

基于自适应快速终端滑模的航天器容错控制

赵琳, 闫鑫, 高帅和

(哈尔滨工程大学自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对执行机构发生故障时的航天器姿态控制问题, 提出了一种基于自适应快速终端滑模的容错控制设计方法。该方法通过选择具有快速终端特性的滑模面, 提高航天器容错控制的收敛速率, 实现系统有限时间稳定; 利用自适应控制方法在线调整控制器参数, 消除对故障最小值信息的依赖。仿真结果表明, 与基于普通滑模控制器的容错控制相比, 所提出的方法在保证系统鲁棒性和稳定性的同时, 三轴姿态角和姿态角速度收敛时间可分别降低约 54.5% 和 50%, 实现快速有效的航天器容错控制。

关键词: 容错控制; 终端滑模; 自适应控制; 执行器故障

中图分类号: V 448

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.05.23

Fault tolerant attitude control for spacecraft based on adaptive fast terminal sliding mode

ZHAO Lin, YAN Xin, GAO Shuai-he

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Aiming at the attitude control problem of spacecraft with actuator faults, a novel method for designing fault-tolerant controller is proposed based on adaptive fast terminal sliding mode control. The method could improve the convergent rate of the spacecraft fault-tolerant controller and guarantee the finite-time stability by selecting the sliding mode surface with fast terminal feature. Furthermore, an adaptive control method is designed with the outcome of regulating controller parameters online and eliminating the dependence of fault-minimum-information. Numerical simulation demonstrates that the proposed method could achieve effective spacecraft fault-tolerant control. Specifically, when compared with the traditional sliding mode method, the convergent rates of attitude angle and angle rate decreased by 54.5% and 50% respectively, as well as the improvement of the robustness.

Keywords: fault tolerant control; terminal sliding mode; adaptive control; actuator faultve radar

0 引言

随着航天任务的多样化和结构的复杂化, 使这些系统在运行时, 传感器、执行机构以及系统的内部元件都不可避免地会发生故障。某个或某些执行机构在运行时出现故障或执行输出未达到预期输出的航天器称为执行机构故障航天器。针对这类航天器, 如果仍按照原有控制策略进行控制, 将导致控制失效。因此, 有必要对现有控制方法进行改进或提出新的容错控制方法, 实现对此类航天器的有效控制, 使得当执行机构发生故障时, 系统仍能自主进行容错控制, 进一步保证航天器安全可靠运行。近年来, 国内外学者对航天器容错控制进行了广泛而深入的研究^[1]。文献[2]采用时间滞后法设计了一种针对动量轮故障的容错控制器, 但

需要精确的故障信息, 增加了工程应用难度。文献[3]提出了基于鲁棒控制的被动鲁棒容错策略, 虽不需要故障诊断信息, 但是控制器要求航天器正常状态下也要满足故障条件下的控制要求, 牺牲了控制精度。

由于对未知扰动和模型不确定的强鲁棒性, 滑模控制 (sliding mode control, SMC) 已成为设计容错控制最有效的方法之一。文献[4]基于 SMC 设计了一种主动容错控制策略, 但它需要在线的故障检测与诊断 (fault detection and diagnosis, FDD) 信息, 阻碍了其工程应用。文献[5]采用 SMC 设计了针对推力器故障的航天器容错控制, 虽不需要精确的故障信息, 但需要精确获得故障最小值。文献[6]基于四元数, 结合自适应控制和 SMC 方法, 不需要故障信息即可实现航天器的容错控制, 取得了很好的控制效果。但

收稿日期: 2011-05-25; 修回日期: 2012-02-11。

基金项目: 国家自然科学基金(60974104, 61001155)资助课题

作者简介: 赵琳(1968-), 男, 教授, 主要研究方向为导航制导与控制、卫星导航。E-mail: zhaolin@hrbeu.edu.cn

四元数各个分量之间因必须满足归一化的约束而使得其四个元并不独立,计算量存在冗余。文献[7]证明了在卫星姿态描述时修正的罗德里格斯参数(modified Rodrigues parameters, MRP)相对于四元数的优势。但是,上述方法都是基于常规 SMC 方法,理论上只是渐近稳定,系统状态不会在有限时间内收敛到平衡点,而在工程实际中,系统状态常常需要在有限时间内到达平衡点。针对系统有限时间稳定问题,国内外学者提出了终端滑模控制(terminal sliding mode control, TSMC)^[8-9]。文献[10-11]采用 TSMC 设计了针对存在外界扰动和不确定参数的航天器姿态控制器,取得了良好的收敛速率和控制精度,而 TSMC 在容错控制领域的研究与应用还未见有报道。

针对上述问题,论文基于 MRP 描述的航天器模型,以 Lyapunov 方法为基础,在考虑不确定性参数和未知外界扰动的情况下,采用快速终端滑模控制(fast terminal sliding mode control, FTSMC)方法,设计了一种执行器故障的容错控制器,并通过自适应方法在线估计故障最小值,使系统在有限时间内收敛至平衡点,提高航天器容错控制系统稳定性和可靠性的同时,加快收敛速率。

1 问题描述

论文采用 MRP 描述航天器的运动学模型,无故障时,航天器运动学和动力学模型可分别表示为

$$\dot{\sigma} = G(\sigma)\omega \tag{1}$$

$$J\dot{\omega} = -\omega \times J\omega + u + d \tag{2}$$

式中, $J \in R^{3 \times 3}$ 表示航天器转动惯量矩阵,为正定对称常值矩阵; $\omega \in R^3$ 表示航天器姿态角速度; $u \in R^3$ 和 $d \in R^3$ 分别表示作用到航天器的控制力矩和外界扰动力矩; σ 表示由 MRP 表示的本体坐标系相对于参考坐标系的姿态角,且

$$G(\sigma) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \sigma^T \sigma}{2} I_3 + \sigma \times + \sigma \sigma^T \right)$$

式中, I_3 表示 3×3 单位矩阵, l^\times 表示对向量 $l = [l_1 \quad l_2 \quad l_3]^T$ 的中心反对称操作,且

$$l^\times = \begin{bmatrix} 0 & -l_3 & l_2 \\ l_3 & 0 & -l_1 \\ -l_2 & l_1 & 0 \end{bmatrix}$$

矩阵 $G(\sigma)$ 满足

$$\sigma^T G(\sigma)\omega = \left(\frac{1 + |\sigma|^2}{2} \right) \sigma^T \omega \tag{3}$$

式(1)和式(2)给出的航天器动力学模型为正常状态下的模型,并未考虑执行机构故障的情况。为设计容错控制器以实施故障存在时的容错控制,有必要建立针对执行机构故障的航天器动力学模型。

论文仅考虑部分执行机构失效的故障问题,将故障表示成乘积因子形式,则执行机构失效故障时的航天器姿态动力学模型可表示为

$$J\dot{\omega} = -\omega \times J\omega + Eu + d \tag{4}$$

式中, $E = \text{diag}(e_1(t), e_2(t), e_3(t))$ 表示执行器失效因子, $0 < e_i(t) \leq 1 (i=1, 2, 3)$, 且 $0 < e_i(t) < 1$ 表示第 i 个执行机构部分失效但仍在工作, $e_i(t) = 1$ 表示执行器工作正常。为方便进行容错控制器设计,将式(4)变换为

$$J\dot{\omega} = -\omega \times J\omega + u - \Delta E(t)u + d \tag{5}$$

其中, $\Delta E(t) = \text{diag}(1 - e_1(t), 1 - e_2(t), 1 - e_3(t))$, 设 $e_0 = \min_{i=1, 2, 3} e_i(t)$, 则有 $\|\Delta E\| = 1 - e_0 < 1$ 。定义 $\gamma = \|\Delta E\|$ 。对于模型(1)~(5),在全局范围内作如下假设:

假设 1 转动惯量矩阵 J 为正定对称矩阵,且满足如下条件:

$$\|J\| \leq J_{\max} \tag{6}$$

式中, $J_{\max} > 0$, 表示 J 的上界,为已知常数。

假设 2 外界扰动 $d(t)$ 有界,即存在常数 c ,使得 $d(t)$ 满足:

$$d(t) \leq c \tag{7}$$

2 快速终端滑模控制

针对系统 $\dot{x} = f(x)$, 基本的 TSMC 滑模面可选取为

$$s = \dot{x} + b |x|^a \text{sign}(x) = 0 \tag{8}$$

式中, s 表示选取的滑模面; $x \in R^n$; $b > 0$; $a \in (0, 1)$ 。设计适当的控制律,滑模面(8)能在有限时间内到达系统平衡点,相对普通 SMC,能有效提高系统收敛速率。但是, TSMC 的性能对系统初始状态与平衡点偏差比较敏感,当系统初始偏差较大时,系统性能会下降。针对上述问题,文献[9]提出了 FTSMC,有效地解决了该问题。FTSMC 的滑模面可描述为

$$s = \dot{x} + ax + b |x|^a \text{sign}(x) = 0, a > 0 \tag{9}$$

滑模面(9)能使系统在任意初始条件下,实现系统有限时间内全局快速稳定。

引理 1 对系统 $\dot{x} = f(x)$, $f(0) = 0$, $x \in R^n$, 如果存在正定连续函数 $V(x): R^n \rightarrow R$, 且 $0 < \alpha < 1$, $\lambda \in R^+$, 开邻域 $U_0 \subseteq R^n$, 使得 $V(x)$ 满足 TSMC:

$$\dot{V}(x) + \lambda V^\alpha(x) \leq 0, x \in U_0 \setminus \{0\} \tag{10}$$

则任意从 $U_0 \subset R^n$ 开始的函数 $V(x)$ 在有限时间 T_{reach} 内都能到达 $V(x) = 0$, 系统在有限时间内稳定到平衡点,且到达时间满足^[12]:

$$T_{\text{reach}} \leq \frac{V^{1-\alpha}(x_0)}{\lambda(1-\alpha)}$$

其中, $V(x_0)$ 表示函数 $V(x)$ 的初始值。且如果 $U_0 = R^n$, 系统是全局有限时间稳定的。

引理 2 设 $V(x)$ 为引理 1 中所描述的针对系统的正定连续函数,则 FTSMC 的 Lyapunov 描述可表示为^[12]:

$$\dot{V}(x) + \lambda_1 V(x) + \lambda_2 V^\alpha(x) \leq 0 \tag{11}$$

其中, $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, 0 < \alpha < 1$, 若上式成立,则系统(1)~(5)是有限时间稳定的,且系统从初始状态到达稳定的时间

T_{reach} 满足:

$$T_{\text{reach}} \leq \frac{1}{\lambda_1(1-\alpha)} \ln \frac{\lambda_1 V^{1-\alpha}(x_0) + \lambda_2}{\lambda_2}$$

为设计所提出的自适应快速终端滑模控制器 (adaptive fast terminal sliding mode control, AFTSMC), 还需要用到以下引理

引理 3 对任意 $p \in (0, 1)$, 有如下不等式成立^[13]

$$\sum_{i=1}^3 |x_i|^{1+p} \geq \left(\sum_{i=1}^3 |x_i|^2 \right)^{(1+p)/2}$$

引理 4 对任意实数 $x_i, i=1, \dots, n$ 和 $0 < b < 1$, 有如下不等式成立^[14]

$$(|x_1| + \dots + |x_n|)^b \leq |x_1|^b + \dots + |x_n|^b$$

3 容错控制器设计

根据 TSMC 原理和系统 (1)~(5), 选择滑模面:

$$s = \omega + k_1 \sigma + k_2 \text{sig}(\sigma)^r \quad (12)$$

式中, $s = [s_1 \ s_2 \ s_3]^T \in \mathbf{R}^3; k_1 > 0; k_2 > 0; 0 < r < 1$; 函数 $\text{sig}(\cdot)^r$ 定义如下:

$$\text{sig}(x)^r = [|x_1|^r \text{sign}(x_1), \dots, |x_n|^r \text{sign}(x_n)]^T$$

系统控制目标分两步实现: 第一步: 分别在故障信息已知和未知情况下, 设计自适应快速终端滑模控制器, 使系统 (1)~(5) 状态轨迹在有限时间内达到滑模面 $s = \mathbf{0}$, 如第 3.1 和 3.2 节; 第二步, 在第一步实现 $s = \mathbf{0}$ 条件下, 证明系统收敛性, 即状态在有限时间内快速到稳定, 即 $\omega \rightarrow \mathbf{0}, \sigma \rightarrow \mathbf{0}$, 如第 3.3 节。

3.1 快速终端滑模控制器设计

定理 1 若假设 1 和假设 2 成立, 且故障最小值 e_0 准确已知, 针对系统 (1)~(5), 基于 FTSMC, 则控制器

$$u = -\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r - \rho \frac{s}{\|s\|} - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) \quad (13)$$

能使闭环系统在有限时间内到达滑模面 $s = \mathbf{0}$, 实现有限时间稳定。

式中

$$\zeta = \text{diag}[\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3], \tau = \text{diag}[\tau_1, \tau_2, \tau_3] \text{ 且 } \sigma_i > 0, \tau_i > 0$$

函数 ρ, δ 分别为

$$\begin{cases} \rho = \frac{\gamma}{\gamma-1} [\|-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r\| - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) + \xi] \\ \delta = \|k_1 \sigma^\times + k_2 (\text{sig}(\sigma)^r)^\times + k_1 G(\sigma) + rk_2 \text{diag}(|\sigma|^{r-1}) G(\sigma)\| \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\xi > 0$, 为所设计的控制参数。

证明 选取 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} s^T J s \quad (15)$$

则式 (15) 满足:

$$\frac{1}{2} \chi_{\min} \|s\| \leq V \leq \frac{1}{2} \chi_{\max} \|s\| \quad (16)$$

χ_{\min} 和 χ_{\max} 分别为正常数。对式 (15) 求导:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s^T \dot{J} s = s^T (-\omega^\times J \omega + u - \Delta E(t) u + d + k_1 J \dot{\sigma} + \\ &rk_2 J \text{diag}(|\sigma|^{r-1}) \dot{\sigma}) = s^T (-\omega^\times J \omega + k_1 J G(\sigma) \omega + \\ &rk_2 J \text{diag}(|\sigma|^{r-1}) G(\sigma) \omega) + s^T u - s^T \Delta E u + s^T d \end{aligned} \quad (17)$$

由式 (12), 可得

$$\omega = s - k_1 \sigma - k_2 \text{sig}(\sigma)^r$$

将上式和控制器 (13) 代入式 (17), 根据 $s^T s^\times = [0 \ 0 \ 0]$, 式 (17) 可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s^T ((k_1 \sigma^\times + k_2 \text{sig}(\sigma)^r) J \omega + k_1 J G(\sigma) \omega + \\ &rk_2 J \text{diag}(|\sigma|^{r-1}) G(\sigma) \omega) - s^T \Delta E u + \\ &s^T \left(d - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) \right) + \\ &s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - \rho \|s^T\| \end{aligned} \quad (18)$$

文中, 对于向量 $x \in \mathbf{R}^n, \|x\| = \sqrt{x^T x}$; 对于矩阵 $A, \|A\| = \sqrt{(A^T A)_M}$, 其中, A_M 表示矩阵 A 的最大特征值。则式 (18) 满足如下不等式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq \| (k_1 \sigma^\times + k_2 \text{sig}(\sigma)^r) J \omega + k_1 G(\sigma) + \\ &rk_2 \text{diag}(|\sigma|^{r-1}) G(\sigma) \| \|J\| \|s\| \|\omega\| - \\ &\rho \|s^T\| + s^T \left(d - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) \right) + \\ &s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - s^T \Delta E u = \\ &\delta \|J\| \|s\| \|\omega\| + s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - \\ &s^T \Delta E u + s^T \left(d - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) \right) - \rho \|s^T\| = \\ &s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) + \delta \|s\| \|\omega\| (\|J\| - J_{\max}) + \\ &\|s\| (\|d\| - c) - \rho \|s^T\| - s^T \Delta E u \end{aligned} \quad (19)$$

根据假设 1 和假设 2, 式 (19) 满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - s^T \Delta E u - \rho \|s^T\| \leq \\ &s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) + \gamma \|s^T\| \left(\|-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r\| + \right. \\ &\left. \rho - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) \right) = \\ &s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) + \gamma \|s^T\| \left(\|-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r\| - \right. \\ &\left. \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) \right) - (1-\gamma) \rho \|s^T\| \leq \\ &s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - \xi \gamma \|s^T\| \leq \\ &s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) \leq \\ &-\zeta_{\min} \|s\|^2 - \tau_{\min} \sum_{i=1}^3 |s_i|^{r+1} \end{aligned} \quad (20)$$

式中, $\zeta_{\min} = \min(\zeta)$ 和 $\tau_{\min} = \min(\tau)$ 。根据式 (16) 和引理 3, 式 (20) 满足:

$$\dot{V}_1 \leq -2\beta_1 V - 2^{(r+1)/2} \beta_2 V^{(r+1)/2} \quad (21)$$

式中, $\beta_1 = \zeta_{\min} / \chi_{\max}$; $\beta_2 = \tau_{\min} / \chi_{\max}^{(r+1)/2}$ 。根据引理 2 可得, 系统(1)~(5)轨迹会在有限时间内达到滑模面 $s(t) = 0$, 且到达时间满足

$$T_R \leq \frac{1}{\beta_1(1-r)} \ln \frac{2\beta_1 V(s_0)^{(r-1)/2} + 2^{(r+1)/2} \beta_2}{2^{(r+1)/2} \beta_2} \quad (22)$$

式中, $V(s_0)$ 为 $V(s)$ 的初值。

由定理 1 可知, 在设计控制器(13)时, 需首先获得故障 $e_i(t)$ 的最小值 γ 。而在工程实际中, γ 很难精准获得, 且即使获得也难免存在较大误差, 从而限制了定理 1 的实际应用。为此, 这里采用自适应方法在线估计 γ 的值, 无需事先获得 γ 的精确信息即可实现航天器的容错控制, 如定理 2 所述。

3.2 自适应快速终端滑模控制器设计

定理 2 在系统故障最小值 e_0 无法精准获得的情况下, 若假设 1 和假设 2 成立, 对于存在外部干扰和执行机构故障的航天器姿态控制系统(1)~(5), 快速终端滑模控制器:

$$u = -\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r - \varphi \frac{s}{\|s\|} - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) \quad (23)$$

和自适应更新律

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = -\delta_2 + \hat{\phi} \delta_2 \\ \dot{\hat{\phi}} = c_1 \delta_2 \end{cases} \quad (24)$$

能实现闭环系统(1)~(5)的有限时间稳定, 即在有限时间内到达滑模面 $s = 0$ 。其中, δ 如式(14)所示。

$$\begin{aligned} \zeta &= \text{diag} [\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3], \tau = \text{diag} [\tau_1, \tau_2, \tau_3], \sigma_i > 0, \tau_i > 0 \\ \delta_2 &= [\|-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r\| - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) + \xi] \end{aligned} \quad (25)$$

证明 选择 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2} s^T J s + \frac{1-\gamma}{2c_1} \hat{\phi}^2 \quad (26)$$

定义 ϕ 的误差变量 $\tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi}$, 对式(26)求导, 将控制器(23)和自适应更新律(24)代入, 根据式(18)和式(19), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= s^T J \dot{s} - \frac{1-\gamma}{c_1} \tilde{\phi} \dot{\hat{\phi}} \leq \delta \|J\| \|s\| \|\omega\| + s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - s^T \Delta E u + s^T \left(d - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c) \right) - \\ &\varphi \|s^T\| - \frac{1-\gamma}{c_1} \tilde{\phi} \dot{\hat{\phi}} = s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) + \\ &\delta \|s\| \|\omega\| (\|J\| - J_{\max}) + \|s\| (\|d\| - c) - \\ &\varphi \|s^T\| - s^T \Delta E u - \frac{1-\gamma}{c_1} \tilde{\phi} \dot{\hat{\phi}} \leq s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - \end{aligned}$$

$$(\delta_2 - \hat{\phi} \delta_2) \|s^T\| - s^T \Delta E u - \frac{1-\gamma}{c_1} \tilde{\phi} \dot{\hat{\phi}} \quad (27)$$

根据式(23)和式(24), 式(27)满足:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) + (\delta_2 - \hat{\phi} \delta_2) \|s^T\| - \\ &\frac{1-\gamma}{c_1} \tilde{\phi} \dot{\hat{\phi}} + \gamma \|s^T\| (\|-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r\| + \\ &\varphi - \frac{s}{\|s\|} (\delta J_{\max} \|\omega\| + c)) \leq s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) + \\ &(1 - \hat{\phi}) \delta_2 \|s^T\| + \gamma \|s^T\| (-\xi + \hat{\phi} \delta_2) - \frac{1-\gamma}{c_1} \tilde{\phi} \dot{\hat{\phi}} \leq \\ &s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - \xi \gamma \|s^T\| + [1 - (1-\gamma) \hat{\phi}] \delta_2 \|s^T\| - \\ &\frac{1-\gamma}{c_1} \tilde{\phi} \dot{\hat{\phi}} = s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - \xi \gamma \|s^T\| + \\ &(1-\gamma) \tilde{\phi} \delta_2 \|s^T\| - \frac{1-\gamma}{c_1} \tilde{\phi} \dot{\hat{\phi}} \end{aligned} \quad (28)$$

根据式(24), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - \xi \gamma \|s^T\| + \\ &(1-\gamma) \tilde{\phi} \delta_2 \|s^T\| - \frac{1-\gamma}{c_1} \tilde{\phi} \dot{\hat{\phi}} = s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) - \\ &\xi \gamma \|s^T\| \leq s^T (-\zeta s - \tau \text{sig}(s)^r) \leq \\ &-\zeta_{\min} \|s\|^2 - \tau_{\min} \sum_{i=1}^3 |s_i|^{r+1} \end{aligned} \quad (29)$$

式中, $\zeta_{\min} = \min(\zeta)$ 和 $\tau_{\min} = \min(\tau)$ 。同样, 根据式(16)和引理 3, 式(29)满足式(21), 到达时间满足式(22)。说明设计的控制器(23)能实现系统(1)~(5)的有限时间稳定, 即在有限时间内到达滑模面 $s(t) = 0$ 。

定理 2 中设计的控制并未使用故障 $e_i(t)$ 的最小值 e_0 , 从而使设计的控制器(23)适合于所有执行机构部分失效故障问题的容错控制。由于不需要使用精准的故障最小值, 使得控制器(23)更具有工程实现意义。

3.3 有限时间稳定性证明

定理 1 和定理 2 都已证明所设计的控制器能实现 $s = 0$, 则有如下关于系统稳定性的定理成立。

定理 3 如果式(12)所确定的滑模面在定理 1 和定理 2 下实现了 $s = 0$, 则设计的控制器(23)能使航天器三轴姿态角和姿态角速度能在有限时间内收敛至平衡点, 即 $\omega \rightarrow 0, \sigma \rightarrow 0$ 。

证明 若滑模面 $s = 0$, 由式(12)可知

$$\omega = -k_1 \sigma - k_2 \text{sig}(\sigma)^r \quad (30)$$

选取正定的 Lyapunov 函数:

$$V = \sigma^T \sigma \quad (31)$$

对式(31)求导, 可得:

$$\dot{V} = \sigma^T \dot{\sigma} = \sigma^T G(\sigma) \omega \quad (32)$$

根据式(3), 式(32)可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{G}(\boldsymbol{\sigma}) \boldsymbol{\omega} = \left(\frac{1 + \|\boldsymbol{\sigma}\|^2}{2} \right) \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\omega} = \\ &\left(\frac{1 + \|\boldsymbol{\sigma}\|^2}{2} \right) \boldsymbol{\sigma}^T (-k_1 \boldsymbol{\sigma} - k_2 \boldsymbol{\sigma}^T \text{sig}(\boldsymbol{\sigma})^r) = \\ &\left(\frac{1 + \|\boldsymbol{\sigma}\|^2}{2} \right) (-k_1 \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} - k_2 \sum_{i=1}^3 |\sigma_i|^{r+1}) \end{aligned} \quad (33)$$

根据引理 3, 有

$$\dot{V} \leq \left(\frac{1 + \|\boldsymbol{\sigma}\|^2}{2} \right) (-k_1 \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} - k_2 (\boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma})^{(r+1)/2}) \quad (34)$$

而从式(31)可知, $V_1 = \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}$, 故式(34)可表示为

$$\dot{V} \leq \left(\frac{1 + V_1}{2} \right) (-k_1 V_1 - k_2 V_1^{(r+1)/2}) \quad (35)$$

即

$$\dot{V} \leq -k_1 \left(\frac{1 + V_1}{2} \right) V_1 - k_2 \left(\frac{1 + V_1}{2} \right) V_1^{(r+1)/2} \quad (36)$$

由于 $0 < r < 1$, 则 $0 < (r+1)/2 < 1$, 根据引理 2, 在有限时间 T_{reach} 内, $\boldsymbol{\sigma} \rightarrow \mathbf{0}$, 即当 $s = \mathbf{0}$ 时, $\lim_{t \rightarrow T_{\text{reach}}} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$, 由式(12), 也即 $\lim_{t \rightarrow T_{\text{reach}}} \boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$. 说明当 $s = \mathbf{0}$ 时, 控制目标在有限时间内稳定至平衡点, 实现了系统的有限时间稳定。

4 仿真研究

为了验证论文提出的控制器的控制效果, 论文进行如下仿真研究。选择航天器惯量矩阵:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 300 & 12 & 15 \\ 12 & 340 & 17 \\ 15 & 17 & 385 \end{bmatrix}$$

仿真中, 用 MRP 表示的航天器初始姿态为 $\boldsymbol{\sigma}(0) = [0.5 \quad -0.6 \quad 0.4]^T$, 初始姿态角速度为 $\boldsymbol{\omega}(0) = [0.06 \quad -0.04 \quad 0.05]^T$ rad/s。

干扰力矩选择如下:

$$\mathbf{d}(t) = \begin{bmatrix} 3\sin(\pi t/100) - \cos(\pi t/75) \\ \cos(\pi t/75) - 2\sin(\pi t/100) \\ 2\sin(\pi t/100) + \cos(\pi t/100) \end{bmatrix} \times 10^{-2} + \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.02 \\ 0.02 \end{bmatrix} \text{ N} \cdot \text{m}$$

控制器参数选取为: $\xi = 0.6, c_1 = 8, \zeta = 15\mathbf{I}_3, \boldsymbol{\tau} = 5\mathbf{I}_3, k_1 = 0.8, k_2 = 0.8, r = 0.5, c = 0.8, J_{\text{max}} = 350$ 。

为了比较, 在上述初值、外界扰动和参数变化的情况下, 在每种故障情形下就以下几种情况进行仿真比较:

第一种情况 (Case1): 所有执行器都正常, 采用控制器(23)(AFTSMC);

第二种情况 (Case2): 部分执行器故障, 采用控制器(23)(AFTSMC);

第三种情况 (Case3): 部分执行器故障, 采用基于常规滑模控制的容错控制器。

4.1 无故障仿真结果

由图 1 和图 2 可知, 在无故障时, 经过 25 s 左右, 姿态误差角和误差角速度收敛至系统平衡点, 即 $\boldsymbol{\omega} \rightarrow \mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma} \rightarrow \mathbf{0}$, 说明在无故障时, 论文设计的自适应快速终端滑模控制器

(23) 能有效地完成航天器控制, 实现系统全局快速稳定。

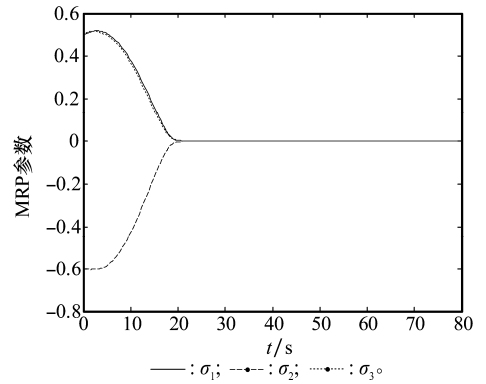


图 1 Case1 时的 MRP

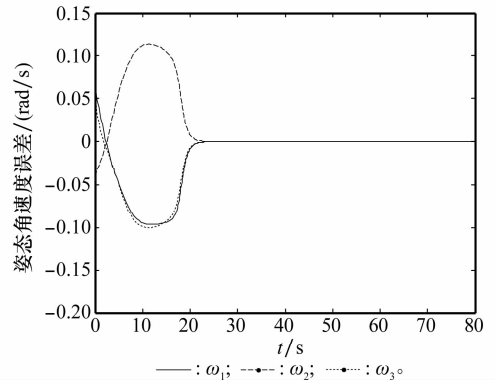


图 2 Case1 时的姿态角速度误差

4.2 常值型故障仿真结果

为了验证常值故障时, 论文所设计的控制器的控制效果, 选择再加入如下故障信息:

$$\begin{cases} e_1(t) = 0.3, t \geq 15 \\ e_2(t) = 0.4, t \geq 15 \\ e_3(t) = 0.5, t \geq 15 \end{cases} \quad (37)$$

除此之外, 执行机构在其他时间段内正常工作。仿真结果如图 3~图 6 所示。

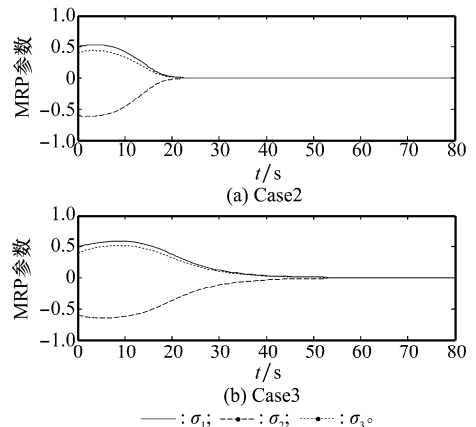


图 3 常值型故障时的 MRP

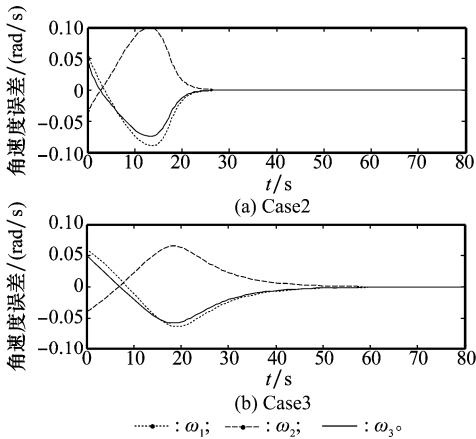


图 4 常值型故障时的姿态角速度误差

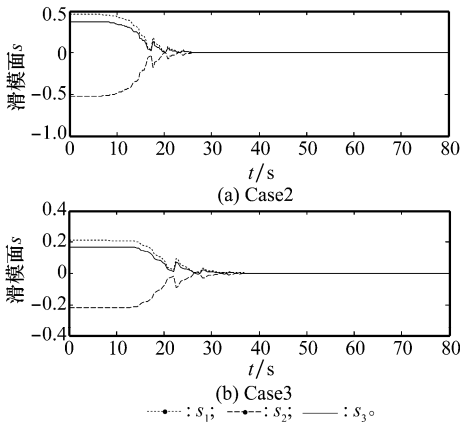


图 5 常值型故障时的滑模面 s

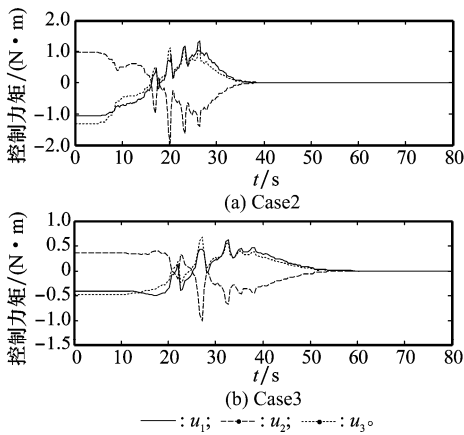


图 6 常值型故障时的控制力矩

由图 3 和图 4 可知,采用论文提出的自适应快速终端滑模控制器(23)时,姿态角和角速度误差分别经过 25 s 和 30 s 收敛到平衡点, $\omega \rightarrow 0, \sigma \rightarrow 0$; 而采用常规滑模控制器时,则需要经过 55 s 和 60 s 达到稳定。说明采用控制器(23)时,姿态角和姿态角速率的收敛时间可分别降低约

54.5% 和 50%。由图 5 和图 6 可知,采用控制器(23)时,滑模面 s 和控制输入 u 经过 25 s 和 40 s 达到稳定,即 $s \rightarrow 0, u \rightarrow 0$, 而采用常规滑模控制器时,则需要 40 s 和 60 s。而且,虽然系统在 16 s 时发生了常值故障,但是姿态角和姿态角速度都能收敛到平衡点,说明论文设计的控制器(23)在有常值故障发生时,能保证系统控制精度和稳定性的同时,加快了收敛速度,实现航天器高精度容错控制和快速全局渐进稳定。

4.3 时变、随机型故障仿真结果

本部分针对时变、随机型执行器故障进行了仿真,设计执行器故障 $E(t)$ 模型如下:

$$\begin{cases} e_1(t) = 0.3 + 0.2\text{rand}(1) + 0.3\sin(0.5t + i\pi/3) \\ e_2(t) = 0.5 + 0.1\text{rand}(1) + 0.1\sin(0.4t + i\pi/3) \\ e_3(t) = 0.4 + 0.1\text{rand}(1) + 0.2\cos(0.3t + i\pi/3) \end{cases} \quad (38)$$

根据加入的故障模型(38),仿真结果如图 7~图 10 所示。

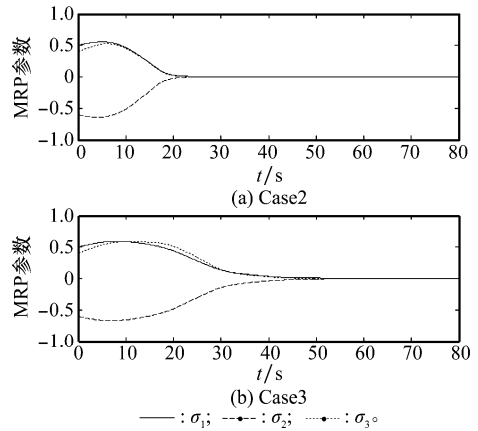


图 7 时变随机型故障时的 MRP

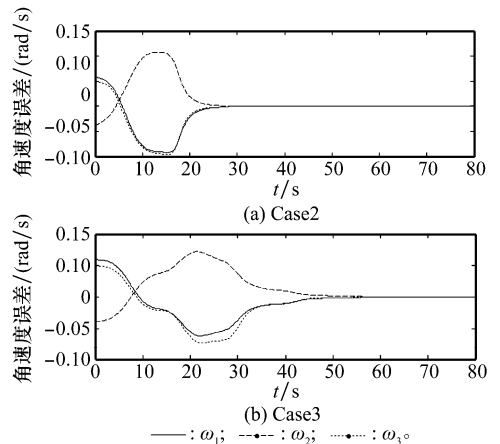


图 8 时变随机型故障时的姿态角速度误差

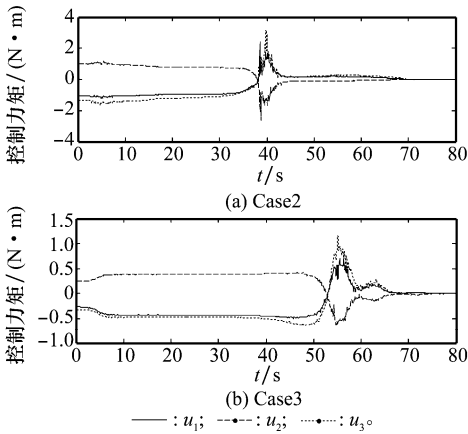


图 9 时变随机型故障时的滑模面

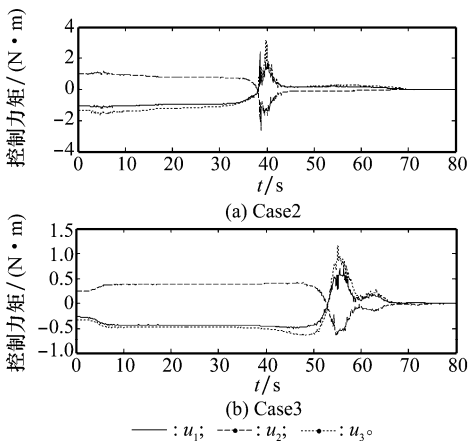


图 10 时变随机型故障时的控制力矩

由图 7 和图 8 可知,加入随机型故障(38)时,采用论文设计的控制器(23)和自适应更新律(24),三轴姿态角和姿态角速度误差分别经过 25 s 和 30 s 后达到平衡点, $\omega \rightarrow 0, \sigma \rightarrow 0$, 而由图 7 和图 8 可知,采用常规滑模控制设计的容错控制器则需要 55 s 和 58 s 才能使姿态三轴姿态角和角速度误差收敛到平衡点,姿态角和姿态角速率的收敛时间分别降低了 54.5% 和 48.3%。同时,由图 9 和图 10 可知,采用控制器(23)时,系统滑模面和控制力矩的稳定时间也明显降低。说明即使发生随机型的故障,设计的控制器也能以更快的速率实现系统的收敛的 同时保证控制器鲁棒性,提高航天器容错控制的可靠性。

5 结 论

对于存在执行器故障和参数不确定性以及外界未知扰动的航天器姿态控制,本文利用快速终端滑模控制,设计了基于 MRP 描述的具有强鲁棒性和更快收敛速率的容错控制器,采用快速滑模控制方法,使得系统能实现有限时间的快速全局渐进稳定,加快了系统收敛速率;并采用自适应方法实现了对故障最小值进行在线估计,解决了需要精确获

得故障信息的问题,从而显著提高了其工程实现价值。由仿真结果可知,该容错控制方法能实现故障时航天器姿态跟踪控制的精度和可靠性。

参考文献:

- [1] 邢琰,吴宏鑫,王晓磊. 航天器故障诊断与容错控制技术综述[J]. 宇航学报,2003,24(3):212-226. (Xing Y, Wu H X, Wang X L. Survey of fault diagnosis and fault-tolerance control technology for spacecraft[J]. *Astronautics*, 2003, 24(3):212-226.)
- [2] Jin J H, Ko S H, Ryoo C K. Fault tolerant control for satellites with four reaction wheels[J]. *Control Engineering Practice*, 2008,16(10):1250-1258.
- [3] Zhao Q, Cheng C. Robust state feedback for actuator failure accommodation[C] // *Proc. of American Control Conference*, 2003,4224-4230.
- [4] Boskovic J D, Prasanth R, Mehra R K. Retrofit fault-tolerant flight control design under control effector damage[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2007,30(4):703-712.
- [5] Cai W C, Liao X H, Song Y D. Indirect robust adaptive fault-tolerant control for attitude tracking of spacecraft[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2008,31(5):1456-1463.
- [6] Hu Q L, Zhang Y M, Huo X. Adaptive integral-type sliding mode control for spacecraft attitude maneuvering under actuator stuck failures[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2011,24(1):32-45.
- [7] 王勇军,秦永元,杨波. 四元数、Rodrigues 参数在卫星姿态解算上的对比研究[J]. 中国空间科学技术, 2007, 6(3):18-23. (Wang Y J, Qin Y Y, Yang B. Comparison of quaternion and rodrigues parameters on attitude algorithm of secondary planet[J]. *Chinese Space Science and Technolog*, 2007, 6(3):18-23.)
- [8] 梁家,谭红艳,樊仲光. 广义系统的快速终端滑模控制[J]. 电子科技大学学报,2011,40(1):11-15. (Liang J R, Tan H Y, Fan Z G. Fast terminal sliding mode control for singular systems[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2011, 40(1):11-15.)
- [9] Wu S N, Radice G, Gao Y S, et al. Quaternion-based finite time control for spacecraft attitude tracking[J]. *Acta Astronautica*, 2011,69(1-2):48-58.
- [10] Zhu Z, Xia Y Q, Fu M Y. Attitude stabilization of rigid spacecraft with finite-time convergence[J]. *Robust Nonlinear Control*, 2011,21(6):686-702.
- [11] Pyare M T, Janardhanan S, Mashuq N. A finite-time convergent continuous time sliding mode controller for spacecraft attitude control[C] // *Proc. of the 11th International Workshop on Variable Structure Systems*, 2010:26-28.
- [12] Hardy G H, Littlewood J E, Polya G. *Inequalities*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1952.
- [13] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000,38(8):751-766.
- [14] Yu S, Yu X, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. *Automatica*, 2005,41(11):1957-1964.