

裂纹检测概率曲线的统计测定

西北工业大学 林富甲 黄玉珊

摘 要

本文提出了一种估计裂纹检测概率曲线的试验方法和数据处理方法。给出的估计检测概率置信下限的公式精确、简单,并附有实例。文中还提出了估计裂纹检测概率曲线的工程简化方法。

一、引 言

在以断裂力学为基础的结构损伤容限设计中,需要计算结构的裂纹扩展寿命。而对裂纹扩展寿命有显著影响的初始裂纹长度 a_i ,在工程上有时是依据裂纹的检测可靠性决定的。如美国军用规范“飞机损伤容限要求”^[1]中规定:对于大于 a_i 的裂纹应在95%的置信水平下,有90%的检测概率,显见,用这种方法确定 a_i ,必须通过试验确定一条对应一定置信水平 $1-\alpha$ 的检测概率曲线,即检测概率随裂纹长度 a 的变化曲线,记为 $P_L(D/a) \sim a$ 曲线。

另外,在结构的可靠性分析和经济寿命的预计中,有时需要知道漏检裂纹分布,这时也要用到裂纹检测概率 $P(D/a) \sim a$ 曲线^[2,3,4]。

实践证明:影响裂纹检测概率的因素,除了无损检验方法外,其它如材料特性、裂纹形状与位置、含裂纹构件的表面光洁度、工作环境、照明度以及检验员的技术水平和工作态度等,也都对裂纹检测概率有很大影响。本文实例还证明:如果确知裂纹可能产生的位置和方向(飞机结构中有这种情况),则检测概率将有明显增加。因此,对于飞机结构损伤容限设计和可靠性分析来说,仅仅知道在某一特定条件下,某种无损检验方法的检测概率曲线常常是不够的。要可靠地预计某个结构的使用寿命和破坏概率,必须针对具体条件估计检测概率曲线。

然而,目前这类曲线十分缺乏,测定这类曲线也无标准可循。本文提出一种测定这类曲线的试验方法和数据处理方法。通过实例证明,这种方法是可行的。

二、获取裂纹检测数据的方法

首先,模拟真实条件制备一定数量的含不同长度裂纹的试件(如果有数量足够的含裂纹真实构件可用时,则不需另作试件)。所谓模拟,主要是保证试件在材料、表面光洁度、含裂纹部分的局部形状以及裂纹类型等方面要与真实构件一致。然后,用规定的无损检验方法,在规定的条件(包括工作环境、照明度、检测人员的技术水平等)下,对试件进行

1981年10月收到。

反复检测,以得到裂纹的检出数和漏检数。

为了保证试验的代表性和独立性,试件总数应不少于30,其中一半左右应不含裂纹。检验员最好不少于5人,每个检验员的每次检测工作都要独立地进行。后文的实例中提出了几项保证检测结果独立性的具体办法。

在检测工作中,确定漏检裂纹数是一个关键问题。对同一条“裂纹”的独立检测次数 K 与漏检次数 J 是统计分析的重要数据。 K 是直接可知的,而要求出 J ,就必须首先确定“裂纹”是否确实存在。实践证明:下述两种办法对解决这一问题是有有效的。

1. 适当增加独立检测次数 K 。若设该裂纹 a 的检测概率 $P(D/a) = p, 0 < p < 1$ 。漏检概率 $q = 1 - p < 1$,则 K 次独立检测都漏检的概率为 q^K ,显见,当 K 较大时, q^K 是很小的。这样,从理论上讲,只要对同一裂纹进行足够多次的独立检测,则实际上裂纹被发现就是必然的了。

2. 对试件加一定静拉力(相当预制裂纹载荷的一半即可),在受拉状态下进行检测,以提高对裂纹的分辨能力。这种方法不但能有效地确定裂纹是否存在,而且还可以较准确地测定裂纹长度。

三、检测数据的统计处理

首先,将裂纹长度分成若干区间,将检测数据分别归并入相应的区间内,用区间上端点值代表该区间内所有裂纹的长度。然后,对单个裂纹长度区间内裂纹检测概率进行估计,方法如下。

每一次对裂纹的检测可看作一次随机试验,其结果可能只有两个:裂纹被检出和裂纹未被检出。设前者的概率 $P(D/a) = p$,后者的概率 $P(\bar{D}/a) = q = 1 - p$ 。这样,对同一裂纹长度区间内裂纹的 n 次独立检测,其检出裂纹数 S 服从二项分布,即

$$P_n(S = S_n) = C_n^{S_n} p^{S_n} q^{n-S_n} \quad (1)$$

其中, p 是未知的,它的点估计为 $\hat{p} = S_n/n$ 。但为了保险起见,常常还要求按规定的置信水平 $1 - \alpha$,求出 p 的置信下限 p_L ,它应满足的概率条件为

$$P\{S \geq S_n\} = \sum_{i=S_n}^n C_n^i p_L^i (1-p_L)^{n-i} = \alpha \quad (2)$$

由于一般累积二项分布表都只列到 $n = 30$ 为止,不能满足要求。文献〔5,6〕中采用了通常的近似方法,即当 n 超过30而 p 接近0或1时,近似借助累积泊松分布表来计算 p_L ,而当 p 具有中等大小,且 n 又非常大时,经过一定变换,借助正态分布表来近似计算 p_L 。例如:若 $n = 45, S_n = 43, \alpha = 0.05$,用上述近似方法算出 p_L 的值为0.894,而满足(2)式的精确值为0.867,相差0.027。注意到高检测概率区正是与结构安全关系较大的区域,在这里产生这样大的计算误差是不容忽视的。而且这种近似方法也并不简便。本文仅利用 F 分布函数表,采用下面精确的、简单化的公式计算满足(2)式的 p_L 值

$$p_L = \frac{f_2}{f_2 + f_1 x} \quad (3)$$

式中 f_1 —— F 分布的上自由度 $f_1 = 2(n - S_n + 1)$;

f_2 —— F 分布的下自由度 $f_2 = 2S_n$;

x —— F 分布的上侧百分位点, 按下式由 F 分布表查出。

$$P\{F > x\} = \alpha \quad (4)$$

对(3)式简单证明如下:

令 $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ —— Γ 函数;

$I(y, \gamma, \theta) = \frac{B_y(\gamma, \theta)}{B(\gamma, \theta)}$ ——参数为 γ, θ 的 Beta 分布函数;

$B(\gamma, \theta) = \int_0^1 t^{\gamma-1} (1-t)^{\theta-1} dt = \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\theta)}{\Gamma(\gamma+\theta)}$ ——Beta 函数;

$B_y(\gamma, \theta) = \int_0^y t^{\gamma-1} (1-t)^{\theta-1} dt$ ——不完全 Beta 函数。

其中 $0 \leq y \leq 1$; $\gamma, \theta > 0$ 。

已知自由度为 f_1, f_2 的 F 分布的概率密度函数为

$$p(x, f_1, f_2) = \frac{\Gamma\left(\frac{f_1+f_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{f_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{f_2}{2}\right)} f_1^{\frac{f_1}{2}} f_2^{\frac{f_2}{2}} \frac{x^{\frac{f_1}{2}-1}}{(f_2+f_1x)^{\frac{f_1+f_2}{2}}} \quad (x > 0)$$

作变换

$$Y = \frac{f_1 F}{f_2 + f_1 F}$$

可推得 Y 服从参数 $\gamma = \frac{f_1}{2}$, $\theta = \frac{f_2}{2}$ 的 Beta 分布, 即

$$P\{Y \leq y\} = I\left(y, \frac{f_1}{2}, \frac{f_2}{2}\right)$$

根据 F 与 Y 的关系, 容易得到

$$P\{F > x\} = I\left(\frac{f_2}{f_2 + f_1 x}, \frac{f_2}{2}, \frac{f_1}{2}\right) \quad (5)$$

另一方面, 逐次采用分部积分法可以证明

$$\sum_{i=S_n}^n C_n^i p_L^i (1-p_L)^{n-i} = n C_{n-1}^{S_n-1} \int_0^{p_L} t^{S_n-1} (1-t)^{n-S_n} dt$$

易知

$$n C_{n-1}^{S_n-1} = \frac{1}{B(S_n, n-S_n+1)}$$

所以

$$\sum_{i=S_n}^n C_n^i p_L^i (1-p_L)^{n-i} = I(p_L, S_n, n-S_n+1) \quad (6)$$

只要令

$$\frac{f_1}{2} = n - S_n + 1, \text{ 即 } f_1 = 2(n - S_n + 1)$$

$$\frac{f_2}{2} = S_n, \text{ 即 } f_2 = 2S_n$$

则比较(5)式与(6)式后可以看出, 若 x 满足(4)式, 即 $P\{F > x\} = \alpha$, 那末由(3)式

计算出的 p_L 值一定满足(2)式, 证毕。

根据对各个裂纹长度区间内检测数据的统计分析结果, 在坐标纸上描点作图, 便可得到 $P(D/a) \sim a$ 和 $P_L(D/a) \sim a$ 曲线。

四、实例

用45*钢制成50件试件, 外形尺寸如图1所示。在高频疲劳试验机上预制裂纹, 但有意使近一半试件保持无裂纹状态。其余试件产生长度不等的孔边角裂纹。用磁粒法进行检测。为了保证检测结果的独立性, 对检测工作提出了如下要求:

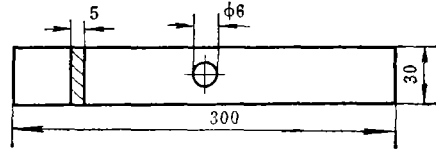


图1 试件外形

Fig. 1 Specimen configuration

(1) 检测数据由专人记录, 8位检验员单独进行检测, 不讨论、不交流信息。

(2) 所有试件在外观上保持一致, 表面不能有任何明显记号。

(3) 每一检验员对同一试件的两次检测, 在时间上至少要间隔两天。

对检测数据的统计处理在表1中进行, 图2示出了所得结果。其中, 裂纹长度是指角裂纹沿试件表面的长度。

表1 裂纹检测结果分析(1-α=95%)

Table 1 Analysis of the results of flaw detection(1-α=95%)

裂纹长度区间 (毫米)	裂纹 总数 n	检出裂 纹数 S_n	检测概率点估计 $\hat{p} = \frac{S_n}{n}$	F分布的上自由度 $f_1 = 2(n - S_n + 1)$	F分布的 下自由度 $f_2 = 2S_n$	F分布的上侧 百分位点 x $P\{F > x\} = \alpha$	检测概率的 置信下限 $P_L = \frac{f_2}{f_2 + f_1 x}$
0.41~0.60	513	158	0.308	712	316	1.18	0.273
0.61~0.80	264	152	0.576	226	304	1.23	0.522
0.81~1.00	111	95	0.856	34	190	1.49	0.789
1.01~1.20	157	141	0.898	34	282	1.47	0.849
1.21~1.40	191	175	0.916	34	350	1.46	0.876
1.41~1.60	225	213	0.947	26	426	1.52	0.915
1.61~1.80	176	169	0.960	16	338	1.68	0.926
1.81~2.00	65	65	1.000	2	130	3.07	0.953

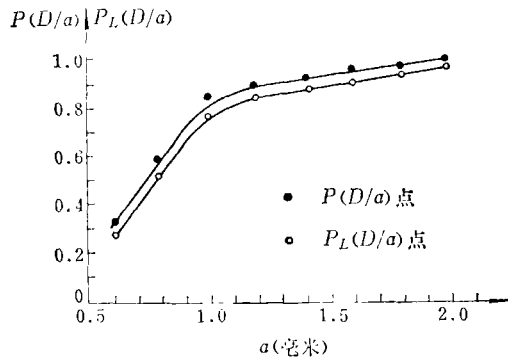


图2 根据检测数据得到的 $P(D/a) \sim a$ 和 $P_L(D/a) \sim a$ 曲线

Fig. 2 $P(D/a)$ vs a and $P_L(D/a)$ vs a curves obtained from inspection data

由于在本例中, 裂纹可能出现的位置和方向都是确定的, 因此检测概率较高。

五、 $P(D/a) \sim a$ 曲线型式及简化测定法

由于仔细地测定裂纹检测概率曲线所需的人力、物力和时间都较多, 因此, 提出一种简化的工程方法。这种方法的基本思想是: 除了利用本次试验的测试数据外, 要尽量利用已有的资料。具体是: 首先根据已有资料确定 $P(D/a) \sim a$ 曲线的型式及其中部分参数, 然后取少量试件 (如10个左右) 在一两个裂纹长度区间内进行检测试验, 根据所得结果估计出其余个别参数。文献〔8〕中给出了四种无损检验方法对表面裂纹检测能力的试验曲线, 本文也给出了在一定条件下, 磁粒法对孔边角裂纹的检测结果, 可供参考。

下面, 针对三种 $P(D/a) \sim a$ 曲线型式, 分别进行说明。

1. YANG-TRAPP 采用的幂函数型^{〔2〕}

$$P(D/a) = \begin{cases} \left(\frac{a-a_1}{a_2-a_1} \right)^m, & a_1 \leq a \leq a_2 \\ 0, & a < a_1 \\ 1, & a > a_2 \end{cases}$$

式中, a_1 、 a_2 和 m 为待定常数。 a_1 和 a_2 的物理意义十分明显, 可以由经验确定。这样, 只有 m 需要针对具体情况由试验确定。提请注意的是, a_2 的大小对结果影响较大, 为了安全, 取值应偏于保守。

2. DAVIDSON 采用的指数函数型^{〔3〕}

$$P(D/a) = \begin{cases} 0, & a \leq a_0 \\ c_1 \{ 1 - \exp[-c_2(a-a_0)] \}, & a > a_0 \end{cases}$$

式中, c_1 、 a_0 和 c_2 为待定常数。 c_1 是一个非常接近于 1 的数, 可以事先选定 (如可取 $c_1 = 0.98 \sim 0.99$)。 c_1 一般不取 1 的原因是考虑到这样一个事实: 很长的裂纹也可能在实测中被漏检。 a_0 的含义明确, 可以根据经验选定。这样一来, 也只有 c_2 需要通过检测试验确定。

3. HELLER-STEVENSON 采用的 WEIBULL 型概率函数^{〔1〕}

$$P(D/a) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{a}{c}\right)^b\right], \quad a > 0$$

式中, b 和 c 为待定常数。作为工程近似, 可以假定: 对于同一种无损检验方法, b 是相同的。只有 c 需要针对具体情况, 由试验确定。这种函数的一个优点是: 它反映了很小的裂纹也可能偶尔被发现, 而很大的裂纹也可能偶尔被漏掉这样一个客观上存在的事实。

至于这三种型式中, 何者更符合实际, 还有待进一步通过实践证明。但就曲线拟合的一般情况而论, 由于前两种型式中包含的参数较多, 若所有参数都根据当次实验所得的一组数据估计, 则它们拟合实验数据的能力可能要强一些。表 2 给出了用上述三种函数型式拟合本文实例数据所得的结果。由于是曲线拟合, 故给出了剩余标准差的大小, 以资比较。图 3 分别画出了三条拟合曲线。

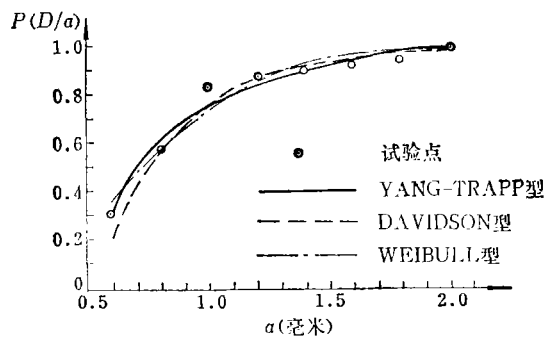
然而, 在上面提出的工程近似方法中, 对每种函数型式都只有一个需要由试验估计的

参数。因此,前两种型式的多参数拟合优势就没有了。这时若选用第三种型式,由于有现成的 Weibull 概率坐标纸可用,作图反而方便。

表 2 最小二乘法分析结果

Table 2 The results of least square analysis

函 数 型 式	YANG-TRAPP型	DAVIDSON型	WEIBULL型
参数估计值	$a_1 = 0.59$ 毫米 $a_2 = 1.82$ 毫米 $m = 0.246$	$a_0 = 0.53$ 毫米 $c_1 = 0.99$ $c_2 = 3.43$ 毫米 ⁻¹	$b = 2.06$ $c = 0.87$ 毫米
剩余标准差	0.058	0.050	0.061

图 3 三种型式的 $P(D/a)$ 曲线Fig. 3 Three types of $P(D/a)$ vs a curve

六、结 束 语

各种无损检验方法都有一定的灵敏度范围,有的在短裂纹范围内有效的方法,在长裂纹范围内,灵敏度可能反而降低^[8]。因此,使用中要注意裂纹检测概率曲线的有效范围。

许多无损检验方法的检测能力是与裂纹缺陷面积有关的。在这种情况下,只要将本文中裂纹长度代之以裂纹缺陷面积,本文的统计方法仍可使用。

西北工业大学原五〇四教研室的许多同志参加了本文实例中的试验工作,在此一并致谢。

参 考 文 献

- [1] 美国军用规范:飞机损伤容限要求 (MIL-A-83444(USAF)1974.7.2) 国外航空技术 总69号 1977.
- [2] J. N. Yang and W. J. Jrapp, Reliability Analysis of Aircraft Structures under Random Loading and Periodic Inspection, AIAA. J. Vol. 12, № 12, Dec. 1974.
- [3] J. R. Davidson, Reliability and Structural Integrity, NASA TM X-71934, Nov. 1973.
- [4] J. N. Yang, Statistical Estimation of Economic Life for Aircraft Structures, J. Aircraft Vol. 17, № 7, July, 1980.
- [5] P. F. Packman, J. K. Malpani, F. M. Wells, Probability of Flaw Detection for Use in Fracture Control Plans, Strength and Structure of Solid Materials, Tokyo, 1976, 127-143.
- [6] J. K. Malpani, Reliability of Flaw Detection by Nondestructive Inspection and Its Application to

- Fracture Mechanics Design and Life Analysis, D. Phil. Thesis, University of Vanderbilt, 1976.
- [7] A. Hald, Statistical Theory with Engineering Application, New York, 1955.
- [8] P. F. Packman, H. S. Pearson, J. S. Ouens, and G. Young, Definition of Fatigue Cracks through Nondestructive Testing, *J. Materials*, Vol. 4, № 3, Sept. 1969.
- [9] R. A. Heller and G. H. Stevens, Bayesian Estimation of Crack Initiation Time from Service Data, *J. Aircraft*, Vol. 15, № 11, 1978.

STATISTICAL DETERMINATION OF A FLAW DETECTION PROBABILITY CURVE

Lin Fujia and Huang Yushan

(Northwestern Polytechnical University)

Abstract

The reliability prediction and damage tolerance analysis of aircraft structures based on the principles of fracture mechanics require the knowledge of the ability of flaw detection. A statistical method for determining the flaw detection probability curve is developed and a test technique for obtaining independent flaw detection data is described in this paper. Based on these data and a formula proposed in this paper, the confidence lower limit of the flaw detection probability with the given confidence level for an arbitrary size of a sample and for an arbitrary value of the detection probability can be calculated merely with the help of the table of F-distribution. The presented formula occurs exact and simple in comparison with other approximate formulas proposed by some authors.

As an example, the flaw detection probability curve with 95% confidence is given, which comes from the results of inspecting corner flaws at holes in 50 specimens. The specimens were made of steel 45 and the magnetic-particle technique was applied for non-destructive inspection.

Finally, the simplified method for determining the flaw detection probability curve is also discussed.