式中: A_7 、 A_6 、 x_0 和 p_0 为面内拉伸卸载规律曲线的形状参数; $\sigma_{i,r}$ 为裂纹闭合点应力 $(\sigma_{i,r} \leq 0)$,由图 1(b)中试验曲线得出。显然,若无拉伸加载历史(即 $\epsilon_{i,m} = 0$),材料处于无损伤的线弹性状态,则 $E_{i,u}$ 等于 E_1 ,因此参数 A_7 的物理意义即为初始拉伸弹性模量。模型中假设在卸载至微裂纹闭合点 $(\epsilon_{i,r}, \sigma_{i,r})$ 前,材料的模量 E_i 保持为卸载模量 $E_{i,u}$ 不变;压缩至裂纹闭合点之后,模量 E_i 恢复为初始弹性模量。

类似地,以最大剪切应变的绝对值 $|\gamma_{12,m}|$ 记录

剪切加载历史时, 可定义面内剪切卸载以及重新加载时剪切模量为

$$G_{12,u} = B_6 + \frac{B_7 - B_6}{[1 + (|\gamma_{12,m}|/x_1)^{p_1}]} \quad (|\gamma_{12}| \leq |\gamma_{12,m}|) \quad (11)$$

式中: B_7 、 B_6 、 x_1 和 p_1 为面内剪切卸载规律曲线的形状参数, 由试验曲线拟合得出。同样地, B_7 的物理意义为初始剪切弹性模量。剪切状态下不存在拉伸损伤钝化的类似行为。

3 算例分析

3.1 软件开发

通过 ABAQUS/Standard 提供的 Fortran 程序接口^[12], 将上述非线性本构关系模型编写用户材料子程序(UMAT)。程序中使用三个应变状态变量分别记录材料主方向在加载历程中所达到的最大拉伸应变($\epsilon_{1,m}$ 和 $\epsilon_{2,m}$)和工程剪切应变($|\gamma_{12,m}|$)。通过创建多个静态分析步, 模拟加载和卸载过程。

各分析步分为若干个增量步, 每一个增量步中判断主方向上各应变分量与相应状态变量的大小关系, 从而区分加卸载状态。不同加载状态下给式(4)中 E'_1 、 E'_2 和 G'_{12} 不同的定义, 并形成材料刚度矩阵 \mathbf{C} 。

UMAT 中必须提供材料的雅克比矩阵, 即应力增量相对应应变增量的变化率。程序中指定材料的刚度矩阵为雅克比矩阵^[10]。每一个增量步迭代计算完成后, 应力更新方案为

$$\{\sigma_i\}_n = \{\sigma_i\}_{n-1} + \{\mathbf{C}_{ij}\}_n \{\Delta\epsilon_j\}_n \quad (12)$$

式中: σ_i 和 ϵ_j 依次为应力和应变分量(平面应力状态下, 下标 $i, j=1, 2, 6$); 下标 n 表示第 n 个增量步。

3.2 试件行为模拟

建立了单个单元模型, 以模拟简单应力状态下材料的力学行为。单元类型选取 4 节点减缩积分平面应力单元(CPS4R)。单调加载、加卸载状态下的模拟结果如图 4 所示。与图 1 中试验结果对比可知, 模拟结果与试验结果吻合较好, 能够反映出材料的拉伸和剪切非线性、加卸载不同性质以及单边力学行为。

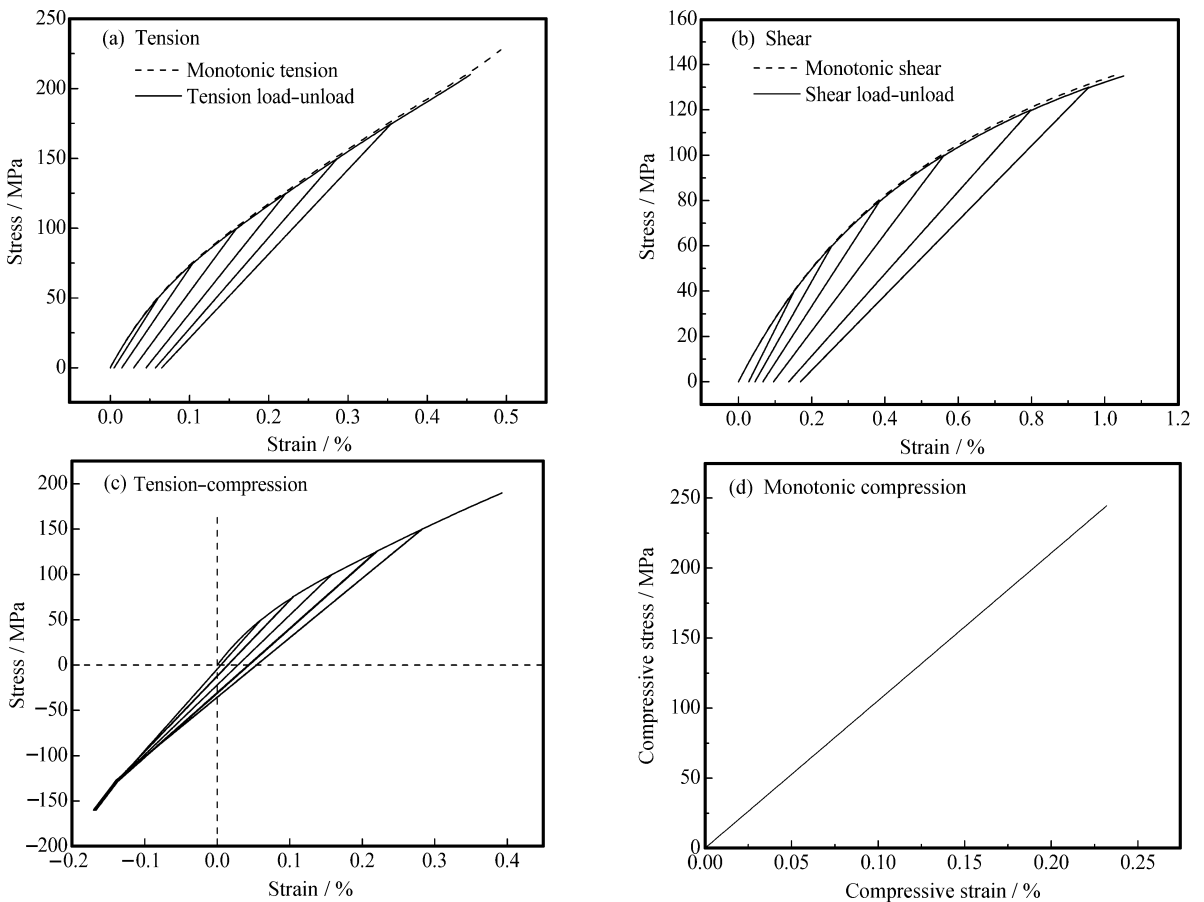


图 4 不同加载状态下 C/SiC 复合材料的模拟结果

Fig. 4 Modeling results of C/SiC composites under different loading states

3.3 构件行为模拟

建立了如图 5 所示的带孔板拉伸模型进行分析, 并与试验结果进行对比。试验时在图中紧靠圆孔的位置粘贴了两个应变片, 以获取在不同名义拉伸应力作用下孔边应变的变化情况。根据图中几何模型及加载方式的对称性, 取其 1/4 部分进行分析。在模型边界上施加对称的位移边界条件, 端面施加位移载荷。同时, 对孔边的网格进行适当细分, 单元类型仍取 CPS4R。分析中采用最大应变失效准则, 当任一失效准则满足时, 令单元的刚度折减为接近 0 的数值。同时, 还对比计算了线弹性状态下的带孔板拉伸模型(该模型中采用最大应力失效准则)。

通过有限元模拟, 得到带孔板在不同拉伸状态下的应力和应变场。提取出应变片粘贴位置中心线

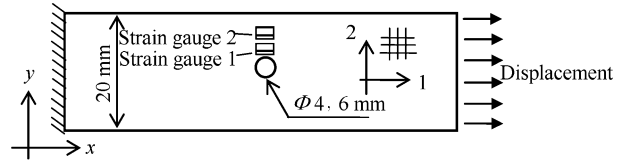


图 5 带孔板拉伸模型

Fig. 5 Tension model of open hole plate

上的平均拉伸应变, 以及该应变随带孔板名义拉伸应力的变化规律。两种不同开孔直径板的拉伸模拟结果与试验结果对比依次如图 6 所示。图中显示, 非线性材料模型与线弹性材料模型的模拟结果差别较大。由于单元失效前刚度保持不变, 相同名义拉伸应力作用下线弹性模型的拉伸应变远小于前者, 相比之下, 非线性材料模型的模拟结果与试验结果比较接近。

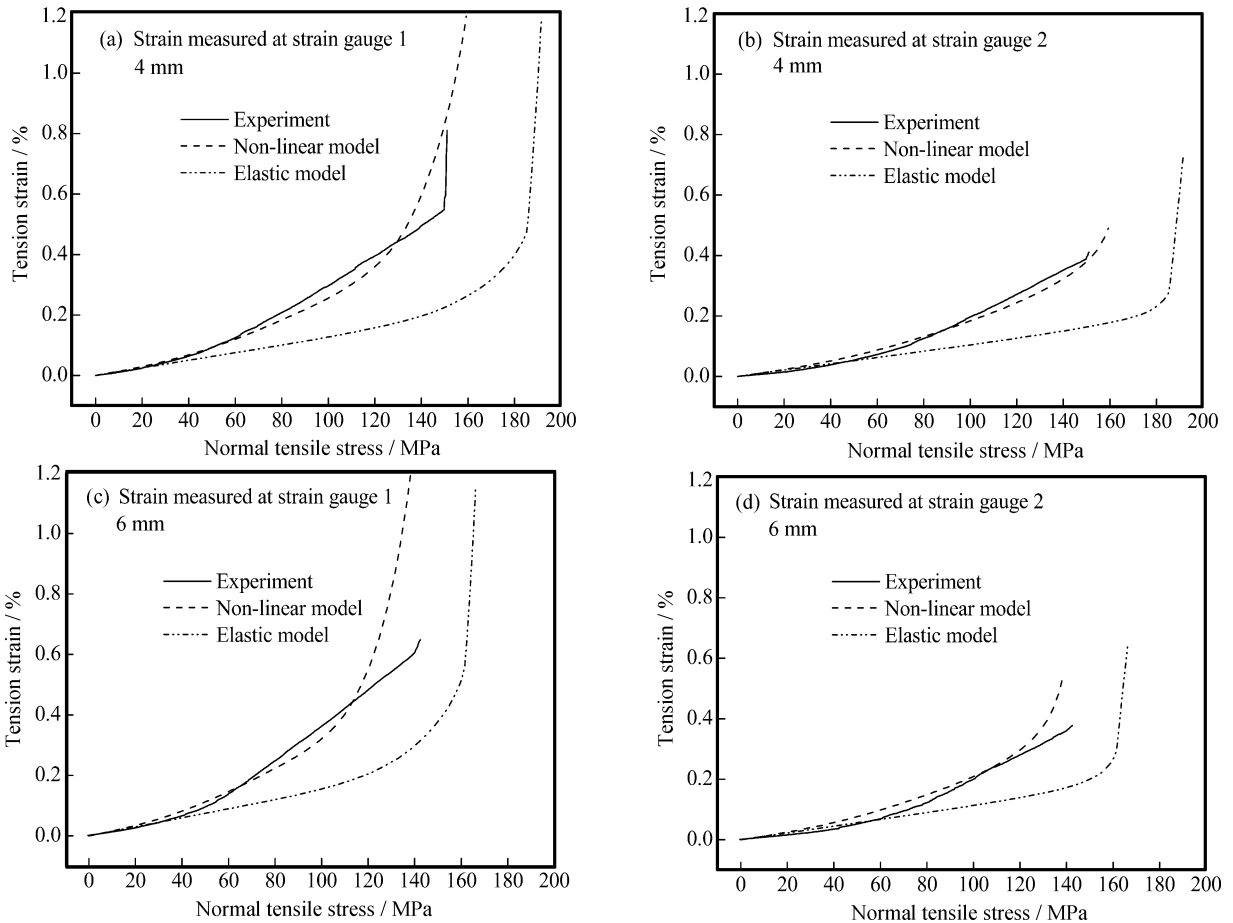


图 6 不同孔径 C/SiC 复合材料开孔板的名义拉伸应力-应变曲线模拟结果与试验结果对比

Fig. 6 Comparison between modeling and experiment results of nominal tension stress-strain curves of C/SiC composite plate with different hole diameters

另外,从非线性材料模型的模拟结果中可以看出,在相同名义拉伸应力作用下,两个不同位置的拉伸应变相差较大,表明圆孔边缘存在显著的应力和应变集中现象。该区域的材料首先进入非线性拉伸应力-应变阶段,且率先发生失效,失效后的单元失去刚度,产生较大的拉伸应变;随着拉伸载荷的增大,失效区域沿宽度方向从孔边向外侧扩展。模拟结果能够反映出带孔板的渐进损伤和破坏过程。另外,两种孔径带孔板的名义拉伸强度的模拟值与试验值也比较吻合。

4 结 论

(1) 建立了二维编织 C/SiC 复合材料的宏观非线性损伤本构模型。其中采用了形式简单的函数描述材料的非线性应力-应变关系,其相关参数容易通过单调加载和加卸载试验获得。

(2) 该模型能够较为全面地描述 C/SiC 复合材料主方向上的面内力学行为。考虑了材料在拉伸和剪切加、卸载状态下的不同力学行为,拉压性质不等,以及拉压应力状态转换时产生的损伤钝化效应。

(3) 将本构关系模型编写成 UMAT 材料子程序,实现了对加载、卸载和重新加载状态的区分。简单加载、复杂加卸载以及带孔板拉伸的模拟结果与试验结果均吻合较好,验证了该本构模型的有效性。

参考文献:

[1] Baste S. Inelastic behaviour of ceramic-matrix composites [J]. *Composites Science and Technology*, 2001, 61(15): 2285-2297.

[2] Maire J F, Chaboche J L. A new formulation of continuum damage mechanics (CDM) for composite materials [J]. *Aerospace Science and Technology*, 1997, 1(4): 247-257.

[3] Chaboche J L, Maire J F. A new micromechanics based CDM

model and its application to CMC's [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2002, 6(2): 131-145.

- [4] 管国阳, 矫桂琼, 张增光. 2D-C/SiC 复合材料的宏观拉压特性和失效模式 [J]. *复合材料学报*, 2005, 22(4): 81-85.
Guan Guoyang, Jiao Guiqiong, Zhang Zengguang. Uniaxial macro-mechanical property and failure mode of a 2D-woven C/SiC composite [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2005, 22(4): 81-85.
- [5] 杨成鹏, 矫桂琼, 王波, 等. 2D-C/SiC 复合材料的氧化损伤及刚度模型 [J]. *复合材料学报*, 2009, 26(3): 175-181.
Yang Chengpeng, Jiao Guiqiong, Wang Bo, et al. Oxidation damages and a stiffness model for 2D-C/SiC composites [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2009, 26(3): 175-181.
- [6] Camus G. Modelling of the mechanical behavior and damage processes of fibrous ceramic matrix composites: Application to a 2-D SiC/SiC [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2000, 37(6): 919-942.
- [7] Siron O, Pailhes J, Lamon J. Modelling of the stress/strain behaviour of a carbon/carbon composite with a 2.5 dimensional fibre architecture under tensile and shear loads at room temperature [J]. *Composites Science and Technology*, 1999, 59(1): 1-12.
- [8] Pailhes J, Camus G, Lamon J. A constitutive model for the mechanical behavior of a 3D C/C composite [J]. *Mechanics of Materials*, 2002, 34(3): 161-177.
- [9] Ladevèze P. A damage computational method for composite structures [J]. *Computers and Structures*, 1992, 44(1/2): 79-87.
- [10] McCarthy C T, O'Higgins R M, Frizzell R M. A cubic spline implementation of non-linear shear behaviour in three-dimensional progressive damage models for composite laminates [J]. *Composite Structures*, 2010, 92(1): 173-181.
- [11] Eliopoulos E N, Philippidis T P. A progressive damage simulation algorithm for GFRP composites under cyclic loading I: Material constitutive model [J]. *Composites Science and Technology*, 2011, 71(5): 742-749.
- [12] Habbitt D, Karlson B, Sorensen P. Abaqus user subroutine reference manual for version 6.8 [M]. Providence, RI, USA: Dassault Systèmes Simulia Corp, 2008.