

# 论实验确定转子临界转速的方法

北京航空学院 晏砺堂 李其汉

## 摘 要

本文研究转子系统临界转速的实验测定法。分析、评述了振幅峰值法和根据滞后相角为 $90^\circ$ 及其在临界附近急速变化（“质心转向”）现象确定临界转速的方法。包括将用于柔轴平衡的振型圆法改变用来测定临界转速的方法。提出一种简便安全的低速测定临界转速的方法。最后论述了转子不旋转测定临界转速的方法。用物理概念和简单数学公式阐明所依据的原理，指出了各种方法的优、缺点和适用范围。

## 一、概 述

转子的临界转速现象很早就为人们所认识，并得到广泛的研究。研究工作多集中于计算方法和消除其危害方面。对用实验测定临界转速的方法却研究得不多。然而有不少情况，由于转子结构复杂以及影响因素较多，计算时难以一一考虑，计算精度不高，故实验确定临界转速的方法有重要意义。

转子支承系统的临界转速是指在稳态运转时，转子自身不平衡力激起的横向振动共振时的转速。除非特别指明，一般理解为无阻时的临界转速。现代航空发动机和常用的实验设备中大都用滚动轴承，转子支承系统中自然阻尼很小。其阻尼临界和无阻临界差别不大。

有些航空发动机用低刚性弹性支承，或支承结构刚性很低。此种转子系统一、二阶临界转速时，轴的弯曲量很小，主要变形发生在支承处。一些资料称此二临界为刚体（模态）临界。第三阶及其以上临界时轴发生较大弯曲变形，这些临界称弯曲临界。这样就同时表示出临界时的振型（模态）区别。但也有将刚体临界称为支承共振，认为弯曲临界才是转子临界，并用轴弯曲变形占总变形的若干来区分，对等截面轴两端弹支的转轴则用刚度比 $(2KL^3/EJ)$ 为若干值来区分。我们认为上述一、二阶临界称刚体临界是接近实际情况的，但称支承共振则不妥。顾名思义支承共振仅是支承局部共振，转子不共振。事实上转子支承系统是一个整系统，不可能出现支承局部共振。即使转子的振幅很小或为零，也只是共振时的一种振型，不能说是支承共振。更何况这里所谓的支承共振，转子虽几乎不弯曲，而其振动位移或转角则并不小。

推而广之，转子、支承与机匣构成一台发动机。转子不平衡力激起发动机横向共振时的转速就应称为临界转速。至于转子、支承、机匣振幅的大小则是表明振型。不能将机匣

---

1981年12月收到。

振幅大的叫机匣共振，转子振幅大的叫临界转速。

发动机中气动或其它激振源激起的共振则不能称为临界转速。要区别共振是否由转子不平衡力激起并不难，只需看共振频率是否等于转速就行。当然也偶尔会有别的激振源的频率等于转子的转速，但毕竟是偶然的巧合。

## 二、常用临界转速测定法——振幅峰值法

此法将测出的稳态下转子振幅峰值对应的转速定为临界转速。通常临界时振幅大，不能停留，常用加速过临界进行测量，这难免受加减速的影响。加速时测出的临界偏高，减速时测出的偏低，故取两者的平均值作为临界要准确一些。但增、减速的控制和测量困难，增、减速的影响大小不同，取平均值也不一定准确。

在临界稳态运转测定临界转速只当转子的不平衡量小或阻尼大才可能。而阻尼大时即使在稳态下测量，此法测出的临界转速也会偏高。此外，轴不圆或初弯曲也会带来测试误差。

## 三、由振动相位确定临界转速的方法

许多转子在临界转速时滞后相位角为  $90^\circ$ ，与阻尼大小无关。又当阻尼不大时在临界前后附近滞后角变化急剧。此即所谓“质心转向”现象。利用这两特点可测定临界转速。

### 1. 由转子“质心转向”现象确定临界转速

因用不大的加速过临界和在临界附近稳态试验，“质心转向”现象同样明显，故加速过临界测试既安全又方便。在轴上做上标记作为参考讯号发生源。用相位仪等测出轴振动

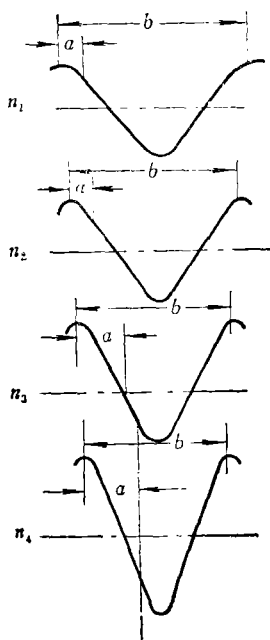


图1 取出几个波形图以分析确定临界转速  
Fig.1 Oscillogram of different speeds in the vicinity of  $n_{cr}$  for determining  $n_{cr}$

峰值与参考讯号之间的相位角，从而找出滞后相位角急剧变化的转速区间，即临界转速。无相位仪时，可用记录仪示波器录下振动波，取其中一些波（图1）来研究。由振动峰值与参考讯号间距离占波长的百分数变化最大定出临界转速所在区间。图上  $(a/b)_3 - (a/b)_2$  最大，故临界转速在  $n_2 \sim n_3$  之间。若过临界时轴发生不小的弯

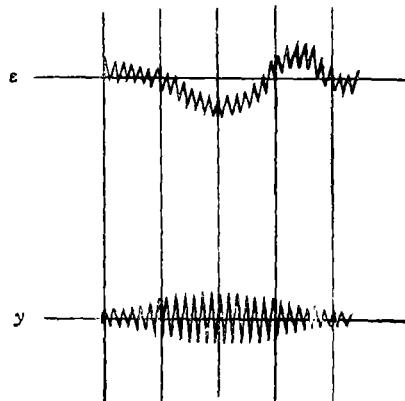


图2 由轴上应变片测出的“质心转向”现象  
Fig.2 Variation of strain on the shaft passing through  $n_{cr}$ , showing the phase change

曲变形,可在轴表面沿轴长方向贴上灵敏的应变片,用引电器、动态应变仪和记录示波器等录下应变讯号 $\varepsilon$ 轴波(图2)。轴上平均应变发生第一次正负变化的转速即临界转速。因可加速过临界,这就避开了在临界停留的问题。用测轴上应变的方法还可免去因轴不圆或初弯曲带来的误差。

## 2. 由滞后角为 $90^\circ$ 确定临界转速

测出不平衡力方向与稳态振动方向的夹角,即定出滞后相位角。该角为 $90^\circ$ 时的转速即是临界转速。测不平衡矢量方向的方法有多种,在研究转子平衡的资料中有较详细的讨论<sup>[1]</sup>。在轴上作参考记号,用相位仪测试或录下振动波等方法可定出振动方向。因增、减速过临界时滞后相位角随之增、减〔2〕,故此法只宜在稳态下测量,适于阻尼较大的情况。因是通过测振动矢量的方向定出滞后角,故轴不圆等会影响测试准确度。

## 3. 用振型圆法确定临界转速

以单质量转子为例将振型圆法的原理简单说明如下。单质量转子运动方程为:

$$m\ddot{Z} + b\dot{Z} + kZ = Fe^{i\omega t} \quad (1)$$

式中  $m$ ——转子的集中质量,  $Z$ ——转子进动半径,  $b$ ——粘性阻尼系数,  $F$ ——不平衡力 $=m\omega^2\epsilon$ ,  $\epsilon$ ——质量偏心距,  $k$ ——转子集中质量处的横向刚性系数。

上式的稳态解为:

$$Z = [(\omega^2\epsilon)/(\omega_c^2 - \omega^2 + 2\mu\omega\omega_c i)]e^{i\omega t} \quad (2)$$

式中  $\mu = b/2m\omega_c$ ,  $\omega_c^2 = k/m$ 为临界转速。

将 $Z$ 写成

$$Z = (x + iy)e^{i\omega t}$$

可求出

$$x^2 + \left[ y + \frac{\omega_c}{4\mu\omega_c} \right]^2 = \left[ \frac{\omega_c}{4\mu\omega_c} \right]^2 \quad (3)$$

一定的转子 $\mu\omega_c$ 和 $\epsilon$ 为定值,在固定转速下,上式给出的曲线为圆。按变 $\omega$ 所作图形不复为圆,但与圆相差不太大。现在我们取 $\omega \cong \omega_c$ 几点所作曲线应很接近于圆弧。据此弧所作圆应很接近于 $\omega = \omega_c$ 时的振型圆。

因实际上还有其它因素影响,按测出的矢量 $Z$ 作图不准。现用三矢法测试,先在取定的转速 $n_i$ 测出振动矢量 $\bar{A}_x$ ,然后在选定的截面加试重,在同转速下测出振动矢量 $\bar{A}_z$ ,那么试重不平衡力引起的振动矢量应为

$$\bar{A}_m = \bar{A}_z - \bar{A}_x \quad (4)$$

如两次测试中的误差矢量相同,相减后误差消去,所得 $\bar{A}_m$ 很准确。轴不圆和初弯曲等误差矢量是常值,如试重加在高一阶振型的节点位置则高一阶的矢量引起的误差也不变。兹举例说明。

取轴上某周向位置为参考方向定为 $0^\circ$ ,试重即加在 $0^\circ$ 方向。测算求出临界前后靠近 $\omega_c$ 的4个转速 $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_3$ 、 $n_4$ 下的 $\bar{A}_m$ 矢量 $0n_1$ 、 $0n_2$ 、 $0n_3$ 、 $0n_4$ ,作图。过 $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_3$ 、 $n_4$ 作圆(图3)。C点对应的转速即为临界转速。 $\alpha_i$ 为 $n_i$ 时的滞后相位角。因在临界前后狭窄的区域,特别当阻尼不大时,可认为滞后角与转速成直线关系,故得

$$\frac{n_c - n_2}{n_3 - n_c} = \frac{90 - \alpha_2}{\alpha_3 - 90} = \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \quad (5)$$

解得临界转速

$$\omega_c = (n_3 \gamma_2 + n_2 \gamma_3) / (\gamma_2 + \gamma_3) \quad (6)$$

这里测试转速不必等距, 便于避开临界。若  $\bar{A}_m$  中尚含有常值矢量误差, 则所作圆形状不变, 位置移动; 若  $\bar{A}_m$  中还有其它误差, 则图形与圆略有偏差。此时求出临界转速误差略大。

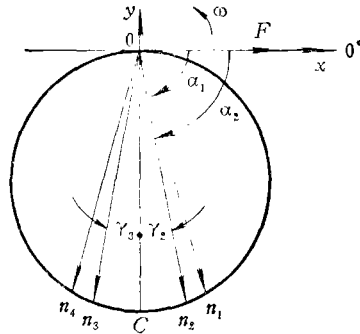


图3 作  $\bar{A}_m$  振型圆确定  $n_{cr}$  举例

Fig.3 Illustration of plotting  $\bar{A}_m$  circle to determine  $n_{cr}$

#### 四、在低转速确定临界转速的方法

相互垂直的两方向刚性不等的横置转子在重力作用下会出现副临界现象。即在一阶临界转速之半出现较大振幅。因而可由测出副临界转速, 二倍之即得一阶临界转速。轴壁厚不均、盘轴连接两向紧度不同等原因均使轴两向刚性不同。这些原因在实际中难免。此种转子在重力作用下将发生以频率为  $2\omega$  变化的位移。这与匀刚性转子受有频率为  $2\omega$  的激振力相当。此力引起的共振的振频等于  $\omega_{e1}$ , 而发生的转速则为  $\frac{1}{2}\omega_{e1}$ , 且不会发生“质心转向”现象。借此可鉴别测出的是副临界还是临界(图4)。有无第二阶临界转速的副临界呢? 第二阶临界是力偶激起。只有当轴上相距较远的两处刚度  $k_{x1} \approx k_{y2} \approx k_{y1} \approx k_{x2}$  时, 相当于有以  $2\omega$  频率变化的力偶作用, 可能引起第二阶副临界。这种情况不多见, 但也不是绝不可能。静、动不平衡也能激起一、二阶副临界, 但激起的振动太小难以测出。副临界转速低, 一般振动不大可在稳态测试。且可测算出高于工作转速的临界转速, 有其优越性。

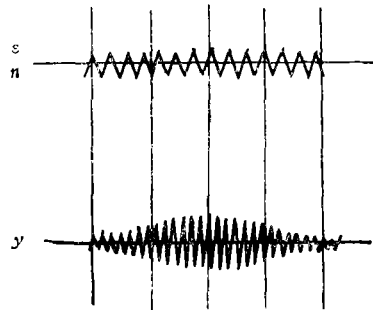


图4 副临界时录波示意图

Fig.1 Schematic oscillogram at sub-critical speed, showing the vibration frequency is double the rotating speed

#### 五、转子不转能否测出临界转速问题

不转转子作平面弯曲振动时的质量惯性力矩与转子作同步进动时的质量陀螺力矩对固有频率的影响不同, 多零件组合的转子在高速、高温工作状态与不转、常温状时的连接刚度也有不同。故常温下不转转子平面横向共振频率通常不等于其临界转速。但如振动时惯

性力矩很小,且转子的连接刚度不因高速、高温有较大变化时,则又可以用测得的转子作平面横向共振时的频率作为其临界转速的近似值。由测转子平面横向共振频率确定临界转速有时虽有不小误差,但由于方法简便易行,用来粗略估计临界转速值仍有相当价值。

## 小 结

本文论述了各种实验测试转子临界转速方法的特点、优、缺点和适用范围。

当转子系统不平衡量和阻尼都不太大时,可用适当加速过临界,利用“质心转向”现象确定临界转速,既方便也较准确。

阻尼小不平衡量大,或轴的几何误差大,或有高一阶的振动波混入时,适于用振型圆法确定临界转速。此法可消除常值矢量误差。

当阻尼较大,且不是几阶临界密集的特殊情况时,可在临界稳态运转,由滞后角为 $90^\circ$ 的特点确定临界转速。

转子两向刚性差别稍大,副临界现象明显时,可在低速稳态或小加速运转由测出副临界而确定出临界转速。此法因在低速试验有其特殊的优越性。

那些质量摆动惯性力矩小且连接刚度不因高速、高温有较大变化的转子,可由测出转子平面弯曲振动共振频率来确定临界转速。

以上各法除振型圆法外,我们都曾多次应用,积累了一定的经验。

## 参 考 文 献

- [1] 晏砺堂:“高速转子在本机上的平衡问题”北航科研参考资料 BH-C306 1978, 7.
- [2] H. L. Hasseapflug, R. D. Flack, E. J. Gunter “Influence of Acceleration on the Critical Speed of A Jeffcott Rotor” Trans. of the ASME, Journal of Engineering for power Vol. 103. №1, pp. 108-113.
- [3] R. E. D. Bishop and A. G. Parkinson: “On the Isolation of Modes In the Balancing of Flexible Shafts” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Vol. 177 № 1-20 1963.
- [4] Д. В. 赫洛宁著,晏砺堂、谢竹虚等译:“航空发动机振动理论与计算”北航发动机结构教研室出版 1979.
- [5] 丁士铎:“转轴的临界转速”中国工业出版社出版 1962.

# ON EXPERIMENTAL METHODS FOR DETERMINING CRITICAL SPEEDS

*Yan Litang and Li Qihan*

*(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)*

## Abstract

In this paper the experimental methods for determining the critical speeds of rotor systems are investigated. The methods reviewed here are the peak amplitude method and those based on the characteristics of critical speeds, such

as the 90 degree phase lagging, and the rapid change of phase angle.

The peak amplitude method commonly used will introduce significant error in practice if the shaft is out of round or initially bent, or it is observed under the condition of acceleration. Even if the tests are performed at constant speeds the undamped critical speed will still be much higher in case of heavily damped rotors, while the method based on the 90 degree phase shift is more suitable for these cases.

For the lightly damped rotors, which are just the cases for many practical rotors, the method based on the rapid change of phase angle when passing through critical speed is more applicable, since the rotors may be more safely tested with acceleration which does not affect the measured results of critical speeds by using this method.

A modified Nyquist plotting procedure is presented, in which a trial weight is put on the node section of the higher order mode shape, and necessary tests are made only at some speeds near the critical. The vibration vectors without error are then obtained and a circular polar plot can be made. With the aid of the plot the critical speed can be calculated in accordance with the fact that the increment of speed is nearly proportional to the increment of phase lagging angle in the vicinity of a critical speed.

It is suggested that the first critical may be experimentally determined at lower speeds for the rotors with asymmetric stiffness, these are the cases for many real rotors. The sub-critical is measured in this method and its double is then the first order critical speed. It is known that at sub-critical the vibration frequency is twice the speed, while at critical the vibration frequency is equal to the speed. Therefore, it is possible to distinguish the sub-critical from the first critical by comparing the measured frequency with speed. This method is considered as a safer and simpler method.

Finally the feasibility of the method to determine the critical speeds in the static states of the rotors is discussed.