

基于奇异值分解算法的瑞雷波相速度反演研究

李 学 良, 扬 长 春, 王 真 理

(中国科学院 地质与地球物理研究所, 北京 100029)

摘要:进行瑞雷波相速度反演时, 在其频散曲线的线性化过程中, 因误差的引入会导致系数矩阵奇异或近似奇异。为解决此问题, 利用奇异值分解算法进行瑞雷波相速度反演, 可提高低速软弱夹层的反演精度和可靠性; 反演时引入权重矩阵提高了数据分辨率; 采用自适应修改阻尼因子以提高迭代效果并协调分辨率与解的关系。实测资料试算结果表明, 利用奇异值分解算法对瑞雷波相速度进行反演, 不但具有稳定性好、精度高、分辨能力强的特点, 而且能自动分层和反演地层参数。

关键词:瑞雷波; 相速度; 奇异值分解算法; 低速软弱夹层

中图分类号: P631 文献标志码: A

近年来, 瑞雷波地震勘探技术在岩土工程、环境与工程地球物理研究中获得了广泛应用, 尤其是最近几年, 国内外对瑞雷波勘探技术的应用研究不断深入, 也取得了相当多的成果^[1-4]。利用瑞雷波进行工程地质勘察主要是基于瑞雷波如下 3 个主要特性: ① 在分层介质中, 瑞雷波具有频散特性, 即瑞雷波的相速度是随频率的变化而变化。② 瑞雷波的勘探深度和能量主要集中在一个波长范围内, 且波长不同, 其穿透深度也不同。③ 瑞雷波传播速度与横波速度具有密切相关性^[5]。

通过反演瑞雷波相速度, 可有效地获取横波速度和进行低速软弱夹层等地质结构划分^[6]。对于瑞雷波相速度的反演, 与其它地球物理反演过程一样, 由于瑞雷波频散方程是一个高度非线性方程, 在线性化的过程中会引入误差, 同时在利用扰动偏微分法计算雅可比矩阵时也不可避免地会引入误差, 这将会导致系数矩阵奇异或近似奇异。在处理这一类问题时, 奇异值分解 SVD(Singular Value Decomposition) 技术是最强有力的工具^[7]。

为此, 本文在前人研究的基础上利用泰勒级数展开法对瑞雷波频散方程进行线性化, 利用扰动法计算雅可比矩阵, 基于 Marquardt 法建立目标函数^[8-9]; 采用 SVD 算法对瑞雷波频散曲线进行反演; 引入权重矩

阵提高数据分辨率; 采用自适应修改阻尼因子提高迭代效果并协调分辨率和解的关系, 利用函数关系约束、区间约束和固定约束来提高解的唯一性。在反演过程中, 正演模拟算法采用快速 δ 矩阵算法^[10], 有效地避免了高频数值溢出和精度丢失等问题, 大大提高了运算速度。

1 反演相速度的奇异值分解算法

1.1 反演方程的推导

层状介质中瑞雷波频散方程的非线性隐式形式可表示为

$$F(V_{Rj}, f_j, V_s, V_p, \rho, H) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

式中, f_j 是第 j 个频率; V_{Rj} 是对应第 j 个频率的瑞雷波相速度; $V_s = (V_{s1}, V_{s2}, \dots, V_{sn})^T$ 是横波速度向量; $V_p = (V_{p1}, V_{p2}, \dots, V_{pn})^T$ 是纵波速度向量; $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)^T$ 是密度向量; $H = (H_1, H_2, \dots, H_n)^T$ 是厚度向量; m 为频率个数; n 为地层层数。

前人研究表明, 频散方程对密度和纵波速度的变化不敏感, 故反演时假定密度和纵波速度已知; 同时将地下介质划分为多个薄层, 并使其在反演过程中不变, 于是式(1)中的未知数个数由 $4n - 1$ 个减少到 n 个, 大大减少了待反演的地层参数。

将式(1)在初始值附近泰勒级数展开并取一阶近似进行线性化得

$$\Delta d = A\Delta x \quad (2)$$

式中, A 是由函数 G 关于元素向量 V_s 的一阶偏导数所组成的 $m \times n$ 阶雅可比矩阵, 可用扰动法计算矩阵 A 中的各元素; $\Delta d = V_R - V_{R0}$ 是 m 维瑞雷波速度残差向量; $\Delta x = V_s - V_{s0}$ 是 n 维横波速度残差向量。

根据 Marquardt 法, 式(2)中其目标函数应兼有方差项和模型长度项两项内容, 同时由于不同频率处的相速度有不同的分辨能力和地层敏感性, 因此, 在分辨率最大的频率段处的数据应比其它段赋予较大的权重, 故定义目标函数 Φ 为

$$\Phi = \|A\Delta x - \Delta d\|_2 W \|A\Delta x - \Delta d\|_2 + \alpha \|\Delta x\|_2^2 \quad (3)$$

式中, $\|\cdot\|_2$ 是向量的 L_2 范数; W 是权重矩阵; α 为正常数, 其物理意义为阻尼因子。本文采用自适应修改阻尼因子的方法进行迭代反演, 以协调分辨率与解的关系。从而使反演问题成为在约束条件 $\|\Delta x\| \leq \varepsilon$ 下, 寻求使目标函数 Φ 极小的模型参数修正量, ε 为一小正数。利用 Marquardt 法将该问题简化为

$$(A^T A + \alpha I)\Delta x = g \quad (4)$$

式中, I 为单位矩阵; $g = A^T \Delta d$ 为 n 维向量。

1.2 反演方程的解

本文采用奇异值分解(SVD)技术解(4)式, 设矩阵 A 的奇异值分解式为

$$A = U \Lambda V^T \quad (5)$$

式中, U 和 V 分别为对称矩阵 AA^T 和 $A^T A$ 之特征向量所组成的 $m \times m$ 和 $n \times n$ 阶特征向量矩阵; Λ 是 AA^T 或 $A^T A$ 特征值之正根所组成的 $m \times n$ 阶对角矩阵。将(5)式代入(4)式得横波速度的修正向量为

$$\Delta x = V(\Lambda^2 + \alpha I)^{-1} \Lambda U^T \Delta d \quad (6)$$

在求得横波速度修正向量 Δx 以后, 并不直接用它来修正向量 V_s , 而是以它作为寻查方向, 沿此方向进行一维寻优求目标函数 Φ 的极小。求出新的极小点近似解 $V_s^{(1)}$ 之后, 重复迭代依次求出 $V_s^{(2)}, V_s^{(3)}, \dots, V_s^{(n)}$, 直到达到精度要求为止。

1.3 自适应迭代阻尼因子的应用

由(6)式可知, 模型参数修正量 Δx 与阻尼因子 α 有关, 最佳的 α 必须满足尽可能小以获得解的最大分辨率, 同时应尽可能大以保证迭代收敛, 使解稳定, 并且随迭代过程而变化。因此, 本文采用自适应修改阻尼因子的方法进行迭代反演。

1.4 约束条件的应用

由于实际采集的频散数据的个数可能比较少, 所

以为了提高反演解的唯一性, 本文采用函数关系约束、区间约束和固定约束条件。函数关系约束是利用 V_p 与 V_s , V_s 与 V_R 和 ρ 与 V_p 之间的近似或统计关系, 若已知一个参数就可以近似估算另一个参数。区间约束是利用给定的横波速度的变化范围, 如果经过迭代修正后的横波速度不在该范围内, 则用逐次归位法进行变换使其归位到约束范围, 并保证迭代过程的收敛。固定约束是根据勘探深度和精度要求, 将地下介质划分为等厚薄层, 在每次迭代过程中不对它修改, 从而在深度约束下反演横波速度参数。

2 野外资料采集方法

最佳的表面波记录需要野外设置和采集参数更加有利于记录平面瑞雷波。为了获取高信噪比的原始地震面波记录, 避免近场效应、远场效应和空间假频, 以确保随后提取的频散曲线的精度和分辨率, 一些关键采集参数的选取至关重要。这些参数主要包括: 最小偏移距、道间距、排列长度、采样参数、检波器频率和震源类型等。本次野外资料采集时, 经过现场多次反复试验, 最后选用的采集仪器和参数为: 观测方式采用多次覆盖观测系统, 仪器采用国产 SE2404 数字地震仪; 4.5 Hz 垂直分量低频检波器接收, 锤击激发; 记录道数为 12 道, 记录长度为 0.5 s, 采样间隔为 0.5 ms, 采样点数为 1 024; 偏移距为 7.0 m, 道间距为 1.0 m。

3 应用实例

该实例来自某高速公路路基勘察实践。路基表面已进行了振动碾压, 且表面地形平整, 没有明显的地形起伏。路基中的低速软弱层(Low velocity layers, LVL)若处理不当将会给工程留下安全隐患, 可能导致高速公路路基的下陷和变形。因此, 该层是高速公路建设极为关注的层位之一。为此, 我们在该高速公路路基上进行了瑞雷波检测试验。

图 2 中的实点是利用 $f-k$ 变换算法从图 1 实测地震面波资料中提取的瑞雷波频散曲线, 频带范围为 8 ~ 70 Hz。由图可见, 由于获得了高信噪比的原始地震记录且采用了 $f-k$ 面波分离技术, 消除了直达波、折射波和反射波及大量随机干扰波, 从而使信号中各频率成分的能量大大增强, 提高了频散曲线的计算精度和可靠性, 地层地质的力学特征在频散曲线上反映更加突出。由图 2 可见, 该频散曲线在频带 15 ~ 30 Hz 范围具有明显的倒转频散倾向特征, 出现了相速度突变和不连续, 这暗示了松散低速层的出现。为了对该频散曲线进行反演, 根据钻孔等已知地质信息, 本文使用了一个 6 层初始模型。对于 6 层模型的每 1 层, 估

计的泊松比和密度均分别为 0.4 和 1.8 g/cm³,因为它们对最终反演的地质模型不敏感,所以在整个反演过程中保持不变,使用钻孔揭示的层厚度,初始横波速度对于所有层均取为 250 m/s(见图 2,3 中的虚线)。

尽管如此,第 2 层危险的低速软弱层也已被奇异值分解算法很好地反演和重建。

4 结语

由于瑞雷波频散曲线反演具有高度非线性和多极值性,通过利用泰勒级数展开等方法将非线性反演问题转化为线性反演是处理非线性反演问题的常用手段。由于在模型线性化和离散化的过程中不可避免地会引入误差,导致雅可比矩阵奇异或近似奇异,在处理这一类问题时,奇异值分解(SVD)算法是最有效的工具。由于 SVD 算法不仅要进行矩阵的乘法运算,而且还要作一系列的正交变换,过去认为是计算成本最高的,因此它的应用受到了一定的限制,但现在已不再是什么问题^[7]。本文实测资料试算结果表明,SVD 算法是一种计算上比较易实现的瑞雷波频散曲线反演方法,用该算法反演瑞雷波相速度不但具有稳定性好、精度高、分辨能力强(可识别低速软弱夹层或薄层)的特点,而且能自动分层和反演地层参数,一般只需几次迭代就可以获得满意的结果,而不像遗传算法那样需进行高达 10 万次的正反演计算。

然而,奇异值分解(SVD)算法毕竟是以微分为基础,结果往往与初始模型的选取有关,同时若测点的观测误差太大,则可能使反演结果较差,甚至使反演过程失败,因此,客观上要求提高野外瑞雷波原始资料的信噪比和可靠性。

参考文献:

- [1] 刘云祯,王振东.瞬态面波法的数据采集处理系统及应用实例[J].物探与化探,1996,20(1):28-33.
- [2] 张学强.瑞雷波法在地基工程质量检测中若干问题的研究[J].物探与化探,2000,24(5):346-352.
- [3] 崔建文,乔森,樊耀新.瞬态面波勘探技术在工程地质中的应用[J].岩土工程学报,1996,18(3):35-40.
- [4] 杨成林,时福荣,李从信,等.应用瑞雷波等方法对公路质量进行无损检测[J].物探与化探,1996,20(2):104-115.
- [5] 杨成林.瑞雷波勘探[M].北京:地质出版社,1993.
- [6] 张碧星,鲁来玉,鲍光淑.瑞利波勘探中“之”字形频散曲线研究[J].地球物理学报,2002,45(2):263-274.
- [7] 胡家富,温一波,谢应齐.利用地震面波频散反演岩石圈结构的奇异值分解算法[J].地球物理学报,1998:211-217.
- [8] Park C B, Miller R D, Xia J. Multichannel analysis of surface waves[J]. Geophysics, 1999, 64(3): 800-808.
- [9] Xia J, Miller R D, Park C B. Estimation of near-surface shear wave velocity by inversion of Rayleigh wave[J]. Geophysics, 1999, 64(3): 691-700.
- [10] Buchen P W, Ben-Hador R. Free-mode surface-wave computations[J]. Geophysical Journal International, 1996, 124: 869-887.

(编辑:赵凤超)

(下转第 36 页)

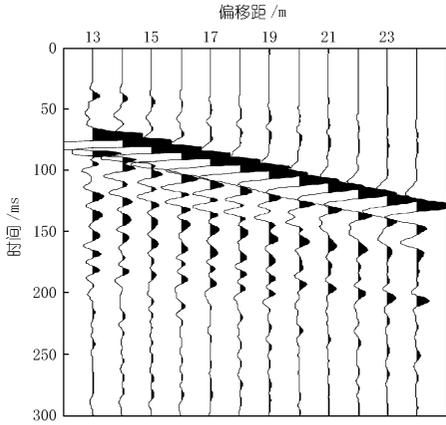


图 1 某高速公路路基实测的瑞雷波地震记录

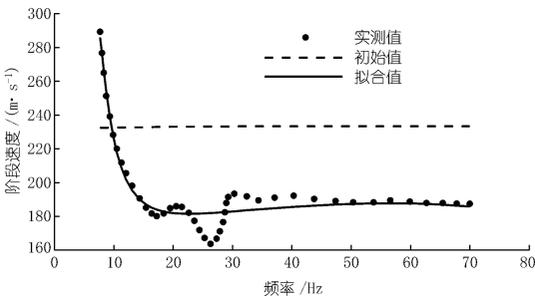


图 2 实测、初始及反演拟合的瑞雷波频散曲线

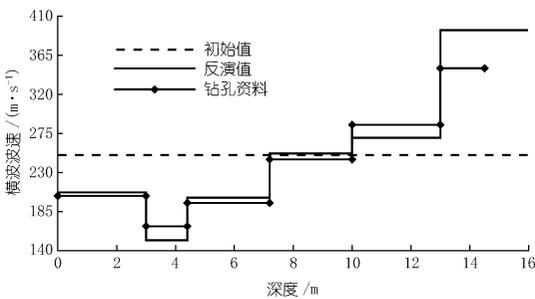


图 3 奇异值分解算法反演的横波速度剖面与钻孔资料对比

图 3 给出了奇异值分解算法反演的横波速度与钻孔资料的对比结果。由图 3 可见,反演的横波速度与钻孔资料二者基本一致,尤其对于第 1 层、第 3 层和第 4 层横波速度,与钻孔资料相比,其相对误差都小于 3%。然而,对于第 2、5 层和第 6 层横波速度,与钻孔资料相比,其相对误差较大,分别为 7%、5%、12%。分析其原因,可能主要是由于有限的频带范围、估计的纵波速度和密度中的误差、噪声干扰(包括体波和随机噪声)、高模式波的混入等因素影响了反演结果。