

doi:10.3788/gzxb20134205.0615

# 各向异性介质缺陷单负媒质光子晶体的 新型缺陷模

李建明

(湖北第二师范学院 物理与电子信息学院, 武汉 430205)

**摘 要:**电负媒质和磁负媒质组成的一维光子晶体中存在一种几乎不受电磁波入射角和极化影响的零相位能隙. 为了能够调节这种能隙的频率, 通过在此类光子晶体中心插入一层各向异性媒介, 构造出两层电负和磁负媒质交替的一维光子晶体. 采用 Berreman  $4 \times 4$  矩阵法计算了该结构的透射谱, 结果显示: 调节双轴晶体主轴围绕实验坐标系  $z$  轴的旋转角度可以改变缺陷模频率的大小, 并且该缺陷模的频率不随入射角度的变化而改变. 该特性可以用于光波频率可调的单通道窄带滤波器的制作.

**关键词:**零有效相位能隙; 缺陷模; 单通道可调滤波器

中图分类号: O451

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2013)05-0615-4

## A Novel Defect Mode of Single-negative Media Photonic Crystal with Anisotropic Defect

LI Jian-ming

(College of Physics and Electronics Information, Hubei University of Education, Wuhan 430205, China)

**Abstract:** A kind of zero-phase-shift gap appears in the one-dimensional photonic crystal composed of alternate epsilon-negative material and mu-negative material, and the gap does not vary with electromagnetic wave incident angle and polarization direction. To tune the defect mode frequency, a layer of anisotropic media is introduced into the center of that photonic crystal. The transmission spectra are investigated by Berreman  $4 \times 4$  matrix. The result indicates that frequency of defect mode can be tuned by rotating the anisotropic media around  $z$ -axis in laboratory coordinate, and does not change by different incident angles. These phenomena can be applied to tunable single tunnel omnidirectional filter in light wave.

**Key words:** Zero-phase-shift gap; Defect mode; Tunable single tunnel omnidirectional filter

## 0 引言

电磁周期结构的研究历史悠久, 在文献[1]中详尽总结了电磁周期结构的成果, 都是人类为控制电磁波而制造各种模型或者器件的大集合. 到 1987 年, 周期结构以材料的形式不断拓广应用范围, 光子晶体<sup>[2-3]</sup>、声子晶体的概念相继出现, 为了控制波的传播和作用方式, 光子禁带和光子局域两大效应被巧妙地运用在各种光子晶体结构之中, 用以达到对电磁波选择通过的目的. 常规光子晶体单元尺寸一般在电磁波长的  $1/4$  范围左右, 禁带出现的物理原

因是 Bloch 散射<sup>[4]</sup>, 在每个元胞中电磁波都是可以通过的, 其中电磁波的本征模属于传播模. 而单负媒质构成的光子晶体元胞中电磁波虽然没有能量损耗但是幅度会衰减, 属于凋落模, 其带隙出现的原因是局域共振, 这类结构的尺寸可以比电磁波波长短得多, 而不必遵守厚度是电磁波波长  $1/4$  的规则, 这在微波甚至低频电路的小型化中优势明显<sup>[5]</sup>. 常规光子晶体的带隙受电磁波入射角度和极化的影响较大, 而单负媒质组成的光子晶体存在一种零相位带隙, 这种带隙几乎不受电磁波入射角和极化影响, 是一种全方位带隙, 近年来人们对单负媒质构成光子

第一作者: 李建明(1974-), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为光纤通信、电磁理论及应用. Email: lijianming001@163.com

收稿日期: 2012-10-20; 录用日期: 2013-03-06

晶体的研究兴趣主要就是它的全方位带隙<sup>[6-9]</sup>. 为了能够调节带隙的频率, 大多数单负媒质构成的光子晶体要么其单负媒质层厚度或者层间厚度比<sup>[10]</sup>被改变, 要么缺陷层的厚度<sup>[11]</sup>被改变. 在整个光子晶体生产出来以后, 用改变厚度的方法再想调节全方位带隙的位置就显得比较困难.

本文构造了两层电负和磁负媒质交替的一维光子晶体, 其中心插入一层各向异性媒质, 由 Berreman  $4 \times 4$  矩阵法<sup>[12]</sup> 计算该结构的频率特性发现: 旋转中心各向异性层的光轴方向, 零相位能隙的中心频率不变, 缺陷模的频率能够随光轴旋转角度而改变, 缺陷处的隧穿模频率可轻易调节, 且缺陷模的频率对电磁波的入射角度和极化都不敏感, 是一种全向的隧穿模, 这可以制成光波频率可调的单通道窄带滤波器.

## 1 理论分析

由单负媒质构成的缺陷光子晶体结构如图 1, A 层为电负材料 ( $\epsilon < 0, \mu > 0$ ), 厚度为  $d_A$ , B 层为磁负材料 ( $\epsilon > 0, \mu < 0$ ), 厚度  $d_B$ , C 层为空气, 厚度  $d_C$ , D 层为各向异性媒质, 厚度  $d_D$ , 其结构可以表述为:  $(AB)_m ACDCA(BA)_m$ . 左面电磁波入射空间当作为第 0 层, 右边电磁波出射层当作为第  $2n$  层. 缺陷层由两层空气 C 和一层各向异性媒质 D 组成, 媒质 D 有两个光轴属于双轴晶体, 如果把缺陷层用单负材料替代以后与文献<sup>[6]</sup>的结果将完全一致. 但是插入

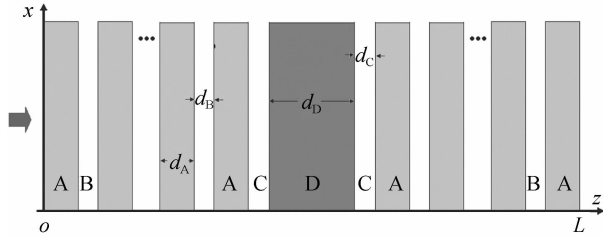


图 1 一维缺陷光子晶体结构(从左到右层数编号为 1, 2, ..., 2n-1, 中心层为第 n 层)

Fig. 1 The schematics of one-dimensional photonic crystal with anisotropic defect

了各向异性介质, 计算电磁场的传输矩阵为 4 阶, 使用 Berreman  $4 \times 4$  矩阵法<sup>[12]</sup>, 假设同一层中的电磁场为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \exp(jk_x x + jk_y y) \mathbf{E}(z) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= \exp(jk_x x + jk_y y) \mathbf{H}(z) \end{aligned} \quad (1)$$

将式(1)代入 Maxwell 方程

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= j\omega \mu(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \\ & j\omega \epsilon(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2)$$

得到电磁场横向分量的微分方程为

$$\frac{\partial \Psi(z)}{\partial z} = jk_0 \mathbf{M} \Psi(z) \quad (3)$$

式中

$$\Psi(z) = (E_x(z), E_y(z), H_x(z), H_y(z))^T \quad (4)$$

$\mathbf{M}$  称为该层媒质的特征矩阵, 为 4 阶方阵, 其中各项为

$$\begin{aligned} M_{11} &= \frac{ck_x \epsilon_{31}}{\omega \epsilon_{33}} + \frac{ck_y \mu_{23}}{\omega \mu_{33}}, \\ M_{12} &= -\frac{ck_x}{\omega} \left( \frac{\mu_{23}}{\mu_{33}} - \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} \right), \\ M_{13} &= -\frac{ck_x k_y}{\omega^2} \frac{1}{\epsilon_{33}} + \frac{c\mu_{23}\mu_{31}}{\omega\mu_{33}} - c\mu_{21}, \\ M_{14} &= -\frac{ck_x^2}{\omega^2} \frac{1}{\epsilon_{33}} + \frac{c\mu_{23}\mu_{32}}{\omega\mu_{33}} - c\mu_{22}, \\ M_{21} &= -\frac{ck_y}{\omega} \left( \frac{\mu_{13}}{\mu_{33}} - \frac{\epsilon_{31}}{\epsilon_{33}} \right), \quad M_{22} = \frac{ck_x}{\omega} \frac{\mu_{13}}{\mu_{33}} + \frac{ck_y}{\omega} \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{33}}, \\ M_{23} &= -\frac{ck_y^2}{\omega^2} \frac{1}{\epsilon_{33}} - \frac{c\mu_{13}\mu_{31}}{\mu_{33}} + c\mu_{11}, \\ M_{24} &= \frac{ck_x k_y}{\omega^2} \frac{1}{\epsilon_{33}} - \frac{c\mu_{13}\mu_{32}}{\omega\mu_{33}} + c\mu_{12}, \\ M_{31} &= -\frac{c\epsilon_{23}\epsilon_{31}}{\epsilon_{33}} + \frac{ck_x k_y}{\omega^2} \frac{1}{\mu_{33}} + c\epsilon_{21}, \\ M_{32} &= -\frac{c\epsilon_{23}\epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} - \frac{ck_x^2}{\omega^2} \frac{1}{\mu_{33}} + c\epsilon_{22}, \\ M_{33} &= \frac{ck_x}{\omega} \frac{\mu_{31}}{\mu_{33}} + \frac{ck_y}{\omega} \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}}, \\ M_{34} &= -\frac{ck_x}{\omega} \left( \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} - \frac{\mu_{32}}{\mu_{33}} \right), \\ M_{41} &= -\frac{c\epsilon_{13}\epsilon_{31}}{\epsilon_{33}} + \frac{ck_y^2}{\omega^2} \frac{1}{\mu_{33}} - c\epsilon_{11}, \\ M_{42} &= -\frac{ck_x k_y}{\omega^2} \frac{1}{\mu_{33}} + \frac{c\epsilon_{13}\epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} - c\epsilon_{12}, \\ M_{43} &= -\frac{ck_y}{\omega} \left( \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} - \frac{\mu_{31}}{\mu_{33}} \right), \quad M_{44} = \frac{ck_y}{\omega} \frac{\mu_{32}}{\mu_{33}} + \frac{ck_x}{\omega} \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} \end{aligned}$$

$k_x$  是  $x$  方向的传播常量,  $k_y$  为  $y$  方向的传播常量,  $\omega$  是电磁波角频率,  $\epsilon$  是该层媒质的介电常量,  $\mu$  为该层媒质的磁介常量,  $\epsilon$  和  $\mu$  都可能是张量或者为负数甚至为 0. 如果  $\mathbf{M}$  的四个特征值为  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ , 则传输矩阵为

$$\Gamma(z, z_0) = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4] \mathbf{P} [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4]^{-1} \quad (5)$$

式中 4 阶方阵  $\mathbf{P}$  主对角线元素为  $P_{mm} = \exp[jk_0 \lambda_n (z - z_0)] (m = n)$ , 其它元素全为 0,  $\varphi_n$  是特征矩阵  $\mathbf{M}$  第  $n$  个特征值  $\lambda_n$  的特征向量, 则第  $m$  层坐标为  $z$  处的电磁场可以表述为

$$\Psi_m(z) = \Gamma_m(z, z_m) \Gamma_{m-1} \Gamma_{m-2} \cdots \Gamma_1 \Psi_1(0) \quad (6)$$

$z_{m-1}$  是  $m-1$  层左界面所处的坐标, 把入射场, 反射场和通过光子晶体的透射场表达式为

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ r_y E_y \\ r_x E_x \end{bmatrix}, \quad \Psi_r = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ -r_y R_y \\ -r_x R_x \end{bmatrix}, \quad \Psi_t = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ r_y T_y \\ r_x T_x \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中  $R_x$  为反射波电场的  $x$  分量,  $R_y$  为反射波电场的  $y$  分量,  $T_x$  为透射波电场的  $x$  分量,  $T_y$  为透射波电场的  $y$  分量,  $r_x = \frac{(k^2 - k_y^2)\omega\epsilon}{k^2 k_z}$ ,  $r_y = -\frac{(k^2 - k_x^2)\omega\epsilon}{k^2 k_z}$ ,

第 0 层入射场和第  $2n$  层透射场的关系为

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ r_y T_y \\ r_x T_x \end{bmatrix} = \Gamma(z_{2n}, 0) \begin{bmatrix} E_x + R_x \\ E_y + R_y \\ r_y E_y - r_x R_y \\ r_x E_x - r_y R_x \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中总传输矩阵  $\Gamma(z_{2n}, 0) = \prod_{i=1}^{2n} \Gamma(z_{i+1}, z_i)$ , 由方程组(8)可以解出反射以及透射分量与入射量之间的关系, 从而得到光子晶体中任何位置的场与入射场之间的关系. 各向异性媒质层 D 在主轴坐标系 O-XYZ 下的介电张量为

$$\boldsymbol{\epsilon}' = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

如果将主轴坐标系下的介电张量变换到实验室

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \gamma - \cos \beta \sin \gamma \sin \alpha & -\sin \alpha \cos \gamma - \cos \beta \sin \gamma \cos \alpha & \sin \beta \sin \gamma \\ \cos \alpha \sin \gamma + \cos \beta \cos \gamma \sin \alpha & -\sin \alpha \sin \gamma + \cos \beta \cos \gamma \cos \alpha & -\sin \beta \cos \gamma \\ \sin \beta \sin \alpha & \sin \beta \cos \alpha & \cos \beta \end{bmatrix}$$

并定义反射系数和透射系数分别为

$$r = \frac{zR_i}{zS_i}, t = \frac{zS_t}{zS_i} \quad (10)$$

式中  $\mathbf{S} = 1/2\text{Re}\{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*\}$  是 Poynting 矢量, 角标  $i, r, t$  分别代表入射、反射和透射分量.

## 2 数值计算

假设入射电磁波为平行极化波, 入射角为  $\theta$ . 先让入射角为 0, 单负媒质层的参量选择和文献[6]一致, 其中 A 媒质的相对电介常量和相对磁介常量分别为

$$\epsilon_A = \epsilon_a - \frac{W_{e0}^2}{\omega^2}, \mu_A = \mu_a \quad (11)$$

B 媒质的相对电介常量和相对磁介常量分别为

$$\epsilon_B = \epsilon_b, \mu_B = \mu_b - \frac{W_{m0}^2}{\omega^2} \quad (12)$$

我们选择 AB 单元的重复数  $m = 6$ ,  $\epsilon_a = \mu_b = 1$ ,  $\mu_a = \epsilon_b = 3$ ,  $W_{e0}$  和  $W_{m0}$  分别是常量, 且  $W_{e0} = W_{m0} = 10 \text{ GHz}$ ,  $d_A = 12 \text{ mm}$ ,  $d_B = 6 \text{ mm}$ , 为了各向异性媒质更容易旋转, 增加了空气层 C,  $d_C = 0.1 \text{ mm}$ , 各向异性层在主轴坐标系下的相对电介张量为

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} 2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 3.45^2 & 0 \\ 0 & 0 & 10.9^2 \end{bmatrix}$$

坐标系  $o-xyz$  下, 使用的欧拉变换规则如图 2. 固化在各向异性媒质上的主轴坐标系 O-XYZ 先与  $o-xyz$  重合, 绕  $z$  轴旋转  $\gamma$  角, 再沿  $x$  轴旋转  $\beta$  角, 最后绕  $z$  轴旋转  $\alpha$  角得到 O-XYZ 的新位置.

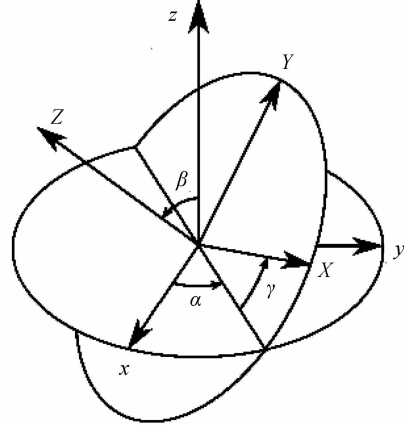
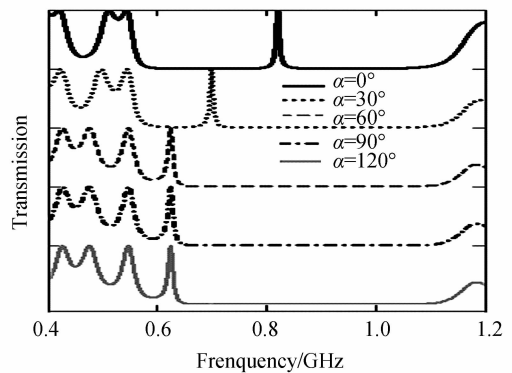


图 2 欧拉变换定义图

Fig. 2 Definition of Euler transformation

在实验室坐标系下, 各向异性媒质的介电张量变为  $\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{T}\boldsymbol{\epsilon}'\mathbf{T}^{-1}$ , 其中  $\mathbf{T}$  是坐标变换矩阵, 且

即 X 方向的主折射率为 2, Y 方向的主折射率为 3.45, Z 方向的主折射率为 10.9, 把主轴 Z 旋转到实验室坐标的  $o-xy$  平面, 即  $\beta = 90^\circ$ , 然后沿  $z$  轴旋转一周, 以  $30^\circ$  为一步长, 即  $\alpha$  每隔  $30^\circ$  计算一次光子晶体的透射谱, 如图 3. 图 3 的透射谱表明: 光子晶体的缺陷模频率随着 OZ 轴与  $ox$  轴的夹角改变, 在每个半周 ( $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ), 缺陷模的频率从 0.818 GHz 到 0.621 GHz 再回到 0.818 GHz 完成一个周期的变化. 在 0.566 GHz 到 1.133 GHz 的零相位能隙中<sup>[6]</sup> 出现缺陷模, 并且缺陷模的频率可以通过旋转双轴晶体的主轴调节, 这对于可调的单通道滤波器具有特别的优势. 如果中间的缺陷层是常规各向同性媒质, 那么, 随着缺陷层厚度的变化, 缺陷模的频率将不断的改变. 这相当于由中间缺陷层厚度决定



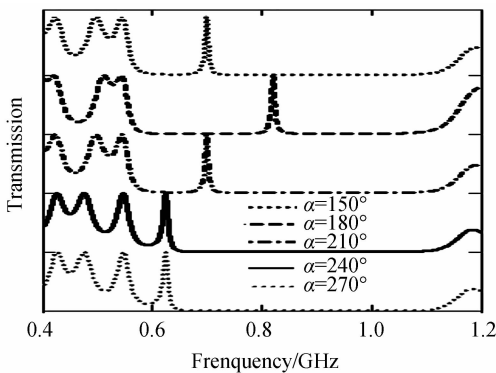


图3 旋转双轴晶体光子晶体的缺陷模频率可调  
Fig. 3 Vary the frequency of defect mode by tuning the angle between principal plane of crystal and x-axis  
谐振腔的长度,从而控制谐振电磁波的频率. 换作各向异性层以后,各向异性层中电磁波发生双折射,因为光轴的旋转导致电磁波的折射率不同,与改变谐振腔长度有相同的作用,所以谐振频率发生改变.但是,旋转各向异性媒质比改变媒质的厚度要更加方便.

接下来,固定旋转角度 $\alpha$ ,例如让 $\alpha=30^\circ$ ,改变入射角 $\theta$ ,光子晶体的透射谱如图4.

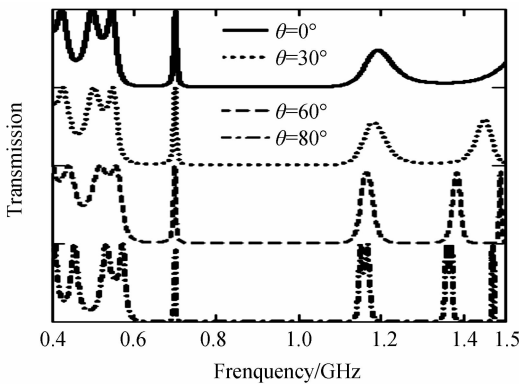


图4 改变入射角度缺陷模的频率不变  
Fig. 4 The frequency of defect mode is constant with varying of the incident angle

在其他任意入射角度下,重新对光子晶体的透射谱进行计算表明:入射角度的大小几乎不影响缺陷模的频率.

### 3 结论

本文给出了单负媒质组成的一维光子晶体中夹有常规媒质缺陷的新型结构,作为中心缺陷的各向

异性媒质属于双轴晶体,由 Berreman $4 \times 4$  矩阵法计算该结构的透射谱发现:调节双轴晶体主轴围绕实验坐标系 $z$ 轴的旋转角度可以改变缺陷模频率的大小,并且该缺陷模的频率不随入射角度的变化而改变,这种新的效应可以制成单通道的窄带可调全向滤波器.

#### 参考文献

- [1] ELACHIC C. Waves in active and passive periodic structures: A review[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1976, **64**(12): 1666-1698.
- [2] YABLONOVITCH E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. *Physical Review Letters*, 1987, **58**(20): 2059-2062.
- [3] JOHN S. Strong localization of Photonic in certain disordered dielectric superlattices[J]. *Physical Review Letters*, 1987, **58**(23): 2486-2489.
- [4] ZHANG Z, SATPATHY S. Electromagnetic wave propagation in periodic structures: Bloch wave solution of Maxwell's equations[J]. *Physical Review Letters*, 1990, **65**(21): 2650-2653.
- [5] RICARDO M, FERRAN M, MARIO S. Metamaterials with negative parameters theory, design, and microwave applications[M]. Wiley-Interscience A John Wiley & Sons. Inc. Publication, 2007, 234-260.
- [6] JIANG H T, CHEN H, LI H Q, et al. Properties of one-dimensional photonic crystals containing single-negative materials[J]. *Physical Review E*, 2004, **69**(6): 066607-1-066607-5.
- [7] WANG L G, CHEN H, ZHU S Y. Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals with single-negative materials[J]. *Physical Review B*, 2004, **70**(24): 245102-1-245102-6.
- [8] CHEN Y H, DONG J W, WANG H Z. Omnidirectional resonance modes in photonic crystal heterostructures containing single-negative materials [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2006, **23**(10): 2237-2240.
- [9] LU X D, LUN S X, CHI F, et al. Designing one-dimensional photonic crystal filters by irregularly changing optical thicknesses[J]. *Optical Engineering*, 2012, **51**(3): 034601-1-034601-7.
- [10] DENG X H, LIU J T, YUAN J R, et al. Tunable bandpass filters based on one-dimensional bilayer period structure composed of single-negative materials [J]. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 2012, **85**(7): 232-236.
- [11] CHEN Y H, DONG J W, WANG H Z. Twin defect modes in one-dimensional photonic crystals with a single-negative material defect[J]. *Applied Physics Letters*, 2000, **89**(14): 141101-1-141101-3.