

# 基于流水避石原理的无人机三维航路规划方法

梁宵<sup>1,2</sup>, 王宏伦<sup>1,2,\*</sup>, 李大伟<sup>1,2</sup>, 吕文涛<sup>1,2</sup>

1. 北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100191
2. 北京航空航天大学 无人驾驶飞行器设计研究所, 北京 100191

**摘要:** 借鉴自然界流水避石现象, 提出一种基于流体计算的无人机(UAV)三维(3D)航路规划方法。首先介绍了球心位于坐标原点时, 球形障碍三维绕流问题的解析解。之后采用旋转平移矩阵与流线数据叠加方法生成了任意位置多障碍同时存在的三维流线。为验证解析解的有效性同时给出该方法基于数值模拟的计算过程, 对适合无人机三维航路规划的流体模型和数值求解方法进行了分析, 并给出了通过数值模拟求解航路的方法。最后, 根据无人机机动约束对流线进行处理得到可飞航路, 将航路长度、纵向和横侧向机动次数作为子目标函数对航路进行综合评价。仿真结果表明: 解析法航路规划中, 圆球障碍的地形建模简单计算量小, 航路集中在由起点至终点的航路带内; 数值法航路规划适合障碍分布复杂的地形, 航路分布于规划空间中。这两种方法的航路平滑, 能够满足无人机飞行约束, 航路具有绕流意义的最优性, 可以避免势场法的局部极小问题, 并且可以提供多条备选航路。

**关键词:** 无人机; 三维航路规划; 流体力学; 无人机约束; 综合评价

**中图分类号:** V249.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-6893(2013)07-1670-12

航路规划能力是无人机(UAV)具有自主性的重要标志, 目前这一领域的3个主要热点问题是: 动态环境规划、协同规划与三维(3D)规划。三维航路规划能够充分发挥无人机的机动飞行能力, 因此许多学者在这方面进行了深入研究。

Voronoi图法<sup>[1]</sup>、概率路线图(Probabilistic Roadmap Method, PRM)法<sup>[2]</sup>、快速扩展随机树(Rapidly-exploring Random Tree, RRT)方法<sup>[3]</sup>和A\*方法<sup>[4]</sup>最初均产生或应用于二维航路规划, 近年来这些方法逐渐被扩展到三维。这种扩展应用普遍存在的问题是: 增加的一个维度会导致搜索空间成几何级数增长, 计算量和计算时间很难让人接受。此外, A\*和RRT算法分别采用扩展节点和树形结构表示地形信息, 因此当地形

复杂时存在组合爆炸的问题。

另一方面, 由于这些方法通过将空间离散进行航路规划, 其航路由路标或间隔较远的航路点组成, 因此在应用于无人机时需要额外的航路平滑。Nikolos等<sup>[5]</sup>采用B样条曲线模拟飞行器的三维飞行航迹, 利用进化算法优化B样条曲线的控制点。该方法可以生成光滑的三维航迹, 但不能处理有关航迹的约束条件。遗传算法可以处理多种地形和飞行约束<sup>[6]</sup>, 而且其并行性也被应用于多无人机协同规划<sup>[7]</sup>。同样对于多目标优化问题, 相较遗传算法的复杂性, 粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法的理论和应用均相对简单。Swartzentruber等<sup>[8-10]</sup>将威胁、燃料和最小偏离原始路径等约束作为PSO算法

收稿日期: 2012-08-01; 退修日期: 2012-11-22; 录用日期: 2013-01-07; 网络出版时间: 2013-01-22 14:50

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20130122.1450.003.html

基金项目: 国家自然科学基金(61175084)

\* 通讯作者. Tel.: 010-82317546 E-mail: hl\_wang\_2002@yahoo.com.cn

引用格式: Liang X, Wang H L, Li D W, et al. Three-dimensional path planning for unmanned aerial vehicles based on principles of stream avoiding obstacles. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(7): 1670-1681. 梁宵, 王宏伦, 李大伟, 等. 基于流水避石原理的无人机三维航路规划方法. 航空学报, 2013, 34(7): 1670-1681.

的优化内容,用B样条曲线作为备用路径进行三维规划并在虚拟战场环境中进行了仿真,由于该方法没有考虑无人机自身的物理约束,因此其航路是由路径点组成的折线。

近年来,一种通过模拟流体进行航路规划的方法——流函数法<sup>[11]</sup>,以其光滑的航路特性和快速性引起了人们的关注。流函数法是一种解析形式的求解方法,由于三维情况下很难得到完整的解析式,目前这种方法仅适于二维。

本文借鉴了自然界中流水能够避开岩石,并由起始点最终流向终点的现象,提出了一种适合无人机的三维航路规划理论与方法。通过将航路规划与流体计算相结合,航路具有流体的光滑特性,并考虑了无人机约束。文中介绍了这种航路规划的解析计算方法与数值计算方法,解析法适合障碍分布简单的情况,计算量小,航路分布于起点至终点的航路带间;数值法适合复杂的地形情况,航路能够充满规划区域。仿真结果表明,解析法和数值法均能够规划出满足无人机约束的光滑可飞三维航路,航路具有绕流意义的最优性,并且能够提供多条备选航路。

## 1 基于流体计算的三维航路规划

### 1.1 流水避石航路规划的特性分析

根据理想流体性质<sup>[12]</sup>,其对于切向变形没有抗拒能力。在没有障碍时,理想流场会沿着原有的方向直线推进。并且定常情况的理想流场,迹线与流线重合,因此流场中各个点均沿着来流方向直线流动。在遇到障碍时,可以将障碍看做是对原始理想流场的干扰,圆球绕流的示意图如图1所示。

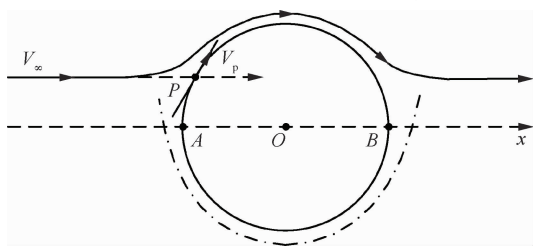


图1 理想流体绕流示意图

Fig. 1 Schematic diagram ideal flow around a sphere

A和B两点为驻点,流线在驻点的两侧会发生分叉和汇合。并且由于流线不会交叉,因此图

示的来流会沿着圆球上表面附近流过,而不是穿过流经驻点的流线从上半区流向下半区(点划线区域)。此外,还可以进行速度分解来解释这种现象,流体沿原始直线方向流向圆球障碍上的点P,在点P做圆球的切线, $V_\infty$ 在切线上的投影为 $V_p$ ,根据图示的速度投影方向,流线会沿着圆球上表面流过。由于理想流体总是沿着原始速度方向,或者障碍的切线投影方向运动,直到到达终点,因此,它不存在势场法的局部极小问题<sup>[13]</sup>。流水避石航路规划的性质和特点可以总结如下:

1) 距离障碍较远的理想流场,流线保持初始方向流动。

2) 接近圆球障碍时,流线会沿着近似圆球的切线方向变化,向偏离原始方向最小的方向流动,保证航路最短。

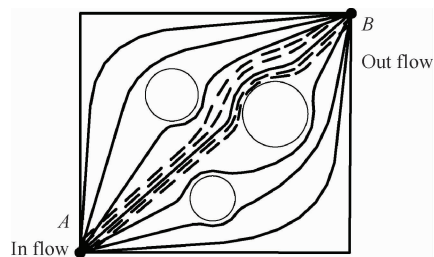
3) 航路不会陷入局部极小。除驻点外,一定能够沿流线由入水口(起点)流向出水口(终点)。

4) 理想流体流过了受障碍影响的区域后,其流线会沿初始流动方向继续行进。

综上,从航路规划的角度来看,本文的方法在理论上能够保证航路最短,避免势场法的局部极小,并且具有很好的避障特性。

### 1.2 流水避石航路规划方法

经过长期的理论、计算和实验,流体力学问题的求解如今分成解析解和数值解两部分内容。解析解用于分析揭示流体本质规律,适合于简单物体绕流问题,计算量小、速度快;数值解适合模拟真实流场,能解决复杂问题,但是计算过程较为繁琐。图2为理想流场中的绕流流线分布示意图,流线在流场中具有光滑的避障特性。



— Flight path in analytical method  
--- Flight path in numerical method

图2 理想流场中的绕流流线分布示意图

Fig. 2 Schematic diagram of distribution of ideal streamlines around obstacles in ideal flow field

借鉴流体力学的研究成果,针对解析解和数值解的适用性,对障碍外形和分布较为简单的情况采用解析法求解,相对复杂的情况采用数值法求解,最终能够在图2的入水口(A)与出水口(B)之间找到多条连通路径。

解析法航路(图2中虚线),适用于简单障碍或复杂障碍可以用简单障碍的组合进行等效的情况。针对简单球形障碍,首先生成单障碍避障流线,之后采用数据处理的办法将多障碍避障流线合并成一整条三维流线。在流体中流线不会交叉,解析计算部分假定是平行来流,因此一个起点对应的解析法流线只有一条,通过小范围内改变来流起始点,能够得到由起点到终点的带状范围内流线分布。

数值法航路(图2中实线),适用于多种形状和分布复杂的障碍。用数值离散的求解迭代方法获得整个流域的三维流线。数值法求解的流线能够充满由入水口和出水口构成的区域,采用这种方法可以求得多条连通起点和终点的航路。

经过两种方法获得的流线有多条,并且有些不满足无人机约束。在剔除掉不满足无人机约束的流线后,其余作为无人机可飞航路。通过计算能够代表航路特征的子目标函数,可以对符合绕流流线特性的可飞航路集合进行综合评价,根据评价结果进行航路分级。

## 2 三维航路的解析计算方法

### 2.1 理想流体圆球绕流问题的解析解

采用的流体分析模型是定常理想无旋流动。为使问题得到简化,选择球心坐标在原点位置,来流方向沿  $x$  轴的流动作为对象进行研究。这样,轴对称运动只需在通过  $Ox$  的平面  $I$  研究流体的运动就可以了。根据轴对称运动的性质,通过  $Ox$  的所有其他平面上的运动都和  $I$  平面内的相同。

设无穷远处速度为  $V_\infty$  的均匀来流绕半径为  $a$  的圆球流动,  $\theta$  角的计算起始轴为  $Ox$ , 该平面中任意点  $P$  与  $O$  的距离为  $|OP| = r$  (见图3)。

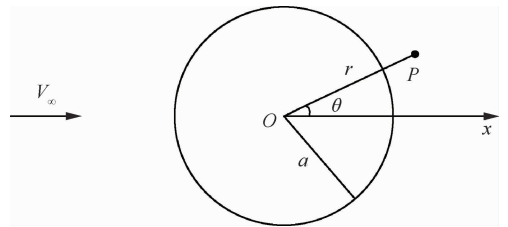


图3 沿  $x$  轴来流方向、位于原点的圆球绕流问题  
Fig. 3 Flow past the sphere at origin in a uniform stream at infinity from  $x$ -axis

图3中  $P$  点处的速度势可写为  $\varphi = \varphi' + V_\infty r \cos \theta$ , 其中,等号右边第2项为均匀来流的速度势;  $\varphi'$  为扰动速度势,极坐标系下它满足如下拉普拉斯方程<sup>[14]</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \varphi'}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \varphi'}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (1)$$

并且满足如下边界条件:在  $r = a$  处,  $\partial \varphi' / \partial r = -V_\infty \cos \theta$ ; 在无穷远处,  $\partial \varphi' / \partial r = 0$ 。考虑采用分离变量法求解,设  $\varphi' = P(r)Q(\theta)$ , 为满足  $r = a$  处的边界条件,则需要满足

$$\left. \frac{\partial \varphi'}{\partial r} \right|_{r=a} = \left. \frac{\partial (P(r)Q(\theta))}{\partial r} \right|_{r=a} = P'(a)Q(\theta) = -V_\infty \cos \theta \quad (2)$$

式(2)说明如果  $\varphi'$  能够分离变量,则必有  $Q(\theta) = -\cos \theta$ , 那么  $\varphi' = -P(r) \cos \theta$ 。将此时的  $\varphi'$  代入式(1)及边界条件,得到  $P(r)$  应满足的常微分方程及边界条件为

$$r^2 \frac{d^2 P}{dr^2} + 2r \frac{dP}{dr} - 2P = 0 \quad (3)$$

式中:  $P'(a) = V_\infty$ ,  $P'(\infty) = 0$ 。式(3)属于欧拉方程,其解具有  $r^k$  形式,幂指数  $k$  由方程  $k(k+1) - 2 = 0$  确定。于是式(3)的通解为  $P(r) = Ar + B/r^2$ , 其中  $A$  和  $B$  为任意常数,值由边界条件确定。代入边界条件,最终得到  $P(r) = -(V_\infty a^3)/(2r^2)$ ,  $\varphi' = (V_\infty a^3 \cos \theta)/(2r^2)$ , 于是圆球绕流问题的速度势为

$$\varphi = V_\infty r \left( 1 + \frac{a^3}{2r^3} \right) \cos \theta \quad (4)$$

直角坐标系中,  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $\cos \theta = x/r$ 。用  $u$ 、 $v$  和  $w$  代表三维情况下流速沿  $x$ 、 $y$  和  $z$  轴的分量,对式(4)求梯度可得  $[u \ v \ w] = [\partial \varphi / \partial x \ \partial \varphi / \partial y \ \partial \varphi / \partial z]$ 。设无人机的当前坐

标为  $(x, y, z)$ , 则  $[u \ v \ w]$  表示了无人机沿流线的运动, 通过模仿流体的绕流运动从而实现避障。

## 2.2 旋转平移矩阵的计算

利用旋转平移矩阵, 能够使 2.1 节计算的流线适于三维空间中任何来流方向, 并且多个障碍可以在三维空间任意分布。考虑图 4 所示  $Oxy$  平面中的来流方向与障碍位置, 流线的起点为  $(x_0, y_0)$ , 终点为  $(x_c, y_c)$ , 球心为  $(x_r, y_r)$ 。则旋转平移矩阵的计算步骤如下:

1) 计算通过点  $(x_0, y_0)$  与点  $(x_c, y_c)$  的直线方程  $y = k_1x + b_1$ 。

2) 计算过点  $(x_r, y_r)$  并垂直于直线  $y = k_1x + b_1$  的直线方程。

3) 求得垂足, 并计算  $L_1, L_2$  与  $L_3$ 。图 4 的情况下  $(x'_0, y'_0) = (-L_2, L_3)$ ,  $(x'_c, y'_c) = (L_1, L_3)$ 。

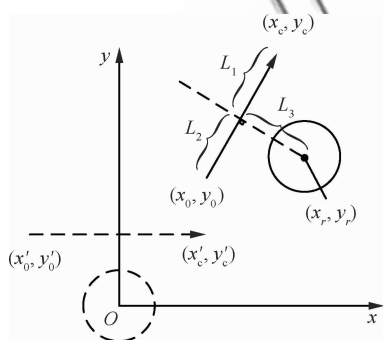


图 4 旋转平移矩阵求解示意图

Fig. 4 Schematic diagram of calculation of the rotation-translation matrix

经过平移和旋转后, 球心坐标为  $(0, 0)$ , 来流方向与  $x$  轴平行。设  $\mathbf{v}_1 = [x_c - x_0 \ y_c - y_0]$ ,  $\mathbf{v}_2 = [x'_c - x'_0 \ y'_c - y'_0]$ , 则可以求得向量间夹角  $\alpha = \arccos((\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) / (\|\mathbf{v}_1\| \|\mathbf{v}_2\|))$ 。设圆球障碍高度为  $z_r$ , 旋转矩阵如式(5)所示。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_r & y_r & z_r & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

设障碍在 origin 时的流线数据为矩阵  $\mathbf{A}$ , 每一行代表一个由 4 部分 ( $x, y, z$  坐标和单位 1) 组成的

航路点。则任意位置的流线矩阵  $\mathbf{A}' = \mathbf{AT}$ 。

## 2.3 多障碍避障航路

三维流线计算中不存在复势, 因此在计算多障碍的避障流线时不能将每个障碍的流函数方程进行叠加求解。这里提出一种根据两个障碍之间的距离进行数据处理的方法, 得到多障碍同时存在时的流线。对于流体计算这是一种近似的方法, 但是其光滑的三维避障特性能够满足航路规划的需求。

### 2.3.1 两个障碍间距较大时流线的处理

图 5 中  $O_i$  和  $O_{i+1}$  分别代表第  $i$  个和第  $i+1$  个障碍的球心, 他们各自的避障流线为  $S_i$  与  $S_{i+1}$ , 虚线为来流的方向。由于  $S_i$  和  $S_{i+1}$  具有相同的来流方向, 因此它们最大的不同就在于遇到障碍  $O_i$  和  $O_{i+1}$  的部分, 如图 5 所示。将中间部分  $L_i$  作为数据合并的区域, 则合并的过程为

1) 找到  $S_i$  和  $S_{i+1}$  在  $L_i$  区域内的部分  $S'_i$  与  $S'_{i+1}$ 。

2)  $S'_i$  与  $S'_{i+1}$  中每相邻两点组成一个航路段, 分别计算每航路段相较于来流方向的斜率。

3) 将  $S'_i$  与  $S'_{i+1}$  斜率最相近的部分作为合并的位置, 并剔除其余的部分。

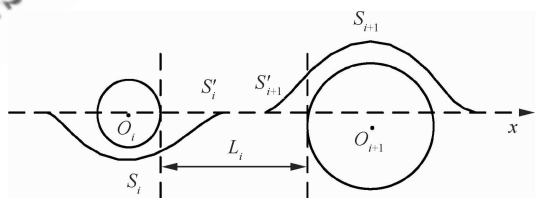


图 5 障碍间距较大时流线的数据处理示意图

Fig. 5 Schematic diagram of data processing when the inter-obstacle distance is relatively large

### 2.3.2 两个障碍间距较小时流线的处理

当障碍物间距较小时, 两条流线之间很难找到合适的合并位置, 这时航路的连续性无法保证。由于控制点较少时, 曲线拟合的时间很短, 因此下面采用 B 样条曲线来解决两个障碍间距较近时的流线处理问题。当两个障碍各自的避障流线的同侧时的数据处理, 如图 6 所示。

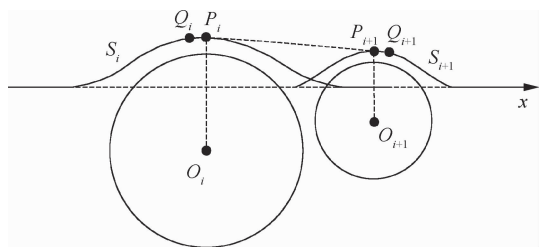


图6 障碍间距较近且来流方向在两障碍同侧时的数据处理示意图

Fig. 6 Schematic diagram of data processing when direction of flow in the same side of close obstacles

此时两个障碍  $O_i$  和  $O_{i+1}$  和各自的避障流线分别为  $S_i$  和  $S_{i+1}$ , 过圆心做垂直于来流方向的直线与  $S_i$  和  $S_{i+1}$  分别相交于  $P_i$  和  $P_{i+1}$ 。根据图6, 在  $S_i$  上  $P_i$  的左侧相隔较短距离取  $Q_i$ , 在  $S_{i+1}$  上  $P_{i+1}$  的右侧相隔相同距离取  $Q_{i+1}$ , 对  $Q_i$ 、 $P_i$ 、 $P_{i+1}$  和  $Q_{i+1}$ , 根据无人机约束进行 B 样条曲线拟合, 能够得到可飞航路。

障碍间距较近, 且来流方向在两障碍异侧的情况如图7所示。图中  $O_i$ 、 $Q_{i+1}$ 、 $S_i$ 、 $S_{i+1}$ 、 $P_i$ 、 $P_{i+1}$ 、 $Q_i$  和  $Q_{i+1}$  的定义与图6相同,  $M$  为如图所示的  $O_i$  和  $O_{i+1}$  的公切线在  $Oxy$  平面的投影与直线  $O_i O_{i+1}$  的交点, 在纵向上,  $M$  点的高度满足  $|P_i M|_{\text{lon}} = |M P_{i+1}|_{\text{lon}}$ 。对  $Q_i$ 、 $P_i$ 、 $M$ 、 $P_{i+1}$  和  $Q_{i+1}$ , 根据无人机约束进行 B 样条曲线拟合, 能够得到可飞航路。

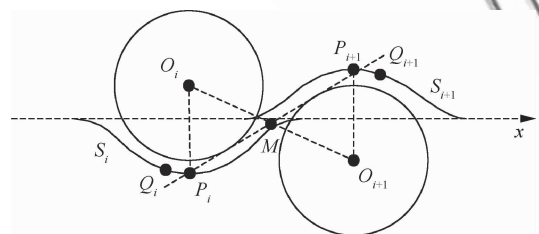


图7 障碍间距较近且来流方向在两障碍异侧时的数据处理示意图

Fig. 7 Schematic diagram of data processing when direction of flow not in the same side of close obstacles

### 3 三维航路的数值计算方法

计算流体力学 (Computational Fluid Dynamics, CFD) 作为流体力学的研究方法之一发展越

来越成熟, 其采用独特的数值模拟方法来研究流体运动的物理特性, 涉及流体流动、热交换等现象。CFD 方法应用面广, 比如飞行器设计<sup>[15]</sup>, 室内空气流动及环境分析<sup>[16]</sup>等。文献<sup>[17]</sup>指出当解析求解的问题不是特别复杂时, 数值计算的结果能够对解析方法进行验证。因此可以使用 CFD 方法对整个规划空间进行数值求解得到三维流线, 其计算过程涉及流体模型、网格划分与数值求解方法等。

#### 3.1 流体模型

本研究中流体模型是定常忽略黏性的不可压缩理想流体, 模型不考虑热交换因此不需要求解能量方程。质量和动量的通用方程可以离散表示如下<sup>[18]</sup>:

$$a_P \phi_P = \sum a_{\text{NB}} \phi_{\text{NB}} + b_P \quad (6)$$

式中:  $S = S_C + S_P \phi_P$ ;  $b_P = S_C \Delta V$ ;  $a_P = \sum a_{\text{nb}} - S_P \Delta V$ ;  $\phi_P$  为通用变量, 即流速在  $x$ 、 $y$  或  $z$  方向上的分量;  $S$  为源项;  $S_C$  为源项常数;  $S_P$  为源项随  $\phi_P$  变化的曲线在  $P$  点的斜率;  $\Delta V$  为控制体体积; 下标 NB 表示控制体  $P$  的邻控制体; nb 表示控制体  $P$  的邻控制体界面。考虑流动方向与计算速度, 系数  $a_{\text{nb}}$  可以采用一阶迎风格式进行计算。

#### 3.2 地形网格建模

非结构网格的灵活性更适于复杂三维问题的求解, 因此在网格划分软件 Gambit 中应该采用适用性更好的非结构网格对地形环境进行网格划分。网格划分的基本思想是: 首先使用 Gambit 生成一般化的网格, 再利用该网络进行分析计算以获得流线特征的初步经验, 根据这个初步经验指导 Gambit 重新生成满足一定要求的网格。重复上述过程, 直到生成的网格能够满足计算的要求, 能够反映流线的特征为止。根据地形曲率和障碍的疏密程度不同, 较空旷的平坦区域被划分成疏网格, 这样既可以减少流体计算时间, 也可以尽量提高收敛速度。

#### 3.3 数值计算

本文三维流线的数值解使用的是稳态值, 可  
© 航空学报编辑部 <http://hkxb.buaa.edu.cn>

以采用适于稳态计算的 SIMPLEC 算法。此外,由于 PHOENICS、STAR-CD 以及 FLUENT 等大部分 CFD 软件均采用基于有限体积法的离散方程进行计算,并且非结构网格划分更适合三维流体计算,因此采用在非结构网格上的基于有限体积法的 SIMPLEC 算法,对于本问题的模型具有比较高的计算速度与计算精度。SIMPLEC 算法的基本思想是首先通过猜测的压力场求解动量方程得到速度场,之后对利用质量方程建立的压力修正方程进行求解,得到压力场的修正值,并用此修正值来更新速度场和压力场,随着迭代的进行,压力和速度分量逐渐逼近真实解。

### 3.4 联合计算

通过商业计算流体软件 FLUENT 计算得到的流线可以输出为具有 6 列矩阵形式的文本数据,这 6 列数据分别为流线上任意点的空间描述: $x$  轴坐标、 $y$  轴坐标、 $z$  轴坐标、 $x$  方向速度、 $y$  方向速度、 $z$  方向速度。该文本数据中流线由离散点组成,并且无法表示出哪些离散点同属一条流线,因此还需要用 CFD 可视化软件 Tecplot 将文本数据所表示的流线复现出来,从而根据流线的不同对离散点进行分组。

图 8 示出数值计算方法的流程。流线数据中的速度数据对于航路规划是不需要的,并且有些流线因为不满足无人机约束而不能作为可飞航路,

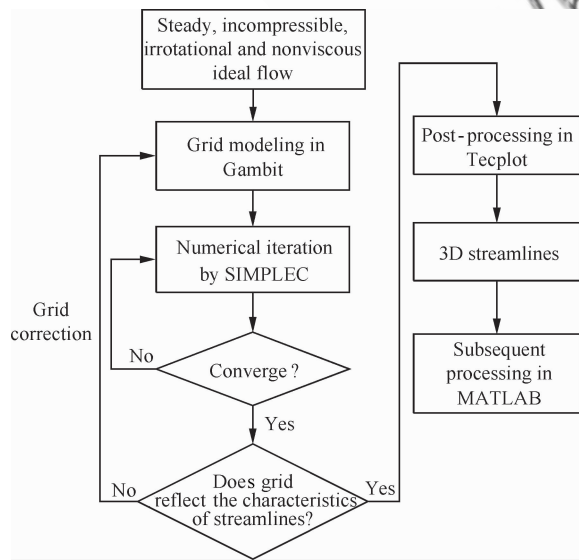


图 8 数值计算方法流程图

Fig. 8 Flow chart of numerical calculation method

因此需要将 Tecplot 处理过的流线数据导入到 MATLAB 中进一步处理。MATLAB 处理后的流线是满足无人机约束并且经过综合评价的可飞航路集合。此外, Gambit 中建立的模型无法在 MATLAB 中显示,因此可以将可飞航路集合按照 Tecplot 规定的数据结构进行格式化,重新读入到 Tecplot 中与地形模型一起显示。

## 4 无人机约束的处理

经解析计算和数值计算后得到的流线有多条,通过约束的处理可以剔除不满足无人机约束的流线,得到可飞航路集合。本文考虑 3 种无人机约束:最大爬升高度  $H$  约束、最大爬升角  $\alpha$  约束和最大水平转弯角  $\Phi$  约束。

### 1) 最大爬升高度 $H$ 约束

提取每条流线中各点的高度 ( $z$  坐标), 将其与最大爬升高度  $H$  进行比较。所有的  $z$  坐标均满足  $z \leq H$ , 则该条流线满足最大爬升高度约束。

### 2) 最大爬升角 $\alpha$ 约束

计每条流线中相邻两点构成的航路段与水平面 ( $Oxy$  平面) 的夹角为  $\theta_z$ , 将其与最大爬升角  $\alpha$  进行比较, 流线中所有  $\theta_z$  均满足  $\theta_z \leq \alpha$ , 则该条流线满足最大爬升角约束。

### 3) 最大水平转弯角 $\Phi$ 约束

计算每条流线中相邻两航段在水平面 ( $Oxy$  平面) 内投影的夹角  $\phi_{xy}$ , 将其与最大转弯角  $\Phi$  进行比较, 流线中所有  $\phi_{xy}$  均满足  $\phi_{xy} \leq \Phi$ , 则该条流线满足最大水平转弯角约束。

## 5 航路综合评价

满足无人机约束的可飞航路有多条, 需要对其优劣进行评价。本文设计 3 种能够代表航路特征的子目标函数来对上述可飞航路进行综合评价, 从而得到符合绕流流动特性的最优航路。

### 5.1 子目标函数的计算

#### 1) 航路长度子目标 $f_1$

燃料限制也可以转化为航路长度子目标。为减小计算量, 航路长度不进行精确求解, 可以直接对各航路离散点的三维空间坐标进行曼哈顿距离计算。

2) 纵向机动子目标  $f_2$  与横侧向机动子目标  $f_3$

每条航路中相邻两航路点组成一条航段, 计算相邻两航路段间的纵向夹角(爬升角之差的绝对值)和横侧向夹角(转弯角之差的绝对值), 分别作为纵向和横侧向机动子目标。

## 5.2 航路的综合评价

不同地形中可飞航路的子目标函数值域可能不同, 因此需要将  $f_k (k = 1, 2, 3)$  经过式(7)的归一化处理得到  $\bar{f}_k (k = 1, 2, 3)$ 。

$$\bar{f}_k(R^i) = \frac{f_k(R^i) - \min(f_k(R))}{\max(f_k(R)) - \min(f_k(R))} \quad (7)$$

式中:  $R$  为所有可飞航路集合;  $\bar{f}_k(R^i)$  为  $R$  中第  $i$  条航路的第  $k$  个归一化的子目标函数值。可飞航路的各子目标函数经过归一化后, 才可以使用式(8)进行综合评价。

$$F(R^i) = a\bar{f}_1(R^i) + b\bar{f}_2(R^i) + c\bar{f}_3(R^i) \quad (8)$$

式中:  $F(R^i)$  为  $R$  中的第  $i$  条航路的综合评价;  $a$ 、 $b$  和  $c$  为正的加权系数, 且  $a+b+c=1$ , 其值根据不同的任务目标进行选取。当更为关注某个子目标函数时, 其加权系数可以相应调大。 $F(R^i)$  的值越小表明航路越好。将所有  $F(R^i)$  值按由小到大排序, 前 30% 认为是 I 级航路, 后 30% 为 III 级航路, 中间部分为 II 级航路。

## 6 仿真与分析

### 6.1 圆球绕流流线的有效性

对于单个圆球障碍, 网格建模的方式和不同的数值求解算法对最终流线的影 响不大, 并且计算很容易收敛。通过比较圆球绕流解析解的流线和采用 SIMPLEC 算法计算的数值解流线, 以每隔 10 个航路点为一个采样周期, 计算得到两种方法的采样航路点距离的均方差为 0.12。在圆球绕流解析解的流线中, 每个采样航路点相较于数值解均精确到小数点后两位, 解析法流线是有效的, 能够满足航路计算的需要。

### 6.2 地形网格模型的验证

采用非结构网格分别验证网格密度、障碍的数目、地形的尺寸和迭代次数对数值法求解三维

航路的收敛程度影响, 并通过仿真确定这些参数, 结果如表 1 所示。

表 1 网格模型对收敛程度的影响(收敛精度 0.001)

Table 1 Influence of the grid model on convergence (accuracy of convergence is 0.001)

Number of nodes/ $10^3$	Number of obstacles	Size of terrain	Number of iterations
600	Two close obstacles	$10 \times 10 \times 2$	260
800	Two close obstacles	$20 \times 20 \times 2$	180
3 800	Five far obstacles	$30 \times 30 \times 5$	750
4 600	Five far obstacles	$40 \times 40 \times 5$	710

表 1 中的地形尺寸是指在 Gambit 中建模的尺寸, 在 MATLAB 中仿真时的地形根据该尺寸进行比例放大 1 000 倍并以 m 作为单位进行计算。60 万和 80 万地形网格中 2 个较近障碍的位置与大小相同, 380 万和 460 万地形网格中 5 个较远障碍的位置与大小相同。通过分析表 1, 当障碍物数目为 2 时, 如果地形尺寸为  $10 \times 10 \times 2$ , 会导致障碍占计算流域体积较大, 因此此时需要较多的迭代次数才能够达到收敛。而当地形尺寸扩大为  $20 \times 20 \times 2$  时, 虽然需要划分更多的网格, 但流体能够充分充满整个计算流域, 因此迭代次数有所下降。对于 5 个较远障碍的情况, 表 1 的内容也印证了上面的分析。

### 6.3 基于流体计算的无人机三维航路

#### 6.3.1 障碍间距较大时的无人机可飞航路

利用表 1 的结果, 针对  $40 \times 40 \times 5$  的范围, 网格划分 460 万的地形, 进行解析法和数值法两种方式的航路规划。地形中设计了 5 个间距较远的障碍, 经过无人机约束处理后, 从解析法和数值法中分别取一条起止点相同的可飞航路, 来比较两种方法的计算结果(见图 9)。

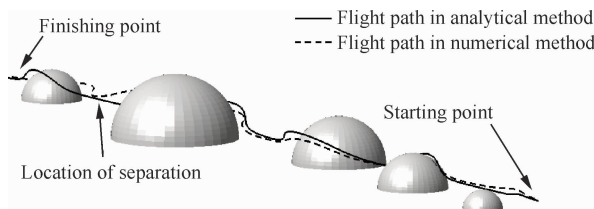


图 9 障碍间距较大时的无人机可飞航路  
Fig. 9 Flight path when the inter-obstacle distances are relatively large

由图 9 能够看出,解析解计算的实线航路和数值解计算的虚线航路均能够顺利地避开障碍由起点到达终点,航路相对平滑不存在折线。图 9 分流位置的右半部分中,实线航路与虚线航路十分接近。而左半部分两条航路发生分离是因为在数值解中流线刚刚经过一个较大的障碍,在遇到下一个障碍之前没能迅速回到来流方向,因而从另一个方向避过障碍,此处可能导致无人机进行不必要的机动。从地形跟随的角度讲,相比于数值解的虚线航路,解析解的实线航路更为合理,采用 2.3.1 节障碍距离较大时合并航路的方法是可行的。图 9 说明,基于流体计算的解析法和数值法均能够规划出满足无人机约束的可飞航路,并且两种方法既有相似之处也有各自的特点,下一节障碍间距较小时的航路对比结果也说明了这一点。

### 6.3.2 障碍间距较小时的无人机可飞航路

本节单独对障碍间距较小时的流线合并进行仿真分析,这样便于更细致地观察航路。障碍间距较小,且来流方向在两障碍同侧时的流线合并较为简单,因此本节只对来流方向在两障碍异侧的情况进行仿真,图 10 中航路为无人机可飞航路。

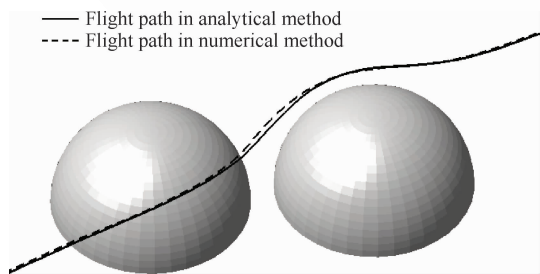


图 10 障碍间距较小时的无人机可飞航路

Fig. 10 Flight path when the inter-obstacle distances are relatively close

实线和虚线分别代表解析法和数值法的航路。图 7 说明,解析法中,2.3.2 节描述的数据处理方法是可行的。解析法和数值法的航路均能够在两个间距较小的障碍间穿行,并且能够同时避开两个障碍不发生碰撞。

## 6.4 无人机三维航路的综合评价

### 6.4.1 解析法可飞航路的综合评价

利用 6.3.1 节的地形信息采用解析法进行多

条三维流线的计算,部分流线如图 11 所示。图 11 中,解析法计算的流线均是从起点到目标点可达的,并且不会与障碍发生碰撞。

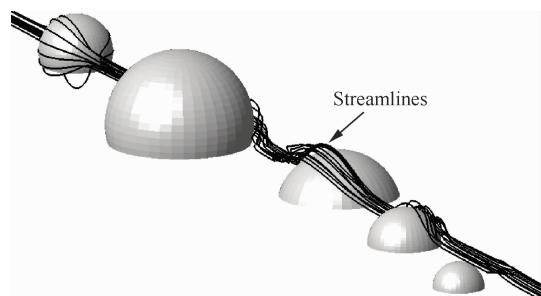


图 11 解析法三维避障流线

Fig. 11 3D obstacle avoidance streamlines for analytical method

剔除掉图 11 中不满足无人机约束的三维流线,余下的流线作为可飞航路,并进行综合评价,如图 12 所示。无人机约束的仿真参数选取为  $H=3$ ,  $\alpha=30^\circ$ ,  $\phi=40^\circ$ 。综合评价的加权系数选取为  $a=0.03$ ,  $b=0.6$ ,  $c=0.37$ 。对比图 11 与图 12,不适合无人机飞行的航路已经被剔除。可飞航路被分成 3 级,实线、点划线和虚线分别对应 I~III 级航路, I 级为最优航路。从图中可以看出,航程短、机动次数少的航路评级结果相对较高,这与实际相符。此外,当航程和机动次数无法同时处于最优状态时,根据加权系数的选取,综合评价会优先考虑纵向机动次数,其次考虑横侧向机动次数,最后考虑航程因素。

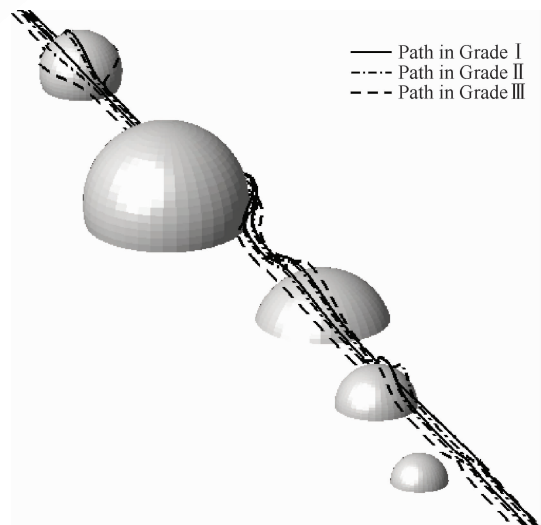


图 12 解析法可飞航路的综合评价

Fig. 12 Comprehensive evaluation of flight paths for analytical method



### 6.4.2 数值法可飞航路的综合评价

采用数值方法针对与 6.4.1 节相同的地形环境进行多流线计算,地形网格划分为 460 万, SIMPLEX 求解采用一阶迎风格式。数值法计算的三维流线部分显示如图 13 所示。对比图 11, 由于数值法的计算域为整个规划空间,因此三维流线将分布于其中,而解析法的三维流线多集中于由起点至终点的带状范围内。图 13 中,大部分流线能够由起点到达终点,但是仍然存在没有到达终点而发生断续的流线,并且有些流线会与障碍发生碰撞。这些问题在数值计算中是不可避免的,因为收敛精度不是零而是一个很小的数。网格划分得越好,收敛精度越小,数值计算的结果越贴近真实情况。

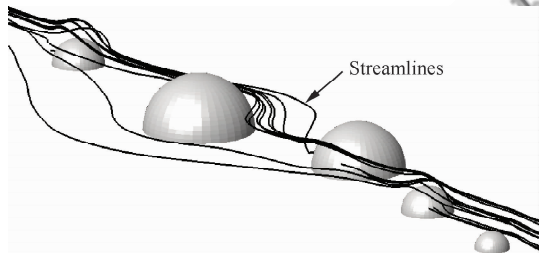


图 13 数值法三维避障流线

Fig. 13 3D obstacle avoidance streamlines for numerical method

采用与 6.4.1 节相同的仿真参数,针对图 13 中的流线,剔除掉在起点和终点间发生断续的流线,与障碍发生碰撞的流线,以及不满足无人机约束的流线。其余流线即无人机的可飞航路,并对其进行综合评价如图 14 所示。图 14 中的实线、点划线和虚线分别对应 I~III 级航路, I 级为最优航路。图 14 的结果同样说明航程短、机动次数少的航路评级结果相对较高。

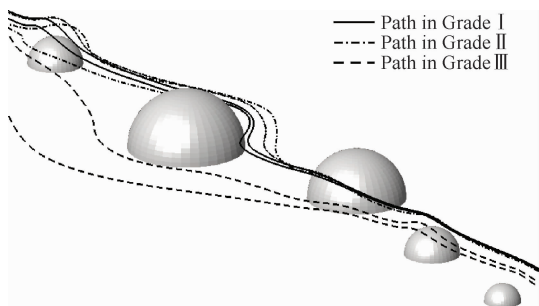


图 14 数值法可飞航路的综合评价

Fig. 14 Comprehensive evaluation of flight paths for numerical method

解析法和数值法均可以规划出满足无人机约束的三维光滑航路,其主要不同在于:解析法的计算时间较短,而数值法需要建模和迭代等过程故时间较长;解析法计算的航路主要集中于由起点到终点的带状范围内,而数值法的计算域是整个规划地形,并且适合多种不规则障碍,从而存在着航路的最优性。因此解析法适于在线航路规划,数值法适于离线航路规划。

## 7 分析与讨论

为了验证本文方法的有效性,分析基于流水避石的航路解析计算方法特点,采用改进蚁群(Ant Colony, AC)算法的复杂地形下全局航路规划进行比较。选择改进的蚁群算法基于以下 3 点原因:

- 1) 蚁群算法可以计算已知地形情况下的无人机三维飞行航路。
- 2) 蚁群算法搜索出的航路在满足无人机机动约束的前提下,还可以兼顾多种任务约束,同时提供多条备选路径。
- 3) 改进的方法可以有效降低局部最优出现的概率。

蚁群算法中每个航路段的性能指标为

$$J_i^* = (D_i^*)^2 + \omega_1 (H_i^*)^2 + \omega_2 F_i^* \quad (9)$$

式中,上标“\*”表示变量是经过归一化的;  $D_i$  为当前航路点偏离起点与目标点连线的距离,即航向偏离代价;  $H_i$  为 UAV 经过航路点时的飞行高度;  $F_i$  为地面信息的离散值惩罚,值越大说明地形越复杂;  $\omega_1$  和  $\omega_2$  为比例系数。这样,蚁群算法的代价函数与 5.1 节子目标函数设计思想是一致的,可以将两种方法进行对比,如图 15 所示。

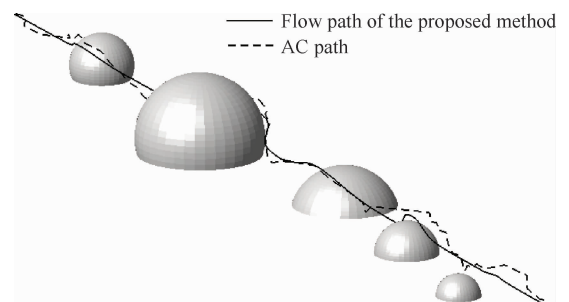


图 15 本文方法与蚁群算法航路的对比

Fig. 15 Comparison between flow path of proposed method and AC path

图 15 中,虚线为蚁群算法的较优航路,实线为采用本文解析法经过评价后的较优航路。图 15 说明,本文的航路与经过蚁群算法寻优的航路非常相近,而且本文方法航路更为光滑,适合无人机飞行。另一方面,蚁群算法在理论上能够搜索到全局最优,但是搜索时间较本文方法长很多。蚁群算法的优势在于采用随机搜索达到解空间的接近完备性,但这也使得它在接近最优解后,需要更多计算量和时间来减小当前较优解的代价,进而逼近最优解。比如图 15 中的虚线航路,其可能为蚁群算法的较优航路,但是找到非常平滑的最优航路是一个很漫长的过程(尤其是复杂的较大地形)。而实线航路,在完成避障之后回到来流方向,尽量采用直线航路,不仅节省了随机搜索的时间,也避免了航路曲折带来的不必要机动。

本文方法具有流体绕流流动的特点,不仅能够找到可行航路,而且能够选择容易通过的方式流向终点,这与蚁群算法的信息素传递类似。水流在流动时具备天然的寻径优势:选择最容易流到出水口、机动最少的方式通过,耗费的能量最小。虽然本文方法不能严格保证航路解的完备性以及最优性,但其在避障、航路平滑和计算时间方面的表现,尤其是航路具有绕流意义上最优的特点(图 15 中与蚁群算法对比),使其在解决复杂地形下无人机的三维航路规划问题时十分具有优势。

## 8 结 论

从自然界流水避石的现象出发,提出了一种基于流体计算的无人机三维航路规划方法。仿真结果表明,这种无人机三维航路规划方法航路平滑,能够避免势场法的局部极小,航路具有绕流最优性,而且能够满足无人机飞行约束,并提供多条备选航路。

解析法计算量小,地形建模简单,适合简单障碍,航路集中于起点至终点的带状范围内;数值法计算繁琐,但能解决复杂的障碍和地形问题,航路分布于规划区域内。

圆柱障碍和锥形障碍的解析法三维航路求解,以及针对不规则障碍和分布复杂障碍的数值法三维航路求解,将是本文的进一步研究工作。

## 致 谢

特别感谢北京航空航天大学交通科学与工程学院的吴江浩教授对于本文流体理论及其相关内容的指导。

## 参 考 文 献

- [1] Beard R W, McLain T W, Goodrich M A, et al. Coordinated target assignment and intercept for unmanned air vehicles. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2002, 18(6): 911-922.
- [2] Yang J, Dymond P, Jenkin M. Practicality-based probabilistic roadmaps method. 2011 Canadian Conference on Computer and Robot Vision (CRV). Piscataway: IEEE Press, 2011: 102-108.
- [3] Zucker M, Kuffner J, Branicky M. Multipartite RRTs for rapid replanning in dynamic environments. 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2007: 1603-1609.
- [4] Yang H I, Zhao Y J. Trajectory planning for autonomous aerospace vehicles amid known obstacles and conflicts. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(6): 997-1008.
- [5] Nikolos I K, Valavanis K P, Tsourveloudis N C, et al. Evolutionary algorithm based offline/online path planner for UAV navigation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2003, 33(6): 898-912.
- [6] Anderson M B, Lopez J L, Evers J H. A comparison of trajectory determination approaches for small UAVs. AIAA-2006-6644, 2006.
- [7] Darrah M A, Niland W M, Stolarik B M. Increasing UAV task assignment performance through parallelized genetic algorithms. AIAA-2007-2815, 2007.
- [8] Swartzentruber L, Foo J L, Winer E H. Three-dimensional multi-objective UAV path planner using meta-paths for decision making and visualization. AIAA-2008-5830, 2008.
- [9] Swartzentruber L, Foo J L, Winer E H. Three-dimensional multi-objective UAV path planner using terrain information. AIAA-2009-2222, 2009.
- [10] Foo J L, Knutson J, Kalivarapu V, et al. Path planning of unmanned aerial vehicles using B-splines and particle swarm optimization. *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, 2009, 6(4): 271-290.
- [11] Sullivan J, Waydo S, Campbell M. Using stream functions for complex behavior and path generation. AIAA-2003-5800, 2003.

- [12] Philip J P. Fluid mechanics: SI version. 8th International student edition. Washington D. C. : Wiley, 2011: 34-40.
- [13] Zhu Y, Zhang T, Song J Y. Study on the local minima problem of path planning using potential field method in unknown environments. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(8): 1122-1130. (in Chinese)  
朱毅, 张涛, 宋靖雁. 未知环境下势场法路径规划的局部极小问题研究. 自动化学报, 2010, 36(8): 1122-1130.
- [14] Atefi G H, Niazmand H, Meigounpoory M R. Numerical analysis of 3-D flow past a stationary sphere with slip condition at low and moderate reynolds numbers. Journal of Dispersion Science and Technology, 2007, 28(4): 591-602.
- [15] Zhang Y F, Chen H X, Fu S, et al. A practical optimization design method for transport aircraft wing/nacelle integration. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(11): 1993-2001. (in Chinese)  
张宇飞, 陈海昕, 符松, 等. 一种实用的运输类飞机机翼/发动机短舱一体化优化设计方法. 航空学报, 2012, 33(11): 1993-2001.
- [16] Gu L, Qi H T, Liu H J, et al. Numerical simulation on wind load characteristics and wind environment for Olympic Park Tennis Centre Stadium. Journal of Building Structures, 2009, 30(3): 134-143. (in Chinese)  
顾磊, 齐宏拓, 刘红军, 等. 奥运网球中心赛场风荷载和风环境数值模拟分析. 建筑结构学报, 2009, 30(3): 134-143.
- [17] Chen J Q, Zhang Y R. Verification and validation in CFD based on the Richardson extrapolation method. Acta Aerodynamica Sinica, 2012, 30(2): 176-183. (in Chi-

nese)

陈坚强, 张益荣. 基于 Richardson 插值法的 CFD 验证和确认方法研究. 空气动力学学报, 2012, 30(2): 176-183.

- [18] Wang F J. Computational fluid dynamics analysis—principles and applications of CFD. Beijing: Tsinghua University Press, 2010: 57-60. (in Chinese)  
王福军. 计算流体力学分析——CFD 软件原理与应用. 北京: 清华大学出版社, 2010: 57-60.

#### 作者简介:

**梁霄** 男, 博士研究生. 主要研究方向: 飞行器先进控制, 鲁棒控制, 航路规划等。

Tel: 010-82317546

E-mail: connyzone@yahoo.com.cn

**王宏伦** 男, 博士, 教授, 博士生导师. 主要研究方向: 飞行器自主飞行控制与管理, 飞行器攻击武器系统等。

Tel: 010-82317546

E-mail: hl\_wang\_2002@yahoo.com.cn

**李大伟** 男, 博士, 工程师. 主要研究方向: 无人机飞行控制, 飞行器设计, 计算流体力学等。

Tel: 010-82317546

E-mail: david@buaa.edu.cn

**吕文涛** 男, 硕士研究生. 主要研究方向: 航路规划, 计算流体力学, 分布式仿真系统等。

Tel: 010-82317546

E-mail: lywentao@outlook.com

# Three-dimensional Path Planning for Unmanned Aerial Vehicles Based on Principles of Stream Avoiding Obstacles

LIANG Xiao<sup>1,2</sup>, WANG Honglun<sup>1,2,\*</sup>, LI Dawei<sup>1,2</sup>, LV Wentao<sup>1,2</sup>

1. Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China

2. Research Institute of Unmanned Aerial Vehicles, Beihang University, Beijing 100191, China

**Abstract:** Using the principles of fluid computation, a three-dimensional (3D) path planning method for unmanned aerial vehicles (UAVs) is studied by imitating the natural phenomenon of a flowing stream avoiding obstacles. First, an analytical solution of the steady 3D ideal flow acting on a single spherical obstacle is used to imitate the movement of a UAV. Then, a rotation-translation matrix in combination with the stream data are designed to generate streamlines when there are multiple obstacles in arbitrary positions. To verify the effectiveness of the method and introduce the method of numerical simulation, the fluid model and numerical solution suitable for 3D path planning are analyzed. Finally, the streamlines that satisfy the maneuverability constraints of the UAV are selected as the flight paths. Length of the path and times of motion in longitudinal and latitudinal directions are chosen as sub-objective functions to make a comprehensive evaluation. Simulation results demonstrate that in analytical paths, the model of spherical obstacles will reduce computation, and paths distribute in a ribbon from the starting to the finishing area; the numerical paths can deal with complex terrain, and paths distribute in a planned space. Both methods based on fluid flow can avoid local minima of a potential field, satisfy UAV constraints and provide multiple alternative paths. In addition, the paths are smooth and have the optimal characteristic of flow around obstacles.

**Key words:** unmanned aerial vehicles; three-dimensional path planning; fluid mechanics; maneuverability constraints of UAV; comprehensive evaluation

**Received:** 2012-08-01; **Revised:** 2012-11-22; **Accepted:** 2013-01-07; **Published online:** 2013-01-22 14:50

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20130122.1450.003.html

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (61175084)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82317546 E-mail: hl\_wang\_2002@yahoo.com.cn