

# 弹性飞行器非定常气动力的递推识别

西北工业大学 熊笑非

## 摘 要

本文提出了一种识别弹性飞行器非定常气动力的滤波递推方法。该法由飞行试验数据识别出各气动指示函数的时域离散值,若经适当拟合处理,可为弹性飞行器动态分析提供较为理想的非定常气动模态。对某飞行器进行初步试算的结果表明,该方法所需数据易于采集,计算不十分繁杂,所得结果较好。

## 符 号

- $m$ ——总质量
- $J_y$ ——转动惯量
- $t$ ——飞行时间
- $U_0$ ——飞行速度
- $\alpha$ ——攻角
- $w$ ——冲击速度:  $w = U_0 \sin \alpha$
- $\dot{\theta}$ ——俯仰角速度
- $\delta$ ——舵偏角
- $q_i$ ——第  $i$  阶弯曲振型广义坐标
- $\zeta_i$ ——第  $i$  阶弯曲振型结构阻尼系数
- $\omega_i$ ——第  $i$  阶弯曲振型频率
- $Q_i$ ——第  $i$  阶弯曲振型广义力
- $m_i$ ——第  $i$  阶弯曲振型广义质量
- $t_k$ ——采样时刻
- $v$ ——误差
- $I$ ——单位矩阵
- $X^T$ —— $X$  的转置矩阵
- $X^{-1}$ —— $X$  的逆矩阵
- $\hat{X}$ —— $X$  的估值

1985年3月7日收到。

## 一、引 言

随着航空、航天事业的发展,越来越多的飞行器都具有大型、细长、高速的特点。在这类飞行器的动态特性分析中,刚性假定不再合适,必须将飞行器视为一弹性体,计及气动弹性的影响。由于气动弹性问题本身具有非定常特性,因而在弹性飞行器动态特性研究中认真考虑非定常气动力是十分必要的。

计及非定常气动力的弹性飞行器动态特性分析颇为复杂,尤以如何确定非定常气动模态最为棘手,目前似尚无成熟的办法。本文将最优估值原理应用于弹性飞行器非定常气动力的确定,通过递推识别,可以求得各气动指示函数的时域离散值。

与解决类似问题的其他方法相比,本文提出的方法有如下特点:

1. 能给出飞行器整体的非定常气动参数;
2. 可以十分便利地计及结构弹性变形的影响;
3. 所需数据易于采集;
4. 由于采用递推,计算较为方便。

## 二、弹性飞行器纵向小扰动方程

考虑结构弹性及非定常气动力,可导出如下形式的弹性飞行器纵向小扰动运动方程组<sup>[1,2]</sup>

$$\left. \begin{aligned}
 m[\dot{w}(t) - U_0 \dot{\theta}(t)] &= \int_0^t H_z^w(\tau) \dot{w}(t-\tau) d\tau + \int_0^t H_z^{\dot{\theta}}(\tau) \dot{\theta}(t-\tau) d\tau \\
 &+ \int_0^t H_z^{\delta}(\tau) \delta(t-\tau) d\tau + \sum_i \int_0^t H_z^{q_i}(\tau) \dot{q}_i(t-\tau) d\tau \\
 &+ \sum_i \int_0^t H_z^{\dot{q}_i}(\tau) \dot{q}_i(t-\tau) d\tau \\
 J_y \ddot{\theta}(t) &= \int_0^t H_m^w(\tau) \dot{w}(t-\tau) d\tau + \int_0^t H_m^{\dot{\theta}}(\tau) \dot{\theta}(t-\tau) d\tau \\
 &+ \int_0^t H_m^{\delta}(\tau) \delta(t-\tau) d\tau + \sum_i \int_0^t H_m^{q_i}(\tau) \dot{q}_i(t-\tau) d\tau \\
 &+ \sum_i \int_0^t H_m^{\dot{q}_i}(\tau) \dot{q}_i(t-\tau) d\tau \\
 m_i[\ddot{q}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t)] &= \int_0^t H_{F_i}^w(\tau) \dot{w}(t-\tau) d\tau \\
 &+ \int_0^t H_{F_i}^{\dot{\theta}}(\tau) \dot{\theta}(t-\tau) d\tau + \int_0^t H_{F_i}^{\delta}(\tau) \delta(t-\tau) d\tau \\
 &+ \sum_j \int_0^t H_{F_i}^{q_j}(\tau) \dot{q}_j(t-\tau) d\tau + \sum_j \int_0^t H_{F_i}^{\dot{q}_j}(\tau) \dot{q}_j(t-\tau) d\tau \\
 &(i, j = 1, 2, \dots)
 \end{aligned} \right\} (1)$$

这里,  $H_z^{(i)}(\tau)$ ,  $H_m^{(i)}(\tau)$  和  $H_F^{(i)}(\tau)$  分别为飞行器在量( )的单位阶跃输入作用下产生的法向力, 俯仰力矩及第  $i$  阶弯曲振型广义力响应过渡函数(即所谓指示函数)。显然, 上述各响应过渡函数的确定是解方程组(1)的关键。

### 三、各响应过渡函数的递推识别

#### 1. 观测方程及识别算式的导出

对于方程组(1)中的每一个方程, 都将相应导出一个适合于递推识别的所谓观测方程。这里仅以第一个方程为例进行讨论, 其余各方程的讨论与此完全类似。

若以  $F_z(t)$  记作用在飞行器上的法向力, 取前三阶弯曲振型, 则有

$$F_z(t) = X^T(0)W(t) + \int_0^t W^T(t-\tau)dX(\tau) \quad (2)$$

这里

$$X^T(\tau) = [H_z^w(\tau) H_z^{\dot{w}}(\tau) H_z^{\ddot{w}}(\tau) H_z^{q_1}(\tau) H_z^{q_2}(\tau) H_z^{q_3}(\tau) H_z^{\dot{q}_1}(\tau) H_z^{\dot{q}_2}(\tau) H_z^{\dot{q}_3}(\tau)]$$

$$W^T(\tau) = [\omega(\tau) \dot{\delta}(\tau) \delta(\tau) q_1(\tau) q_2(\tau) q_3(\tau) \dot{q}_1(\tau) \dot{q}_2(\tau) \dot{q}_3(\tau)]$$

将上式中的积分写成和式, 且记

$$X(t_i) - X(t_{i-1}) = \Delta X(t_i)$$

则可得到一组为各响应过渡函数时域离散值所满足的线性方程<sup>[3]</sup>

$$\left. \begin{aligned} F_z(t_1) &= W^T(t_1)X(0) \\ F_z(t_2) &= W^T(t_2)X(0) + W^T(t_1)\Delta X(t_1) \\ F_z(t_3) &= W^T(t_3)X(0) + W^T(t_2)\Delta X(t_1) + W^T(t_1)\Delta X(t_2) \\ &\vdots \\ F_z(t_n) &= W^T(t_n)X(0) + W^T(t_{n-1})\Delta X(t_1) + \cdots + W^T(t_1)\Delta X(t_{n-1}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

注意到上述方程组中未知量  $X(0)$  及  $\Delta X(t_k)$  均为含有九个元素的列阵, 可知未知量个数大于方程的数目, 方程无唯一解。通过增加采样点来使方程组满足存在唯一解的条件也是不可能的, 因为每增加一个方程将引入九个新的未知量。

为此, 可作出如下假定: 存在这样一个时刻  $t_p$ , 从该时刻开始, 近似认为响应过渡函数已经达到其稳态值, 即当  $t_k \geq t_p$  时, 有下式成立:

$$\Delta X(t_k) = 0$$

由上述假定并考虑误差, 可导出用于对响应过渡函数时域离散值进行递推识别的观测方程如下

$$Z = WX + V \quad (4)$$

这是一个矩阵方程, 其各量的意义分别为

观测值	$Z^T = [F_z(t_1) F_z(t_2) \cdots F_z(t_n)]$
被识别量	$X^T = [X^T(0) \Delta X^T(t_1) \cdots \Delta X^T(t_{p-1})]$
误差	$V^T = [v(t_1) v(t_2) \cdots v(t_n)]$
观测阵	

$$W = \begin{pmatrix} W^T(t_0) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ W^T(t_2) & W^T(t_1) & & 0 & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ W^T(t_p) & W^T(t_{p-1}) & \dots & \dots & W^T(t_1) \\ W^T(t_{p+1}) & W^T(t_p) & \dots & \dots & W^T(t_2) \\ \vdots & & & & \vdots \\ W^T(t_n) & W^T(t_{n-1}) & \dots & \dots & W^T(t_{n-p+1}) \end{pmatrix}$$

从观测方程 (4) 出发, 若以  $\hat{X}_k$  记由  $K$  个观测值对  $X$  作出的估值, 则由加权最小二乘估计准则

$$J_k = [Z_k^* - W_k^* \hat{X}_k]^T M_k^* [Z_k^* - W_k^* \hat{X}_k] = \min$$

可求得

$$\hat{X}_k = (W_k^{*T} M_k^* W_k^*)^{-1} W_k^{*T} M_k^* Z_k^* \tag{5}$$

这里,  $W_k^*$  表示由观测阵  $W$  的前  $K$  行元素组成的子矩阵;  $Z_k^*$  为由前  $K$  个观测值所构成的子向量, 即

$$W_k^* = \begin{bmatrix} W_{k-1}^* \\ \dots \\ W_k \end{bmatrix} \quad Z_k^* = \begin{bmatrix} Z_{k-1}^* \\ \dots \\ Z_k \end{bmatrix}$$

而  $M_k^*$  为一  $K$  维加权方阵。为使估值具有较强的跟踪能力, 即逐渐削弱老观测值的影响而突出新观测值的修正作用, 可将权阵取为

$$M_k^* = \begin{pmatrix} \lambda^{k-1} & & & \\ & 0 & & \\ & \lambda^{k-2} & & \\ & \vdots & & \\ & \lambda & & \\ 0 & & & 1 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} M_{k-1}^* & & \\ & \dots & \\ & & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix} \quad (\lambda \leq 1)$$

式中  $\lambda$  被称为遗忘因子, 其取值视具体情况而定, 一般在  $0.9 \sim 0.99$  之间。

再记

$$P_k = (W_k^{*T} M_k^* W_k^*)^{-1}$$

则最后可求得基于观测方程 (4) 的递推识别算式<sup>[4]</sup>

$$\left. \begin{aligned} K_k &= P_{k-1} W_k^T (W_k P_{k-1} W_k^T + \lambda)^{-1} \\ \hat{X}_k &= \hat{X}_{k-1} + K_k (Z_k - W_k \hat{X}_{k-1}) \\ P_k &= \frac{1}{\lambda} (P_{k-1} - K_k W_k P_{k-1}) \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

给出初值  $P_0$  和  $\hat{X}_0$ , 即可由此算式进行递推以求取各响应过渡函数的时域离散值。

## 2. 弯曲振型广义坐标的迭代计算

在前面导出的观测方程 (4) 中, 观测阵  $W$  要求为已知。但由定义可知,  $W$  阵除含有可测量  $\dot{\delta}$  和  $\delta$ , 以及间接可测量  $w$  之外, 还包含着不能由观测得出的  $q_i$  及  $\dot{q}_i$ 。为此需给出其确定方法。

在根据定义分别求得广义力  $Q_i$  (外载荷分布的获得可通过在飞行器上不同位置设置若干个载荷传感器予以实现) 和广义质量  $m_i$  的基础上, 可由如下形式的弯曲振型广义坐标差分方程进行迭代计算以确定  $q_i$ :

$$\frac{1}{(\Delta t_i)^2} [q_i(K+1) - 2q_i(K) + q_i(K-1)] + \frac{\xi_i \omega_i}{\Delta t_i} [q_i(K+1) - q_i(K-1)] + \omega_i^2 q_i(K) = \frac{Q_i(K)}{m_i} \quad (7)$$

## 3. 定常气动导数的识别

为了较好地给出识别各响应过渡函数的递推初值  $\hat{X}_0$ , 事先确定各定常气动导数是十分必要的。

仍以法向力为例。用各定常气动导数描述作用在飞行器上的法向力, 有

$$F_n(t) = H_z^w(\infty)w(t) + H_z^{\dot{\delta}}(\infty)\dot{\delta}(t) + H_z^{\delta}(\infty)\delta(t) + \sum_{i=1}^3 H_z^{q_i}(\infty)q_i(t) + \sum_{i=1}^3 H_z^{\dot{q}_i}(\infty)\dot{q}_i(t) \quad (8)$$

若记

$$X_{ss}^T = [H_z^w(\infty)H_z^{\dot{\delta}}(\infty)H_z^{\delta}(\infty)H_z^{q_1}(\infty)H_z^{q_2}(\infty)H_z^{q_3}(\infty)H_z^{\dot{q}_1}(\infty)H_z^{\dot{q}_2}(\infty)H_z^{\dot{q}_3}(\infty)]$$

则由 (8) 式直接可得一观测方程

$$Z_{ss} = W_{ss} X_{ss} + V \quad (9)$$

这一方程在形式上与 (4) 式完全一致, 因而可同样采用 (6) 式进行递推识别。其观测值与观测阵分别为

$$Z_{ss}^T = [F_n(t_1) F_n(t_2) \cdots F_n(t_m)]$$

$$W_{ss} = \begin{bmatrix} w(t_1)\dot{\delta}(t_1)\delta(t_1)q_1(t_1)q_2(t_1)q_3(t_1)\dot{q}_1(t_1)\dot{q}_2(t_1)\dot{q}_3(t_1) \\ \vdots \\ w(t_m)\dot{\delta}(t_m)\delta(t_m)q_1(t_m)q_2(t_m)q_3(t_m)\dot{q}_1(t_m)\dot{q}_2(t_m)\dot{q}_3(t_m) \end{bmatrix}$$

## 四、算例及说明

作为可行性验证, 用本法对某飞行器的非定常气动响应过渡函数及定常气动导数进行了识别计算。图 1 和表 1 给出了部分识别结果, 表 1 中还列出了相应的真值 (取自有关研究单位的理论或实验值)。

可见识别结果还是比较好的。

关于计算, 需说明两点;

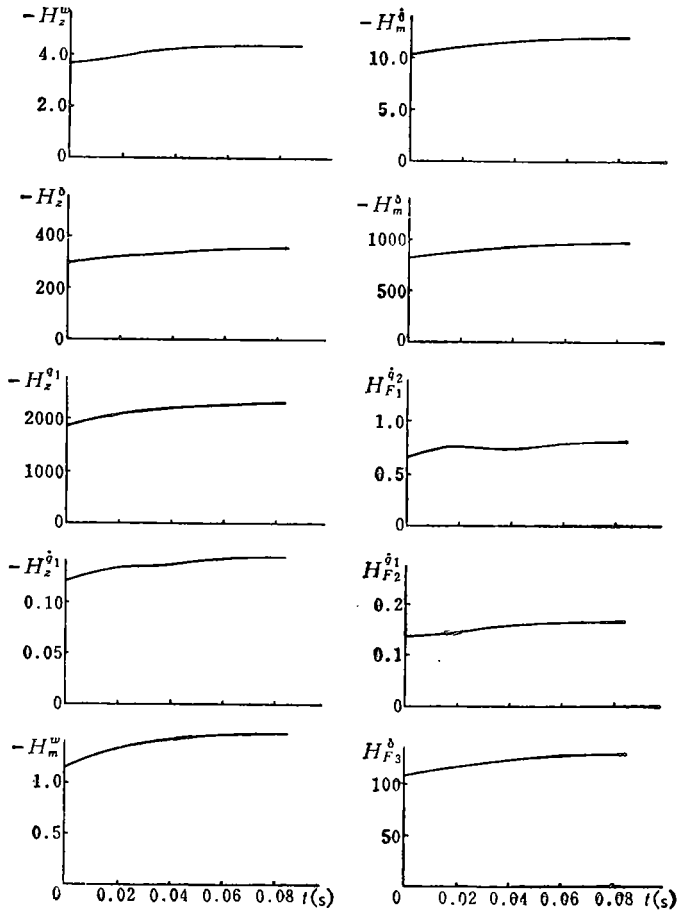


图 1 非定常气动力识别结果曲线

表 1 定常气动导数的真值与识别结果

定常导数	$C_y^{\alpha}$ (1/rad)	$C_y^{\delta}$ (1/rad)	$m_z^{\alpha}$ (1/rad)	$m_z^{\delta}$ (1/rad)	$\overline{m_z^{\alpha}}$ (1/rad)
真 值	15.70	1.326	-0.7850	-0.4263	-0.740
识别结果	16.27	1.320	-0.6819	-0.4343	-0.736

1. 递推识别所用观测值事先经过平滑处理。

2. 由于递推步数受多种因素限制而相当有限，因而递推初值  $\hat{x}_0$  和  $P_0$  的选取要尽可能合适。

本文工作始终得到我校陈士橹教授的悉心指导，国营新阳机械厂在原始数据的收集工作中曾给予方便和支持，谨此一并致谢。

## 参 考 文 献

- [1] Greensite, A. L., Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control Systems, Spartan Books, New York, (1970).
- [2] Белоцерковский, С. М., Кочетков, Ю. А., Красовский, А. А. и Новицкий, В. В., Введение в аэроавтотупругость, Издательство «Наука», Москва, (1980).
- [3] Mereau, P., Hirsch, R., Conlon, G. and Rault, A., Identification of Unsteady Effects in Lift Built Up, AD/A-063851, Nov. (1978).
- [4] 袁天鑫, 最佳估计原理, 国防工业出版社, (1979)。

## RECURRENT IDENTIFICATION OF UNSTEADY AERODYNAMIC FORCES OF ELASTIC VEHICLES

*Xiong Xiaofei*

*(Northwestern Polytechnical University)*

### Abstract

A method for identifying unsteady aerodynamic forces of elastic vehicles is presented. A standard measurement equation satisfied by aerodynamic indicial functions is derived from longitudinal small-disturbance equations of elastic vehicles with unsteady aerodynamic forces described by Duhamel's integral. The discrete values of aerodynamic indicial functions in time domain are obtained by using recurrent filter technique. In comparison with other methods, this method has the following advantages; (1) convenience to take the effects of structure deformation into account; (2) capability to identify the unsteady aerodynamic parameters of the whole vehicle; (3) ease to collect initial data; (4) simplicity of the calculation. Finally, some results of the preliminary calculation for a vehicle are given.