

一种用Duffing振子检测舰船辐射噪声线谱的新方法

郑思仪 郭红霞 李亚安 张鹏翼 王炳和

(① 武警工程学院, 西安 710086; ② 西北工业大学航海工程学院, 西安 710072. E-mail: sisi725@hotmail.com)

摘要 用 Duffing 振子混沌检测系统对舰船辐射噪声的特征线谱进行检测. 分析了 Duffing 振子混沌运动轨迹, 通过对状态方程的改进, 建立了 Duffing 振子混沌检测系统, 使系统能够检测任意的弱周期信号. 仿真实验证明了 Duffing 振子相轨迹变化对周期信号的敏感性, 对白噪声及与参考信号频差较大的周期干扰信号具有一定的免疫力. 引入 Lyapunov 指数作为混沌判据, 解决了系统动力学行为相变在定量上的判定依据问题, 并且能够较为准确地求出混沌临界状态的阈值. 由此提出了一种基于 Duffing 振子的舰船辐射噪声特征线谱的检测方法, 用此方法对 3 组实船数据进行分析, 得到了各船型的特征线谱值. 实验结果证明此方法具有高灵敏度、高分辨率的特点.

关键词 Duffing 振子 Lyapunov 指数 混沌判据 舰船辐射噪声 线谱

舰船辐射噪声是舰船性能的重要标志之一, 它包含舰船的类型、航速和吨位等各种信息. 分析和研究舰船辐射噪声的特征, 对于设计水中兵器的声引信、有效地识别和攻击敌方目标具有十分重要的国防战略意义^[1-3]. 舰船辐射噪声是由舰体上的各种振动和声源引起的, 主要来自推动系统、螺旋桨、辅机、水动力效应或船体运动等方面, 其中螺旋桨产生的单频噪声(线谱)占较大一部分比例. 不同类型的舰船、同一类型不同航速的舰船, 它们的线谱频率各不相同. 由于舰船噪声低频(100 Hz以下)线谱成分含有丰富的信息, 它比连续谱具有相对较高的强度和稳定性, 且在水中传输损失较小, 传播距离较远, 适用于水下目标的被动探测、跟踪与识别. 另一方面, 受舰船航行状况及水声传输信道的种种影响产生幅度和相位起伏、频移及频率扩展等, 使线谱具有某种程度的不确定性.

传统的目标探测主要是基于频谱分析和随机系统理论的信号处理方法, 当距离目标较远或目标信号很弱时, 具有一定的局限性. 近 10 年来, 混沌理论的应用探索研究已逐渐深入医学、生态学、保密通信和电子对抗等许多领域^[4], 特别是近年来混沌振子在弱信号检测中的应用发展较快, 已成为当代非线性科学研究中的一个热门课题^[5-7]. 本文将待测微弱信号作为混沌系统的一种周期扰动, 利用系统对参数的敏感性, 使其状态发生本质的变化, 通过辨识系统

的相空间轨迹, 将强背景噪声下的微弱周期信号检测出来. 理论计算和仿真实验证实了基于 Duffing 振子的混沌检测系统在混沌状态和大尺度周期状态的相轨迹图截然不同, 由此可作为微弱信号的检测依据. 其次采用 Lyapunov 指数法用于混沌判据, 在相轨迹图定性判断的前提下, 给出了一个定量的判据, 并能准确地求出混沌临界状态的阈值. 在此基础上, 提出了一种基于 Duffing 振子的舰船辐射噪声特征线谱的检测方法. 最后用实船信号的检测实验证明此方法具有高灵敏度、高分辨率的特点.

1 理论与方法

1.1 Duffing 振子混沌检测系统的建立

混沌态是某些非线性系统所特有的一种运动状态. 虽然混沌运动具有随机性, 但描述其运动的方程是确定的, 如著名的 Duffing 方程、Lorenz 方程和 Vandpul 方程等^[8,9], 其中 Duffing 方程是非线性系统中研究得比较充分的数学模型, 因此选用基于该方程的系统进行弱信号检测.

Duffing 方程是一个含有立方项的二阶微分方程, 它在外部激励下发生振荡, 产生周期运动和混沌运动, 其中 Holmes 型 Duffing 方程的形式如下:

$$x''(t) + kx'(t) - x(t) + x^3(t) = F \cos(t), \quad (1)$$

其中 $F \cos(t)$ 为周期策动力(参考信号), k 为阻尼比, $-x(t) + x^3(t)$ 为非线性恢复力. 当外加信号确定时, 系

统的特性主要取决于系统的非线性恢复力。出于对微弱信号的检测下限、混沌系统检测信噪比和系统混沌判据的证明^[10]等多方面的综合考虑, 将非线性恢复力改为 $-x^3(t) + x^5(t)$, 即

$$x''(t) + kx'(t) - x^3(t) + x^5(t) = F \cos(t), \quad (2)$$

但基于(2)式的检测系统具有一定的局限性: () 只能检测频率为 $\omega = 1 \text{ rad/s}$ 的周期信号; () 只能检测与参考信号 $\cos(t)$ 具有相同波形的信号。解决方法为() 在(2)式中, 令 $t = \omega\tau$, 则

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + k\omega \frac{dx}{d\tau} - \omega^2 x^3 + \omega^2 x^5 = \omega^2 F \cos(\omega\tau). \quad (3)$$

(3)与(2)式相比, 相速度提高了 ω 倍, 但分岔性质不变。在(2)式中加入系数 c_1, c_2, c_3 和 c_4 , 则

$$x''(t) + kc_1x'(t) - c_2x^3(t) + c_3x^5(t) = c_4F \cos(\omega t). \quad (4)$$

令 $c_1 = \omega, c_2 = c_3 = c_4 = \omega^2$, (2)和(4)式的系统性质就相同了。这样(4)式即可以检测任意频率的正弦信号, 但它还不能检测任意波形的周期信号。() 利用混沌抑制的方法^[11]来构造混沌检测系统。在Duffing方程 x^5 项的系数中加入一个弱周期微扰项, 方程变为

$$x'' + k\omega x' - \omega^2 x^3 + \omega^2 [1 + as(\omega t)]x^5 = \omega^2 F \cos(\omega t), \quad (5)$$

其中 $as(\omega t)$ 为待测弱周期信号, $F \cos(\omega t)$ 为系统内置参考信号。当 $a = 0$ 时, 即无参数微扰时, 将系统置于混沌临界状态, 此时加上非线性 x^5 项系数的弱周期微扰, 就可以把混沌状态抑制掉, 进入大尺度周期状态, 从而将待测弱周期信号检测出来。(5)式的动力

学方程为

$$\begin{cases} x' = \omega v, \\ v' = \omega^2 \{-kv + x^3 - [1 + as(\omega t)]x^5 + F \cos(\omega t)\}, \end{cases} \quad (6)$$

由(6)式建立Duffing振子混沌检测系统仿真模型, 如图 1。在无外界信号输入($a = 0$)时, 逐渐增大参考信号的幅度 F , 可得出在 k 固定的情况下, 系统相轨迹状态随 F 的变化而变化, 历经了同宿轨迹、分叉轨迹、混沌状态、混沌临界状态和大尺度周期状态^[12]。通过观察相轨迹图发现, 在混沌状态和大尺度周期状态下, 系统的相图截然不同, 因此可将其作为信号检测的依据之一。

但是, 仅通过观察相轨迹图来判定系统混沌状态改变是没有说服力的。首先, 它是一种人为的识别方法, 效率低, 特别是在仿真时间不够长的情况下容易出现误判。其次, 采用这种方法很难准确地求出系统处于混沌临界状态的阈值。因此, 需要定义一个适当的指标来表示系统状态的变化。

1.2 Lyapunov 指数法用于混沌判据

Lyapunov指数法用于度量在相空间中初始条件不同的两条相轨迹随时间按指数率吸引或分离的程度, 这种轨迹收敛或发散的比率称为Lyapunov指数。它从统计特性上反映了一个系统的动力学特性。Lyapunov指数的定义如下^[13]: 对于二维映射有

$$\begin{cases} x_{n+1} = X(x_n, y_n) \\ y_{n+1} = Y(x_n, y_n) \end{cases}, \quad (7)$$

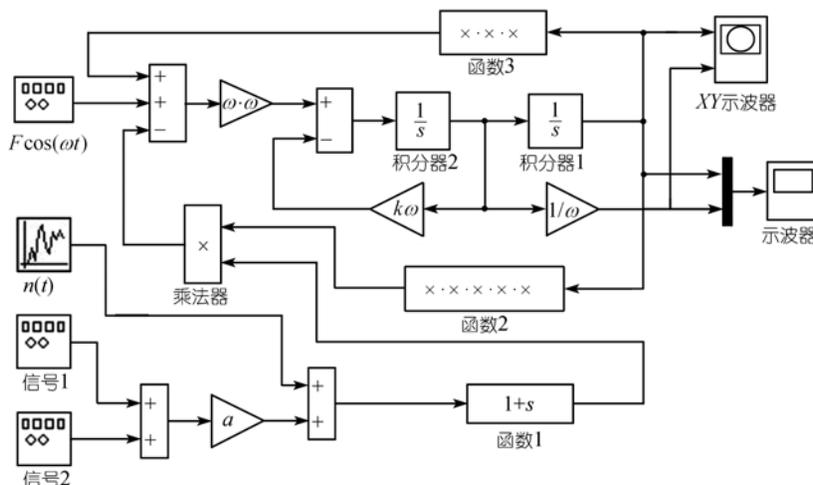


图 1 Duffing 振子混沌检测系统模型

它的 Jacobi 矩阵为

$$J(x_n, y_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial x_n} & \frac{\partial X}{\partial y_n} \\ \frac{\partial Y}{\partial x_n} & \frac{\partial Y}{\partial y_n} \end{bmatrix} \quad (8)$$

假设由初始点 $P_0(x_0, y_0)$ 出发逐次映射而得到的点列为 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), \dots, P_n(x_n, y_n)$, 则前 $n-1$ 个点处的 Jacobi 矩阵为

$$J_0 = J(x_0, y_0), J_1 = J(x_1, y_1), \dots, J_{n-1} = J(x_{n-1}, y_{n-1}), (9)$$

令 $J^{(n)} = J_{n-1}J_{n-2} \dots J_1J_0$, 并设 $J^{(n)}$ 特征值的模为 $j_1^{(n)}$ 和 $j_2^{(n)}$, 且 $j_1^{(n)} > j_2^{(n)}$, 则 Lyapunov 指数由下式定义:

$$L_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \sqrt[n]{j_1^{(n)}}, L_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \sqrt[n]{j_2^{(n)}}.$$

在混沌判据中, 一个系统是否处于混沌状态, 可以由它的 Lyapunov 指数是否有正值来确定 [14]. 如果两个 Lyapunov 指数至少有一个为正, 则说明系统处于混沌状态; 如果两个 Lyapunov 指数都为负, 则说明系统处于大尺度周期状态; 如果其中有一个为 0 或者近似为 0, 则说明系统处于从混沌状态向大尺度周期状态过渡的混沌临界状态. 因此, 分析混沌检测系统的 Lyapunov 指数, 可以清楚地判断系统瞬时动力学运动状态, 从而确定待测信号是否存在, 并且可以较为准确地求出系统处于混沌临界状态的阈值.

2 仿真实验及分析

2.1 实验 1

以周期信号为例, 实验中选择频率为 10 Hz 的正弦信号 s_1 和方波信号 s_2 , 叠加得到待测周期信号 $as(\omega t)$, 如图 2. 将系统参考信号的频率定为 10 Hz, 阻尼比 $k = 0.5$, 由相轨迹图可初步判定在 $F \approx 0.5$, 系统进入混沌状态. 在 $F = [0.5, 1]$ 内取约 100 个点, 计算其 Lyapunov 指数(用符号 L_1 和 L_2 表示). 取其中 30

个典型数值列于表 1 中, 并绘出系统的 Lyapunov 指数曲线, 如图 3.

图 3 是 Lyapunov 指数与参考信号幅值 F 的关系曲线. 横坐标“*”处对应的一个 Lyapunov 指数最接近于零 ($L_1 = -0.0069$), 即可得出混沌临界状态的阈值 $F_d = 0.7395$. 故在图 3 中, 当 F 小于阈值 F_d 时, 至少

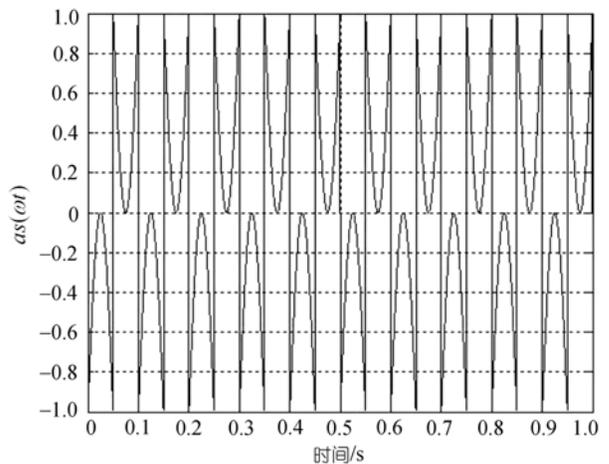


图 2 待测信号 $as(\omega t)$ 波形

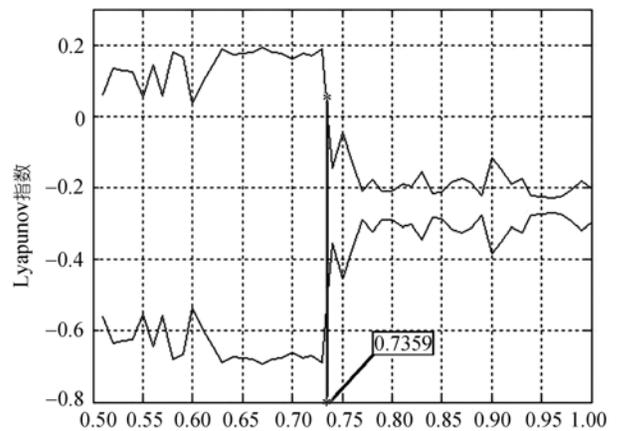


图 3 Lyapunov 指数和参考信号幅值 F 的关系曲线

表 1 Duffing 振子检测系统的 Lyapunov 指数

编号	F	L_1	L_2	编号	F	L_1	L_2	编号	F	L_1	L_2
1	0.5200	0.1355	-0.6355	11	0.7100	0.1770	-0.6770	21	0.8200	-0.1959	-0.3041
2	0.5400	0.1241	-0.6241	12	0.7200	0.1702	-0.6702	22	0.8400	-0.2165	-0.2835
3	0.5600	0.1426	-0.6426	13	0.7300	0.1877	-0.6877	23	0.8600	-0.1829	-0.3171
4	0.5800	0.1780	-0.6780	14	0.7359	-0.0069	-0.4931	24	0.8800	-0.1884	-0.3116
5	0.6000	0.0344	-0.5344	15	0.7400	-0.1470	-0.3529	25	0.9000	-0.1152	-0.3848
6	0.6200	0.1451	-0.6451	16	0.7500	-0.0448	-0.4552	26	0.9200	-0.1901	-0.3526
7	0.6400	0.1734	-0.6734	17	0.7600	-0.1259	-0.3740	27	0.9400	-0.2217	-0.2783
8	0.6600	0.1800	-0.6800	18	0.7700	-0.2094	-0.2906	28	0.9600	-0.2280	-0.2719
9	0.6800	0.1785	-0.6785	19	0.7800	-0.1782	-0.3218	29	0.9800	-0.2064	-0.2937
10	0.7000	0.1594	-0.6594	20	0.8000	-0.2110	-0.2889	30	1.0000	-0.2049	-0.2951

有一个 Lyapunov 指数为正, 说明系统处于混沌状态; 当 F 大于阈值 F_d 时, 两个 Lyapunov 指数都为负, 说明系统处于大尺度周期状态.

2.2 实验 2

() 调整系统参考信号幅值 $F = F_d = 0.7359$, 使系统处于混沌临界状态. 将信号 $n(t)$ 作为白噪声并入系统, 不断调大 $n(t)$ 的功率, 系统仍然处于混沌状态 (图 4); 若同时加入待测周期信号和白噪声 $a_s(20\pi t) + n(t)$, 则系统的相轨迹马上由混沌状态跃迁到大尺度周期状态 (图 5). 由此可得, 系统对外界同频率的周期信号非常敏感, 而对白噪声具有一定的免疫力.

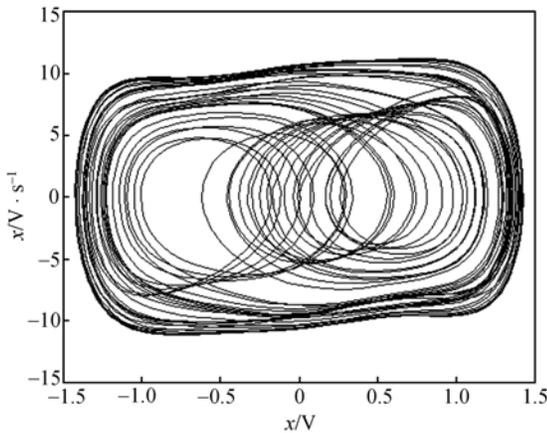


图 4 系统处于混沌状态的相轨迹图

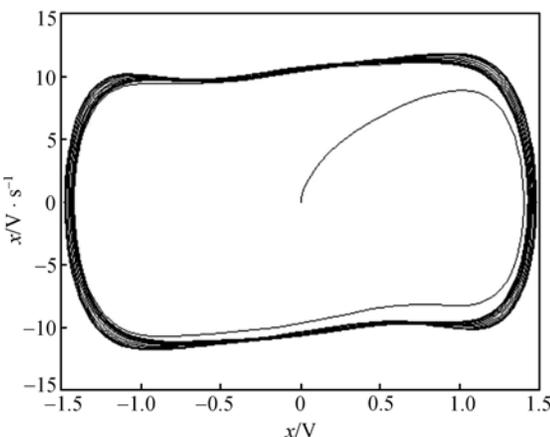


图 5 系统处于大尺度周期状态的相轨迹图

() 调整系统参考信号幅值 $F = F_d$, 使系统处于混沌临界状态. 加入含有两种频率的周期信号 $a(t) = a_1s(10\pi t) + a_2s(20\pi t)$, 当 $a_1 = 0$ 且 $a_2 \neq 0$ 时, $a(t) = a_2s(20\pi t)$, 系统由临界状态变为大尺度周期状态; 当 $a_1 \neq 0$

且 $a_2 = 0$ 时, $a(t) = a_1s(10\pi t)$, 系统仍然处于混沌状态; 当 $a_1 \neq 0$ 且 $a_2 \neq 0$ 时, $a(t) = a_1s(10\pi t) + a_2s(20\pi t)$, 系统由临界状态变为大尺度周期状态. 实验结果表明, Duffing 振子检测系统只对与本系统参考信号频率一致的信号敏感, 而对其他频率的信号具有免疫力. 事实上, 系统是把与参考信号频率不一样的周期信号当成了噪声. 实验测得输入信号 $a_2s(20\pi t)$ 和 $a_1s(10\pi t)$ 的功率比约为

$$\frac{S_i}{N_i} = 10 \lg \frac{a_2^2}{a_1^2} = 10 \lg \frac{(8 \times 10^{-7})^2}{(10^{-3})^2} = -71 \text{ dB}.$$

3 实船线谱检测结果

分析的 3 种舰船分别拟定为 A 型船、B 型船和 C 型船. 实船数据采样率均为 48 kHz, 分别从这 3 种舰船噪声样本中随机选取一段时间为 1 s 的样本, 每个样本数据有 48000 个点. 先对这 3 组数据进行 FFT 变换, 初步得出 0~100 Hz 的频谱分布范围, 如图 6.

图 6(a)和(d)分别为 A 型船的时域波形和 A 型船 160 Hz 以下的频谱分布图. 从图 6(d)中可初步判定 A 型船线谱分布在 20~30 Hz, 其中 50 和 100 Hz 附近的线谱可能是受附近电网干扰产生, 在此暂时不做考虑. 将 A 型船数据作为待测信号并入图 1 的 Duffing 振子检测系统中做进一步的线谱检测, 其步骤如下:

() 将系统参考信号频率设为 20 Hz, 调整参考信号的幅值 F 至系统处于混沌临界状态, 通过观察相轨迹图和计算 Lyapunov 指数, 确定临界状态的阈值 F_d ; () 将实船数据并入系统, 逐渐增大实船信号的幅值 a 至系统的相轨迹由混沌临界状态变为大尺度周期状态, 并记录此时 a 值的大小; () 求系统的 Lyapunov 指数, 若两个 Lyapunov 指数均为负, 则从定量上证实了系统确实从临界状态进入了大尺度周期状态; 若两个 Lyapunov 指数不都为负, 说明系统还没完全进入大尺度周期状态, 则继续增大 a 值至系统完全进入周期状态; () 改变系统的参考信号频率, 从 20~30 Hz 每隔 1 Hz 检测一次, 重复以上 3 个步骤, 以每次记录下的 a 值大小为依据, 判定特征线谱的具体分布位置. 从表 2 中 A 型船第一次线谱检测所得的数据中显示, A 型船线谱的粗略位置在 26~27 Hz. 从 26~27 Hz 每隔 0.1 Hz 进行第二次线谱检测, 可进一步判定特征线谱的精确位置在 26.2 Hz.

同理, 先从图 6(e)和(f)中初步判定 B 型船线谱大致分布在 65~75 Hz, C 型船线谱大致分布在 75~85 Hz.

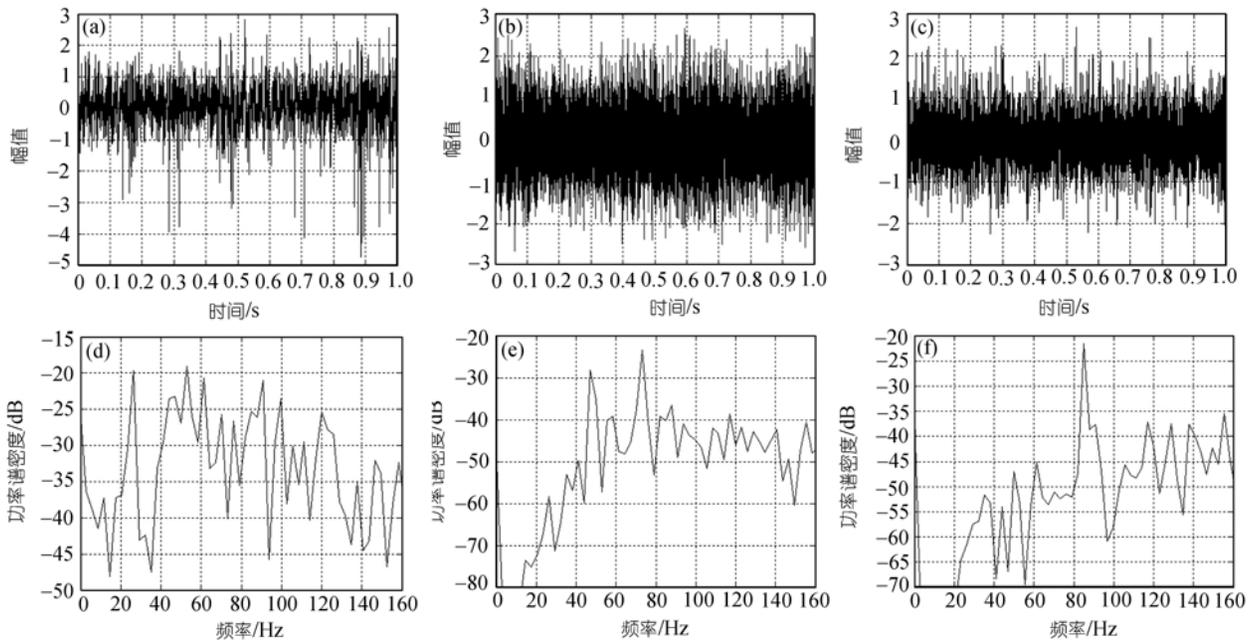


图6 三种船型的舰船辐射噪声信号

(a) A型船时域波形; (b) B型船时域波形; (c) C型船时域波形; (d) A型船频谱分布; (e) B型船频谱分布; (f) C型船频谱分布

表2 3种船型线谱分布的混沌检测^{a)}

A型船第一次		A型船第二次		B型船第一次		B型船第二次		C型船第一次		C型船第二次	
频率/Hz	$a(10^{-7})$										
20	-	26.0	0.30	65	-	68.0	0.20	75	-	81.5	0.57
21	-	26.1	0.23	66	12	68.1	0.20	76	-	81.6	0.53
22	-	26.2	0.21	67	1.3	68.2	0.20	77	40	81.7	0.56
23	20	26.3	0.29	68	0.2	68.3	0.18	78	3.0	81.8	0.51
24	4.2	26.4	0.39	69	0.26	68.4	0.15	79	4.1	81.9	0.47
25	3.4	26.5	0.45	70	4.1	68.5	0.22	80	2.5	82.0	0.40
26	0.3	26.6	0.48	71	6.3	68.6	0.23	81	0.6	82.1	0.35
27	0.6	26.7	0.51	72	17	68.7	0.24	82	0.4	82.2	0.33
28	32	26.8	0.56	73	-	68.8	0.24	83	0.7	82.3	0.49
29	-	26.9	0.63	74	-	68.9	0.24	84	2.0	82.4	0.57
30	-	27.0	0.60	75	-	69.0	0.26	85	4.8	82.5	0.62

a) “-”表示待测信号无法使该频率下的系统由混沌变为大尺度周期状态, 即该处的频率成分比较微弱

接着用混沌检测系统判定 B 型船和 C 型船低频线谱的精确位置。从表 2 中可判断, B 型船线谱的精确位置在 68.4 Hz, C 型船线谱的精确位置在 82.2 Hz。

4 结论

() Duffing 振子的非平衡相变对弱周期信号具有敏感性, 及对白噪声和与参考信号频差较大的周期干扰信号具有免疫力。

() Lyapunov 指数作为混沌判据, 可较为准确地

求出系统处于混沌临界状态的阈值, 从定量上给出了系统动力学行为相变的依据, 且算法简单, 易于实现。

() 基于 Duffing 振子的舰船辐射噪声混沌检测是一种新的有效检测舰船辐射噪声特征线谱的方法, 与传统的功率谱检测方法相比, 具有高灵敏度和高分辨率的特点。该方法首次实现了在时域上直接对舰船辐射噪声进行线谱检测, 简化了工程实现的复杂程度, 对进一步展开水下目标信号的识别和分类等研究具有重要的参考价值。

参 考 文 献

- 1 Zhu X Q, Wu W S. Prediction of line-spectrum noise induced by high speed vehicle contra-rotating propellers in water. *J Ship Mech*, 1997, 1(1): 44—56
- 2 Lourens J G. Classification of ships using underwater radiated noise. In: *Proceedings of IEEE Communications and Signal Processing*. Pretoria: IEEE Press, 1988. 130—134
- 3 Vaccaro R J. The past present and future of underwater acoustic signal processing. *IEEE Signal Proc Mag*, 1998, 15(4): 21—51[DOI]
- 4 Mo X H, Tang G N. Study on phase synchronization of chaotic oscillators with many rotational centers based on amplitude coupling. *Acta Phys Sin*, 2004, 53(7): 2080—2083
- 5 Gao X, Yu J B. Chaos in the fractional order periodically forced complex Duffing's oscillators. *Chaos Soliton Fract*, 2005, 24: 1097—1104[DOI]
- 6 李月, 杨宝俊, 袁野, 等. 混沌振子检测系统的弱有效地震信号检测能力. *科学通报*, 2006, 51(14): 1710—1716
- 7 李月, 杨宝俊. 检测强噪声背景下周期信号的混沌系统. *科学通报*, 2003, 48(1): 19—20
- 8 王树禾. 微分方程模型与混沌. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1992. 465—500
- 9 陈士华, 陆君安. 混沌动力学初步. 武汉: 武汉水利水电大学出版社, 1998. 226—233
- 10 刘曾荣. 混沌的微扰判据. 上海: 上海科技教育出版社, 1994. 36—48
- 11 Ciruolo G, Chandre C, Lima R. Controlling chaotic transport in a Hamiltonian model of interest to magnetized plasmas. *J Phys A Math Gen*, 2004, 37: 3589—3597[DOI]
- 12 Wang G Y, He S L. A quantitative study on detection and estimation of weak signals by using chaotic duffing oscillators. *IEEE Trans Circuits Syst*, 2003, 50(7): 945—953[DOI]
- 13 Wolf A, Swift J B, Swinney H L, et al. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica*, 1985, 16: 285—317[DOI]
- 14 Michael T R, James J C, Carlo J D. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D*, 1993, 65(1-2): 117—134[DOI]