Jun. 25 2013 Vol. 34 No. 6 1347-1355 ISSN 1000-6893 CN 11-1929/V

http://hkxb. buaa. edu. cn hkxb@buaa. edu. cn

doi: 10.7527/S1000-6893.2013.0235

# 基于优化 Kriging 模型和重要抽样法的 结构可靠度混合算法

刘瞻1,张建国1,\*,王灿灿1,谭春林2,孙京3

- 1. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院,北京 100191
- 2. 中国空间技术研究院 北京空间飞行器总体设计部,北京 100094
- 3. 北京卫星制造厂,北京 100094

摘 要:结构可靠度分析计算通常采用多项式响应面拟合隐式极限状态函数,但对于复杂航空航天机械结构产品极限状态方程往往表现出高度非线性,此时多项式响应面的模拟精度不够就会造成计算不收敛。为了提高结构可靠度计算的精度、效率和收敛性,提出了基于优化 Kriging 模型和重要抽样法的结构可靠度计算方法。首先,利用人工蜂群算法对 Kriging 模型的参数进行优化;再用优化后的模型模拟隐式极限状态函数,结合重要抽样法不断修正抽样重心,逐步提高模拟精度以达到给定要求;最后,结合一阶矩法(FORM)/二阶矩法(SORM)经典算法求解结构可靠度。该方法提高了高度非线性隐式极限状态方程可靠度计算的精度和收敛性,并且具有较高的计算效率。

关键词:结构可靠度; Kriging 模型; 重要抽样法; 函数拟合; 人工蜂群算法; 参数优化

中图分类号: V215.7

文献标识码:A

文章编号: 1000-6893(2013)06-1347-09

蒙特卡罗(MC)仿真方法常常用于可靠度分析计算,对于复杂的有高可靠度要求的航空航天机械结构,蒙特卡罗方法抽样样本量太大,仿真计算效率太低。而一阶矩法(FORM)和二阶矩法(SORM)等经典解析算法又不能解决隐式状态函数问题<sup>[1]</sup>。响应面法(RSM)虽然是解决计算隐式极限状态函数可靠度问题的主要方法,但是经典的二次多项式响应面不能够有效地真实逼近高度非线性极限状态函数曲面,此时可靠度计算的精度和收敛性无法保证<sup>[2-3]</sup>。

高度非线性极限状态函数的拟合一直是机械结构可靠度仿真计算领域的研究热点<sup>[4]</sup>,主要有神经网络模型、Kriging模型<sup>[3]</sup>和支持向量机模型等。Kriging模型相比于其他传统的插值技术,

有两方面的优点:①Kriging 模型基于已知信息进行动态构造,即只使用估计点附近的某些信息,而不是所有的信息,模拟未知信息;②Kriging 模型同时具有局部和全局的统计特性,这个性质使得 Kriging 模型可以分析已知信息的趋势和动态[5]。

随着 Kriging 模型逐步应用于结构可靠度计算,研究者发现如果无法找到 Kriging 模型参数的最优值,Kriging 模型方法的精度并不比二次响应面法高<sup>[6]</sup>。因此,本文提出应用人工蜂群(ABC)算法来寻找 Kriging 模型的全局最优参数,以提高 Kriging 模型的模拟精度;再结合重要抽样方法,使得抽样效率大大提高,并通过迭代算法不断寻找真实的验算点位置,以最小的抽样点

收稿日期: 2012-07-24; 退修日期: 2012-10-15; 录用日期: 2013-01-03; 网络出版时间: 2013-01-09 11:16

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11. 1929. V. 20130109. 1116. 008. html

基金项目: 国家"973"计划(2013CB733000)

\* 通讯作者 . Tel.: 010-82338356 E-mail: zjg@buaa.edu.cn

引用格式: Liu Z, Zhang J G, Wang C C, et al. Hybrid structure reliability method combining optimized Kriging model and importance sampling. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(6): 1347-1355. 刘瞻,张建国,王灿灿,等.基于优化 Kriging 模型和重要抽样法的结构可靠度混合算法.航空学报, 2013, 34(6): 1347-1355.

(1)

数量获取规定的计算精度,提高计算效率。

# 1 Kriging 模型的优化

#### 1.1 原始模型

Kriging 模型假设系统的响应值是一个随机过程函数 y(x),由一个回归模型和一个随机误差组成[7-8],即

$$y(x) = \sum_{j=1}^{p} \beta_j f_j(x) + z(x) = f^{T}(x)\beta + z(x)$$

式 中:  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \cdots \ \beta_\rho]^T$ ;  $\boldsymbol{f}(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ \cdots \ f_\rho(x)]^T$ ;  $\boldsymbol{z}(x)$  为随机误差,服从正态分布  $N(0,\sigma^2)$ , 但是协方差非零。  $\boldsymbol{z}(x)$  不独立但同分布,这是 Kriging 模型与响应面法最主要的不同点。 $\boldsymbol{z}(x)$  有如下特性:

$$\begin{cases} E(z(x)) = 0 \\ \operatorname{Var}(z(x)) = \sigma^2 \\ \operatorname{cov}(z(\omega)z(x)) = \sigma^2 R(\theta; \omega, x) \end{cases}$$
 (2)

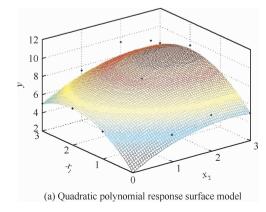
式中:  $R(\theta; \boldsymbol{\omega}, x)$  为相关方程,  $\theta, \boldsymbol{\omega}, x \in \mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{R}^n$  为 n 维实向量。

本文采取高斯相关方程,即

$$\begin{cases} R(\theta; \boldsymbol{\omega}, x) = \sum_{j=1}^{n} R_{j}(\theta; \boldsymbol{\omega}_{j} - x_{j}) = \\ \exp\left(-\sum_{j=1}^{n} \theta_{j} d_{j}^{2}\right) \\ d_{j} = \boldsymbol{\omega}_{j} - x_{j} \end{cases}$$
(3)

令 S 为观测点集合, $S = [s_1 \quad s_2 \quad \cdots \quad s_m]^T$ , $s_i \in \mathbf{R}^n (n = 1, 2, \cdots, m)$ ; $\mathbf{R} = [R_k]_{n \times m}$  为 S 中点的相关矩阵, $R_k = R(\theta; s_i, s_k)$ , $i, k = 1, 2, \cdots, m$ 。

图 1 为对三维曲面函数  $y = 2 + 4x_1 + 4x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 2\sin(2x_1)\sin(2x_2)$  均匀产生 16 组样本



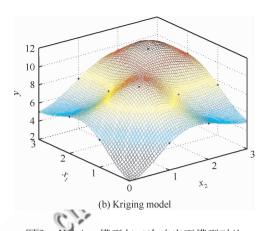


图 1 Kriging 模型与二次响应面模型对比
Comparison of Kriging model and quadratic polyno

Fig. 1. Comparison of Kriging model and quadratic polynomial response surface model

点 (m,n),m,n=0,1,2,3,并在此基础上分别构建二次多项式响应面模型和 Kriging 模型的对比,图中黑点为抽样数据点,明显可以看出,Kriging 模型的拟合精度上要远远高于二次多项式响应面模型。

# 1.2 人工蜂群算法

人工蜂群算法是 2005 年由 Dervis Karaboga 受蜜蜂的智能行为激发而提出来的。作为一种优化算法,它提供了一种基于种群的搜索过程。在人工蜂群算法中,蜜源的位置代表了优化问题中一个可能的解,花蜜的多少代表了相应的解的质量或适合度。一个人工蜂群由 3 部分组成:采蜜蜂、跟随蜂和侦查蜂。采蜜蜂的数量  $N_s$ 。等于跟随蜂的数量  $N_s$ ,且都等于解的数目  $N_s$ 。每个解都是一个 D 维向量,其中 D 代表了需优化的参数个数。在算法中,有 3 个控制参数:  $N_s$ 、极限值limit 和最大循环次数(MCN)[ $^{19}$ ]。

首先,算法随机产生初始群体即N。个解 $\{X_1,X_2,\cdots,X_{N_s}\}$ ,设定 limit 和MCN。经初始化后,蜜蜂开始进行循环搜索:每个采蜜蜂从解的邻域搜索新的解,采用贪婪选择法,如果新解的适合度比旧解的适合度大,则采蜜蜂忘记旧解,记住新解。计算这些解的可能值 $J_i$ ,跟随蜂再根据这些解的可能值和采蜜蜂所记住的解在邻域搜索新的解,同样采用贪婪选择法。如果得到的最新的某个解不能再被更新(更新失败的次数超过 limit),那么这个解就会被低蠢蜂遗弃,用新的解所

代替。如此循环至最大循环次数,每个循环中只 设定一个侦查蜂[10]。

### 1.3 基于人工蜂群算法的 Kriging 模型

利用人工蜂群算法[4] 寻找 Kriging 模型中的 最优变异函数参数  $\theta$ ,使优化后的模型兼有 Kriging模型的泛化映射能力和人工蜂群算法的全局 迭代及局部搜索特点[11]。具体步骤如下:

- ① 建立一个基本的 Kriging 模型。
- ② 初始化人工蜂群算法的参数,包括蜂群的 大小 N<sub>c</sub>、N<sub>c</sub>、N<sub>o</sub>、N<sub>s</sub>、limit、MCN 和 D 维初始解  $X_{i}(i=1,2,\cdots,N_{s})_{o}$ 
  - ③ 计算每个解的适合度值 fit,,即

$$fit_i = \begin{cases} \frac{1}{1+f_i} & f_i \geqslant 0\\ 1+abs(f_i) & f_i < 0 \end{cases}$$

式中:  $f_i$  为第 i 个解的目标函数值; abs 几何平均值。

④ 采蜜蜂根据当前记忆解搜索新的解

$$v_{ij} = x_{ij} + \varphi_{ij} \left( x_{ij} - x_{kj} \right) \tag{5}$$

 $v_{ij} = x_{ij} + \varphi_{ij} (x_{ij} - x_{kj})$  (5) 式中:  $k \in \{1, 2, \dots, N_k\}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $k \equiv$ 取与 i 不同的值;  $\varphi_{ii}$  为[-1,1]之间的随机数。 采蜜蜂采用贪婪选择法,如果新解的适合度值比 旧解的适合度值大,则记下新解并更新旧解,否则 旧解的更新失败次数加1。

⑤ 计算各解的可能值

$$J_i = \frac{\operatorname{fit}_i}{\sum_{i=1}^{N_{\mathrm{s}}} \operatorname{fit}_i}$$

跟随蜂根据这些可能值从现 索新的解。

⑥ 如果解 X, 的更新失败次数超过了预先设 定的极限值,那么就说明这个解不能再被优化,须 将它舍弃,用式(7)产生的新解替代,即

 $X_i = X_{\min} + (X_{\max} - X_{\min}) \operatorname{rand}(0,1)$ 式中: $X_{max}$ 和  $X_{min}$ 分别为更新过程中的最大值和 最小值。

- ⑦ 如果迭代次数大于最大循环次数,则训练 结束。否则,返回步骤④。
  - ⑧ 将得到的最优解代入 Kriging 模型。

利用 MATLAB 中的 DACE[12-13] (Design and Analysis of Computer Experiments)工具箱

函数[dmodel, perf] = dacefit (S, Y, regr, corr,theta0)建立基本 Kriging 模型,并在此基础上应 用人工蜂群算法对参数进行优化,形成函数  $\lceil dmodel, perf \rceil = dacefitabc (S,Y, regr, corr)$ 来建立优化后的 Kriging 模型[14]。通过仿真计 算,人工蜂群算法可在 40 次循环左右找到最优  $\theta$ 值,如图2所示。

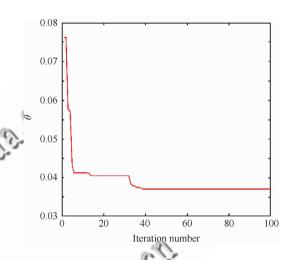


图 2 MATLAB 中 θ 的优化过程

Fig. 2 Optimization process of  $\theta$  in MATLAB

用优化前后的 Kriging 模型对函数  $y = \sin x$ 合,选取样本点为  $\left(\frac{i\pi}{5},\sin\frac{i\pi}{5}\right)$ , i=2, ,6,结果如图3所示。

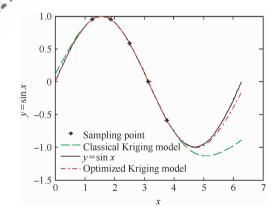


图 3 优化前后 Krging 模型对正弦函数的拟合 Fig. 3 Sine function fitting of Krging model before and after optimization

由图 3 可以看出优化后的 Kriging 模型在抽 样点外的拟合精度有明显提高。

以 1.1 节中的多峰函数为例对优化前后 Krig-② 航空学报编辑部 http://hkxb.buaa.edu.cn ing 模型的精度进行比较分析,样本点不变,为了观察样本点外的拟合精度,扩大图像的显示范围到 [一1,3],结果如图 4 所示。从图中可以看出,在样本点内部,优化后模型拟合效果稍优于原始模型,但在信息较少的外部区域优化效果则相当明显。

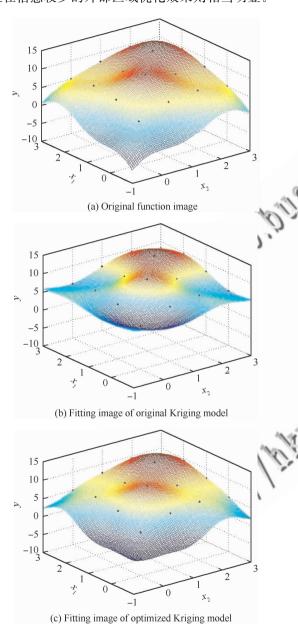


图 4 优化前后 Kriging 模型拟合效果对比 Fig. 4 Fitting effect comparison of Kriging model before and after optimization

在区域内随机抽取 100 个点进行方差对比:  $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n (y-y')^2 , \\ \text{其中} y 为原函数值, y' 为模$ 

型的预测值,结果如表1所示。

表 1 拟合方差比较

Table 1 Comparison of fitting variance

Parameter	Original model	Optimized model
$\sigma^2$	7.252 3	0.3640

从表 1 可以看出优化后模型的拟合方差远小于原始模型,可知模型的精度有较大提高。

# 2 混合可靠度算法

#### 2.1 基本流程

通过第1节分析,提出一种优化 Kriging 模型与重要抽样法相结合的可靠度算法,利用优化后的 Kriging 模型在函数模拟上的精度以及重要抽样法在抽样效率上的优势,研究一种针对隐式状态函数的高效高精度可靠度算法,具体流程如图 5 所示。

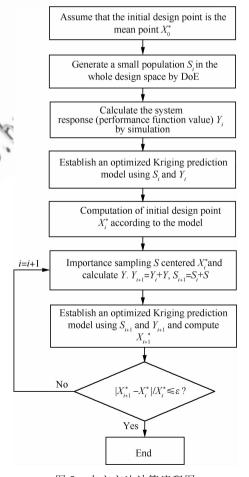


图 5 本文方法计算流程图

Fig. 5 Flow chart of the proposed method ⓒ 航空学报编辑部 http://hkxb.buaa.edu.cn

混合可靠度算法,具体步骤如下:

**步骤 1** 假定初始验算点为  $X_0^*$  ,一般第 1 步用均值点来进行计算。

步骤 2 以验算点为中心进行重要抽样,获得样本点 S。抽样密度函数可根据问题复杂程度进行选取,对较为简单的结构,一般选取正态函数。

步骤 3 将 S 与之前的样本点合并成  $S_i$ ,通过数值分析等方法(如有限元)计算系统响应  $Y_i$ 。

步骤 4 以  $S_i$  和  $Y_i$  为样本建立优化 Kriging 模型,利用 DACE 工具箱可求出模型对每个变量的梯度,结合一次二阶矩法求解新的验算点  $X_i^*$ 。

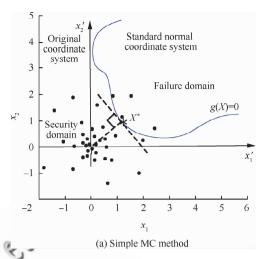
步骤 5 计算  $X_i^*$  和  $X_{i-1}^*$  之间的距离是否满足规定的精度误差  $\varepsilon$  要求。如满足,停止迭代,计算系统可靠度和失效率等指标;如不满足,重复步骤  $2\sim$ 步骤 5, i=i+1,直至达到精度要求为止。

#### 2.2 样本点选择

结构可靠度分析目前主要基于两态性的假设,即结构要么正常要么失效。因此可靠度的计算只关注结构状态函数在抽样点处的值是大于零还是小于零,与其绝对值大小无关。而极限状态面正是区分状态函数正负的临界面,验算点是极限状态面上最易失效的临界点,这就使得响应面在极限状态面尤其是验算点附近的拟合精度尤为重要。

常规的抽样方法,如拉丁抽样和均匀抽样等 方法只关注了抽样点之间的相对位置,而没有考 虑样本点的整体位置,这样在随机变量整个定义 域内无中心点的抽样方式会使大部分样本点落入 安全域内,失效样本过少,效率太低。

重要抽样法通过改变抽样重心,可使抽样区域整体移向失效域,使样本点落人失效域的概率大大增加,提高了抽样效率和结果的可信度。图 6显示了简单 MC 抽样与重要抽样法抽样中心的变化。图 6(a)为简单 MC 抽样,单纯以参数的统计分布进行抽样,使得样本点大部分落于安全域内,抽样效率低,这种缺点在可靠性较高的产品上更为明显;而图 6(b)中重要抽样方法将抽样中心移至验算点 p,使样本点落人失效域的概率大大增加,提高了抽样效率。



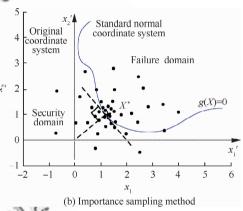


图 6 简单 MC 法与重要抽样法的比较 Fig. 6 Comparison of simple Monte Carlo and importance sampling methods

利用中心正态重要抽样方法,每次抽样中心选为上次迭代计算的验算点处,抽样密度函数为正态分布函数。这样随着循环计算的进行,验算点越来越精确,抽样中心也会逐步移向真实验算点,使得抽样点以真实验算点为中心正态分布,构造的相应的 Kriging 模型在验算点附近的拟合精度也会很高,从而提高可靠度计算精度<sup>[4.15]</sup>。

#### 2.3 可靠度计算

将每次循环中的抽样点数据输入有限元分析 工具,分析系统响应,然后根据输入和相应建立的 Kriging 模型代替结构极限状态方程,计算其对 各随机变量的梯度,再根据经典的 FORM 法求单 次循环中的验算点和可靠度指标,与上次循环的 计算结果相比较,如果误差较大,则继续循环迭 代,如果误差小于给定值,则循环结束,输出结果。由于 FORM 法本身存在误差,为避免误差累积,可在最后一次循环的 Kriging 模型上用 MC 方法大量抽样计算系统失效概率。

#### 3 数值算例

通过两个例子来比较本文提出方法与传统的蒙特卡罗法、一次二阶矩法以及二次响应面法在精度和效率方面的差别,为了便于比较,选取显式的极限状态方程进行计算。

#### 3.1 算例 1

某结构的状态函数为  $Z = g(x_1, x_2) = x_1 x_2 - 1500$ ,  $x_1$  和  $x_2$  均服从正态分布,  $\mu_{x_1} = 38$ ,  $\mu_{x_2} = 54$ ,  $\sigma_{x_1} = 3.8$ ,  $\sigma_{x_2} = 2.7$ 。

为比较每次抽样个数对计算结果的影响,对 不同抽样个数分别进行仿真计算,结果如表 2 所示[16-17]。

表 2 不同抽样个数的计算结果[16-17]

Table 2 Calculation results of different sampling points<sup>[16-17]</sup>

Sampling point	Cycle	Total point	Reliability index $\beta$	Design point $x_1^*$	Design point $x_2^*$	$g(x_1^*, x_2^*)$
8	7	56	2. 475	29. 217	51.339	-0.028
10	6	60	2.477	29.208	51.359	0.093
12	4	48	2.479	29.214	51.344	-0.036
15	4	56	2.476	29.214	51.345	-0.007

从结果来看,每次抽样点个数为 12 时总抽样 个数最少及在满足精度要求条件下的计算效率最 高,但不同个数的差别并不是很大,而且总的抽样 点越多其结果的精度相对越高,所以实际计算时 要依据精度要求进行权衡,一般取 12 个即可。

算例1不同方法的计算结果[18]如表3所示。

表 3 算例 1 计算结果对比

Table 3 Calculation results comparison of Example 1

Method	Cycle	Sample point	β	$x_1^*$	x	Failure probability/ $10^{-3}$
MC simulation	Kin	$10^{6}$			3 C.	6.3
FORM	6		2.482 7	29. 195	51. 372	6.5
Classical RSM	13	65	2.3924	29. 153	50.049	8. 3
Classical Kriging model	3	36	2. 475 1	29, 247	51.092	6.7
Proposed method	3	36	2. 479 5	29. 214	51. 344	6.5

#### 3.2 算例 2

所示。

系统的状态函数定义为  $Z = g(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1.016 \times \sqrt{\frac{x_1 x_3^2}{x_2 x_4^4}} - 360, x_1, x_2, x_3$  和  $x_4$  相互独立且服从正态分布,均值和标准差如表 4

算例2不同方法的计算结果如表5所示。

表 4 算例 2 参数统计特性

Table 4 Parameter statistical properties of Example 2

Variable	Distribution	Mean value	Standard deviation
$x_1$	Normal	$10^{6}$	$10^{6}$
$x_2$	Normal	$2.5 \times 10^{-4}$	$2.5 \times 10^{-5}$
$x_3$	Normal	0.98	0.098
$x_4$	Normal	20	8

表 5 算例 2 计算结果对比

Table 5 Calculation results comparison of Example 2

Method	Cycle	Sample point	β	$x_1/10^7$	$x_2/10^{-3}$	$x_3$	$x_4$	Failure probability/ $10^{-3}$
MC simulation		106						332.8
FORM	5		0.432 9	9.9687	2.507 8	0.9739	23.4088	332.5
Classical RSM	18	162	0.5367	8.6527	3.8629	1.348 1	15.324 8	295.7
Classical Kriging model	6	72	0.4016	11.534 0	2.768 3	0.9597	21.166 2	344.0
Proposed method	4	48	0.429 1	10.5310	2.386 2	0.9643	23.364 0	333.9

#### 3.3 空间对接锁

某航天对接锁结构如图 7 所示,锁钩钩面承受一定的纵向载荷,对其进行强度可靠性分析。

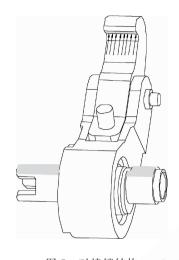


图 7 对接锁结构

Fig. 7 Structure of docking hook

图 8 为锁钩所受的约束和载荷情况,锁钩材料为钛棒 TB2 时效 60 GB/T2965-96,弹性模量 E=117 GPa,抗拉强度  $\sigma_{0}=1$  373 MPa,屈服极限  $\sigma_{0,2}=1$  273 MPa。假设 E 和  $\sigma_{b}$  的变异系数均为 0.01,载荷 P 的变异系数为 0.1,均为正态分布。各变量取均值时的应力云图如图 9 所示,其值  $\sigma_{max}=873.31$  MPa。考虑 E、屈服极限  $\sigma_{0,2}$  和 P 对最大应力有较大影响。

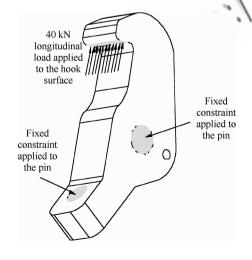


图 8 锁钩约束与载荷分布

Fig. 8 Docking hook constraints and load distribultion

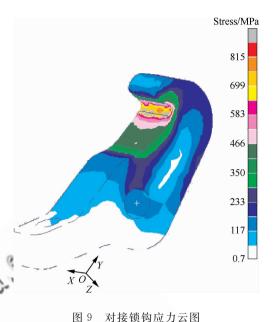


Fig. 9 Stress contour of docking hook

首次抽样 12 个点的分析结果如表 6 所示。 首次抽样的最大应力均超过材料屈服极限,表明 验算点离均值点较远,结构失效概率较低。通过 首次样本建立优化的 Kriging 模型,结合 FORM 法求得验算点  $x_1$  为(119.77,1241.5,51.354),以  $x_1$  为中心重新抽样,重复上述过程,经过 5 次 循环达到收敛条件:相对误差小于 0.001,5 次计 算的验算点在表 7 中列出[19]("\*"表示验算)。

表 6 首次抽样点及计算结果

Table 6 The first sampling points and their computation

re	suits			
Number	E/GPa	σ <sub>0.2</sub> /MPa	P/kN	$\sigma_{\rm max}$ /MPa
1	117.20	1 262.4	42.760	905.67
2	116.78	1 276.7	43.262	928.08
3	117.85	1 256.0	42.847	906.26
4	116.31	1 282.1	45.161	963.83
5	119.55	1 293.7	42.674	917.04
6	116.84	1 264.2	44.763	957.60
7	117.13	1 283.9	35.190	789.28
8	118. 24	1 289.0	39.920	876.14
9	117.07	1 252.7	39.373	871.21
10	116.89	1 254.7	33.583	742.87
11	115.48	1 280.3	41.029	875.53
12	117.24	1 267.9	35.774	793.60
	Number  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	1 117. 20 2 116. 78 3 117. 85 4 116. 31 5 119. 55 6 116. 84 7 117. 13 8 118. 24 9 117. 07 10 116. 89 11 115. 48	Number $E/\text{GPa}$ $\sigma_{0.2}$ /MPa           1         117. 20         1 262. 4           2         116. 78         1 276. 7           3         117. 85         1 256. 0           4         116. 31         1 282. 1           5         119. 55         1 293. 7           6         116. 84         1 264. 2           7         117. 13         1 283. 9           8         118. 24         1 289. 0           9         117. 07         1 252. 7           10         116. 89         1 254. 7           11         115. 48         1 280. 3	Number $E/\text{GPa}$ $\sigma_{0.2}$ /MPa $P/\text{kN}$ 1         117. 20         1 262. 4         42. 760           2         116. 78         1 276. 7         43. 262           3         117. 85         1 256. 0         42. 847           4         116. 31         1 282. 1         45. 161           5         119. 55         1 293. 7         42. 674           6         116. 84         1 264. 2         44. 763           7         117. 13         1 283. 9         35. 190           8         118. 24         1 289. 0         39. 920           9         117. 07         1 252. 7         39. 373           10         116. 89         1 254. 7         33. 583           11         115. 48         1 280. 3         41. 029

C 航空学报编辑部 http://hkxb.buaa.edu.cn

表 7 每次循环中的验算点坐标
Table 7 Design point coordinates of each cycle

Cycle	E*	σ <sub>0</sub> *. 2	P *	β
1	119.77	1 241.5	51.354	3. 214 7
2	119.24	1 233.7	53.694	3.575 2
3	119.33	1 231.5	53.661	3.5748
4	119.34	1 231.9	53.664	3.5749
5	119.35	1 231.8	53.664	3.5749

本文所提方法与经典 RSM 方法和原始 Kriging 模型方法的结果对比如表 8 所示。

表 8 各方法计算结果对比
Table 8 Calculation results comparison of different methods

Method	Cycle	Sample point	β
Classical RSM	Does not converge		0.0
Classical Kriging model	9	108	3. 378 4
Propose method	5	60	3. 574 9
Method	W. Carlot	5.1	Failure probability/ 10 <sup>-4</sup>
Classical RSM	1		
Classical Kriging model	(119.73, 1 232.	6, 53.241)	3.5
Propose method	(119.35, 1 231.	8, 53.664)	1.7

# 3.4 结果分析

从3个算例的结果可以看出,优化后的 Kriging 模型能有效地拟合未知极限状态函数,对于显示函数,其计算结果与 MC 仿真非常接近,精度和效率明显高于经典的 RSM 方法,比原始的 Kriging 模型也有较大提高,而且可以发现,这种差别在非线性程度较高的算例 2 中更为明显。对于隐式函数,由于 MC 仿真计算量过大,难以与其进行对比。但在效率和收敛速度上,本文提出的方法也明显优于经典 RSM 和未进行优化的 Kriging 模型。

# 4 结 论

1)结合优化后的 Kriging 模型和重要抽样方法,模型在真实验算点周围的拟合精度有较大提高,从而可提高可靠度的计算精度。

- 2) 在循环迭代策略上进行优化,使每一次循环抽样点都叠加到之前的样本点集合中,共同建立 Kriging 模型,使样本点逐渐增多并向真实验算点处靠拢,在满足结果精度要求的条件下使得总抽样点量最小,而抽样点信息得到最大化利用,提高了样本利用效率。
- 3)通过实例计算表明,该方法在精度上接近 MC 仿真方法,明显高于二次响应面法,效率上也有 较大提高,收敛速度较快,有一定的工程应用价值。

# 参考文献

- [1] Melchers R E. Structural reliability analysis and predictions. New York: Wiley, 1999: 124-156.
- [2] Nowak A S, Collins K R. Reliability of structures. Boston: McGraw-Hill, 2000; 32-35.
- [3] Faravelli L. Response surface approach for reliability analysis. Journal of Engineering Mechanics, 1989, 115(12): 2763-2781.
- [4] Zhang J G, Su D, Liu Y W. Reliability analysis and optimization of mechanical products. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007; 29-115. (in Chinese) 张建国,苏多,刘英卫. 机械产品可靠性分析与优化. 北京:电子工业出版社、2007; 29-115.
- [5] Jiang S H, Li D Q, Phoon K. A comparative study of response surface method and stochastic response surface method for structural reliability analysis. Engineering Journal of Wuhan University, 2012, 45(1): 46-53. (in Chinese)
  - 蒋水华,李典庆,方国光. 结构可靠度分析的响应面法和随机响应面法的比较. 武汉大学学报:工学版,2012,45 (1):46-53.
- [6] Kaymaz I. Application of Kriging method to structural reliability problems. Structural Safety, 2005, 27 (2): 133-151.
- [7] Luo X F, Li X, Zhou J, et al. A Kriging-based hybrid optimization algorithm for slope reliability analysis. Structural Safety, 2012, 34(1): 401-406.
- [8] Wang B, Sun Q. Structural reliability computation based on Kriging mode. Computer Simulation, 2011, 28(2): 113-116. (in Chinese) 汪保,孙秦. 改进的 Kriging 模型的可靠度计算. 计算机价真, 2011, 28(2): 113-116.
- [9] Akay B, Karaboga D. A modified artificial bee colony algorithm for real-parameter optimization. Information Sciences, 2012, 192; 120-142.
- [10] Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. Erciyes University Technical Report TR06, 2005.
- [11] Liu L, Wang T Y. Support vector machine optimization
  based on artificial bee colony algorithm. Journal of Tianjin

  ⑥ 航空学报编辑部 http://hkxb.buaa.edu.cn

- University, 2011, 44(9): 803-809. (in Chinese) 刘路,王太勇. 基于人工蜂群算法的支持向量机优化. 天 津大学学报, 2011, 44(9): 803-809.
- [12] Lophaven S N, Nielsen H B, Sondergaard J. DACE, a matlab Kriging toolbox. Technical Report IMM-TR-2002-12, 2002.
- [13] Lophaven S N, Nielsen H B, Sondergaard J. Aspects of the matlab toolbox DACE. Technical Report IMM-REP-2002-13, 2002.
- [14] Li Y Y, Zhang D S. The analysis of plane frame structure displacement reliability based on MATLAB. Journal of Jiaying University: Natural Science, 2011, 29(2): 45-48. (in Chinese)
  李远瑛,张德生,基于 MATLAB 的结构可靠度分析方法
- [15] Xiao Y L, Su G S, Gaussian process importance sampling method for structural reliability analysis. Water Power, 2010, 36(12): 31-34. (in Chinese) 肖义龙,苏国韶. 结构可靠度分析的高斯过程重要抽样方

法. 水力发电, 2010, 36(12): 31-34.

研究. 嘉应学院学报:自然科学版,2011,29(2):45-48.

- [16] Bucher C G, Bourgand U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. Struct Safety, 1990, 7(1): 57-66.
- [17] Romero V J, Swiler L P, Giunta A A. Construction of response surfaces based on progressive-lattice-sampling experimental designs with application to uncertainty propagation. Structural Safety, 2004, 26(2): 201-219.
- [18] Giunta A, McFarland J, Swiler L, et al. The promise and peril of uncertainty quantification using response surface approximations. Structures and Infrastructure Engineering, 2006, 2(3): 175-189.
- [19] Echard B, Gayton N, Lemaire M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation. Structural Safety, 2011, 33(2): 145-154.

#### 作者简介:

**张建国** 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:机械及 机构可靠性。

Tel: 010-82338356 E-mail: zjg@buaa. edu. cn

# Hybrid Structure Reliability Method Combining Optimized Kriging Model and Importance Sampling

LIU Zhan<sup>1</sup>, ZHANG Jianguo<sup>1, \*</sup>, WANG Cancan<sup>1</sup>, TAN Chunlin<sup>2</sup>, SUN Jing<sup>3</sup>

- 1. School of Reliability and Systems Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China
- 2. Beijing Institute of Spacecraft Overall Design, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China
- 3. Beijing Satellite Manufacturer, Beijing 100094, China

**Abstract:** In structural reliability analysis, a polynomial function is usually used to approach the implicit limit state function. But the limit state function is likely to be implicit and highly nonlinear for complex aeronautic and astronautic structures. The calculation may not converge if the simulation of the polynomial function is not accurate enough. In order to improve the accuracy, efficiency, and convergency, a reliability method combining the approved Kriging model and importance sampling is proposed in this paper. Firstly, the parameter of Kriging model is optimized using the artificial bee colony algorithm. Then the implicit limit state function is fitted with the optimized Kriging model, and the sampling center is revised constantly by importance sampling to improve gradually the fitting accuracy. Finally, the reliability is solved combining the Kriging model and the parsing algorithm such as the first order reliability method (FORM) or second order reliability method (SORM). This method improves the accuracy and convergency of reliability calculations with highly nonlinear limit state functions, and has high computing efficiency.

**Key words**: structure reliability; Kriging model; importance sampling; function fitting; artificial bee colony algorithm; parameter optimization