

# 基于归一化空间符号函数的鲁棒波达角估计

刘春静<sup>1,2</sup>, 刘 枫<sup>2</sup>, 王文昌<sup>2</sup>, 张 曙<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;  
2. 信息综合控制国家重点实验室, 四川 成都 610036)

**摘要:** 提出了一种适用于任意未知统计特性的脉冲噪声环境下的波达角估计算法。算法扩展了非参数统计中的空间符号和秩的概念, 采用归一化的空间符号函数来构造阵列协方差矩阵, 然后根据子空间算法进行测向。从理论上证明了归一化的空间符号协方差矩阵用于波达角估计的可行性, 为该算法的进一步推广奠定了基础。计算机仿真结果表明, 该算法在任意脉冲噪声环境中表现出良好的鲁棒性, 而且对阵列增益和相位噪声不敏感。

**关键词:** 鲁棒; 空间符号函数; 脉冲噪声; 波达角估计  
**中图分类号:** TN 911 **文献标志码:** A

## Robust DOA estimation based on normalized spatial sign function

LIU Chun-jing<sup>1,2</sup>, LIU Feng<sup>2</sup>, WANG Wen-chang<sup>2</sup>, ZHANG Shu<sup>1</sup>

(1. Coll. of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering Univ., Harbin 150001, China;  
2. National Information Control Lab., Chengdu 610036, China)

**Abstract:** A robust direction-of-arrival (DOA) estimation algorithm against arbitrary impulse noise of unknown statistics is proposed. The algorithm extends the concept of spatial sign and rank in nonparametric statistics so as to construct an array covariance matrix by using the normalized spatial sign function, then a subspace method is applied to direction finding. It is feasible to estimate DOAs according to the normalized spatial sign covariance matrix. On the basis of the theoretical proofs the algorithm can be generalized to any subspace methods. Computer simulation results show that the algorithm is robust in the arbitrary impulse noise environment and is not sensitive to the array gain and phase errors.

**Keywords:** robust; spatial sign function; impulse noise; direction-of-arrival (DOA)

## 0 引言

在传统的高精度测向算法中, 子空间类算法<sup>[1-2]</sup>计算量较小且性能良好, 从而受到广泛的重视和研究。由于该类算法是以精确的数学模型为基础的, 因此对模型误差十分敏感; 常用的子空间类算法都只考虑了高斯噪声模型, 然而, 大量的实验数据表明, 自然界存在的很多噪声都具有较强的冲击特性<sup>[3-6]</sup>, 人们通常用对称  $\alpha$  稳定 (SaS) 分布<sup>[9]</sup>来描述这类脉冲噪声。为了克服脉冲噪声的影响, 文献<sup>[7-8]</sup>最先提出了一种基于鲁棒共变矩阵的 MUSIC (ROC-MUSIC) 算法, 但该算法假设信号和加性噪声服从联合 SaS 分布, 而实际上这种假设并不总是成立的。文献<sup>[10]</sup>进一步发展了这种算法, 提出了分数低阶矩 (FLOM) 的概念, 然而, 所有的基于 FLOM 的算法<sup>[11-13]</sup>都必须已知脉冲噪声的分布特性, 从而增加了运算量并且可

能引入误差。另外, 最大似然算法<sup>[3,6,14-15]</sup>和鲁棒的  $M$  估计器<sup>[16]</sup>也被应用到脉冲环境下的 DOA 估计。虽然它们都具有很强的鲁棒性能, 但需要选择合适的加权函数来完成算法的迭代。在文献<sup>[17]</sup>中, Visuri 等人采用非参数统计中的空间符号和秩函数构造了一种新的协方差矩阵进行子空间测向, 既克服了上述算法存在的缺点又没有使运算量显著增加。本文将这种非参数统计的方法进行了扩展, 提出了归一化空间符号函数的概念, 并以此为基础给出了一种鲁棒的 DOA 估计算法。与文献<sup>[17]</sup>中的算法相比, 本文的算法不但保持了其已有的优点, 而且在性能上有了明显的改善。

## 1 基本概念

对于  $M$  元的复向量  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_M]^T$ , 空间符号函数定义为<sup>[17-18]</sup>

$$\mathbf{Z}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{\mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|}, & \mathbf{x} \neq 0 \\ 0, & \mathbf{x} = 0 \end{cases}$$

式中,  $\|\mathbf{x}\| = (\mathbf{x}^H \mathbf{x})^{1/2}$ 。考虑向量集  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$ , 采样协方差矩阵  $\mathbf{R}_1$ 、采样空间符号协方差矩阵(SCM) $\mathbf{R}_2$ 、采样空间  $\tau$  协方差矩阵(TCM) $\mathbf{R}_3$  分别定义如下<sup>[17]</sup>

$$\mathbf{R}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x} \mathbf{x}^H, \quad \mathbf{R}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{z} \mathbf{z}^H$$

$$\mathbf{R}_3 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mathbf{z}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \mathbf{z}^H(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$$

下面我们定义归一化的空间符号函数。对于复向量  $\mathbf{x}$ , 该函数定义为

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{|x_1|} & \frac{x_2}{|x_2|} & \dots & \frac{x_M}{|x_M|} \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

式中,  $|\cdot|$  表示复数求模。如果  $x_m = 0 (m=1, \dots, M)$ , 令

$\frac{x_m}{|x_m|} \triangleq 0$ 。相应的采样归一化空间符号协方差矩阵(normalized spatial sign covariance matrix, NSCM)为

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{w} \mathbf{w}^H \quad (2)$$

假设  $\mathbf{x}$  为独立同分布的复随机变量, 则理想的 NSCM 为

$$\mathbf{\Xi} = E\{\mathbf{w} \mathbf{w}^H\} \quad (3)$$

**定理 1** 设  $N$  个向量  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$  服从  $M$  元的复分布  $F$ ,

则当  $N \rightarrow \infty$  时,  $\mathbf{R} \xrightarrow{w.p.1} \mathbf{\Xi} = E_F\{\mathbf{R}\}$ , 其中  $w.p.1$  表示以概率 1 收敛。

**证明** 令  $\tilde{\mathbf{s}} = [\text{Re}\{\mathbf{s}\} \quad \text{Im}\{\mathbf{s}\}]^T$ , 其中  $\text{Re}$  和  $\text{Im}$  分别表示求实部和虚部运算。将  $2M \times 2M$  的协方差矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}$  和  $\tilde{\mathbf{\Xi}}$  分别分解为四个  $M \times M$  的子矩阵

$$\tilde{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}^{11} & \tilde{\mathbf{R}}^{12} \\ \tilde{\mathbf{R}}^{21} & \tilde{\mathbf{R}}^{22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{\Xi}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{\Xi}}^{11} & \tilde{\mathbf{\Xi}}^{12} \\ \tilde{\mathbf{\Xi}}^{21} & \tilde{\mathbf{\Xi}}^{22} \end{bmatrix}$$

根据文献[17], 很容易得到

$$\mathbf{R} = \tilde{\mathbf{R}}^{11} - j\tilde{\mathbf{R}}^{12} + j\tilde{\mathbf{R}}^{21} + \tilde{\mathbf{R}}^{22} \quad (4)$$

$$\mathbf{\Xi} = \tilde{\mathbf{\Xi}}^{11} - j\tilde{\mathbf{\Xi}}^{12} + j\tilde{\mathbf{\Xi}}^{21} + \tilde{\mathbf{\Xi}}^{22} \quad (5)$$

因为  $\tilde{\mathbf{R}}$  为服从有界核  $U$  统计分布的矩阵, 所以  $\tilde{\mathbf{R}} \xrightarrow{w.p.1} \tilde{\mathbf{\Xi}}$ <sup>[19, 定理 5.4.A]</sup>。根据式(4)和式(5), 得

$$\mathbf{R} = \tilde{\mathbf{R}}^{11} - j\tilde{\mathbf{R}}^{12} + j\tilde{\mathbf{R}}^{21} + \tilde{\mathbf{R}}^{22} \xrightarrow{w.p.1} \tilde{\mathbf{\Xi}}^{11} - j\tilde{\mathbf{\Xi}}^{12} + j\tilde{\mathbf{\Xi}}^{21} + \tilde{\mathbf{\Xi}}^{22} = \mathbf{\Xi}$$

## 2 基于 NSCM 的子空间算法

考虑  $M(M > 1)$  元的均匀直线阵, 有  $K$  个不相干的窄带远场信源入射到该阵列上, 假设阵列接收  $N$  个快拍, 则对

于每个快拍有

$$\mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{s} + \mathbf{v} \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ ,  $\mathbf{a}(\theta_k)$  为  $\theta_k$  方向的导向矢量;  $\mathbf{s}$  为  $K \times 1$  的信号分量;  $\mathbf{v}$  为加性噪声。

理想的阵列协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{\Sigma} = E\{\mathbf{x} \mathbf{x}^H\} = \mathbf{A} \mathbf{\Sigma}_s \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{\Sigma}_s = E\{\mathbf{s} \mathbf{s}^H\}$  为  $K \times K$  的信号协方差矩阵;  $\sigma^2$  为噪声功率;  $\mathbf{I}$  为单位阵。根据 MUSIC 算法可得空间谱估计的表达式如下<sup>[1]</sup>

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_v \mathbf{U}_v^H \mathbf{a}(\theta)|} \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{U}_v$  为  $\mathbf{\Sigma}$  的  $M-K$  个小特征值对应的特征向量矩阵。

下面通过几个定理的证明给出 NSCM 子空间测向算法的理论基础, 在这些定理中均假设噪声服从球形对称分布。

**定理 2** 对于任意  $M \times 1$  的向量  $\mathbf{x}$  和  $M \times M$  的矩阵  $\mathbf{G}$ , 必定存在一个酉矩阵  $\mathbf{Q}$  满足

$$\mathbf{w}(\mathbf{G} \mathbf{x}) = \mathbf{Q} \mathbf{w}(\mathbf{x})$$

**证明** 令  $\mathbf{G} \mathbf{x} = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_M]^T$ ,  $\mathbf{x} = [d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_M]^T$ 。由式(1)的定义可得

$$\mathbf{w}(\mathbf{G} \mathbf{x}) =$$

$$\begin{bmatrix} (|d_1| |c_1|) / (|d_1| |c_1|) & & & \\ & \ddots & & \\ & & (|d_M| |c_M|) / (|d_1| |c_M|) & \end{bmatrix} \cdot$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) \triangleq \mathbf{Q} \mathbf{w}(\mathbf{x})$$

明显  $\mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{I}$ , 则原命题得证。

**定理 3** 假设  $\mathbf{x}$  满足式(6)且  $\mathbf{s}$  和  $\mathbf{v}$  为互相独立的随机变量 ( $\mathbf{x}, \mathbf{s}, \mathbf{v} \neq 0$ ),  $\hat{\mathbf{U}}_v'$  为采样 NSCM 的  $M-K$  个小特征值对应的特征向量矩阵, 则

(1) 理想 NSCM 的  $M-K$  个小特征值相等, 而且这些特征值所对应的特征向量矩阵与信号导向矢量正交;

(2) 当  $N \rightarrow \infty$  时,  $\mathbf{A}^H \hat{\mathbf{U}}_v' \xrightarrow{w.p.1} 0$ 。

**证明** 令  $\mathbf{V}$  为矩阵  $\mathbf{A} \mathbf{A}^H$  的特征向量矩阵, 且各列特征向量对应的特征值按照从大到小的顺序排列。则

$$\mathbf{V}^H \mathbf{A} \mathbf{s} = [\mathbf{A}' \mathbf{s} \quad 0]^T$$

式中,  $\mathbf{A}'$  为  $K \times K$  的满秩矩阵。

根据式(1)和式(6), 有

$$\mathbf{w}(\mathbf{V}^H \mathbf{x}) = \mathbf{w}(\mathbf{V}^H \mathbf{A} \mathbf{s} + \mathbf{V}^H \mathbf{v}) =$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{w}(\mathbf{V}^H \mathbf{A} \mathbf{s}) + \mathbf{w}(\mathbf{V}^H \mathbf{v})) =$$

$$\mathbf{A}[\mathbf{A}' \mathbf{s} \quad 0]^T + \mathbf{A} \mathbf{w}(\mathbf{V}^H \mathbf{v}) = \mathbf{P} \mathbf{w}(\mathbf{x}) \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{P}$  为酉矩阵, 对角阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{b_1 + v_1}{|b_1 + v_1|} \frac{|b_1 v_1|}{|b_1| |v_1| + |b_1| |v_1|} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \frac{b_M + v_M}{|b_M + v_M|} \frac{|b_M v_M|}{|b_M| |v_M| + |b_M| |v_M|} & \end{bmatrix}$$

其中

$$\mathbf{V}^H \mathbf{A} \mathbf{s} = [b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_M]^T, \mathbf{V}^H \mathbf{v} = [v_1 \quad v_2 \quad \cdots \quad v_M]^T \cdot$$

$$E\{\mathbf{w}(\mathbf{V}^H \mathbf{x}) \mathbf{w}^H(\mathbf{V}^H \mathbf{x})\} = \mathbf{P} E\{\mathbf{w}(\mathbf{x}) \mathbf{w}^H(\mathbf{x})\} \mathbf{P}^H =$$

$$E\left\{ \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s}) \mathbf{w}^H(\mathbf{A}'\mathbf{s}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}^H \right\} + E\{\mathbf{A} \mathbf{w}(\mathbf{V}^H \mathbf{v}) \mathbf{w}^H(\mathbf{V}^H \mathbf{v}) \mathbf{A}^H\} \quad (10)$$

由于  $\mathbf{v}$  为球形对称分布, 则  $\mathbf{V}^H \mathbf{v}$  同样服从球形对称分布, 因此  $\mathbf{V}^H \mathbf{v}$  的协方差矩阵等于单位阵乘上一个常数。那么式 (10) 可改写为

$$E\{\mathbf{w}(\mathbf{V}^H \mathbf{x}) \mathbf{w}^H(\mathbf{V}^H \mathbf{x})\} = E\{\mathbf{A} \mathbf{A}^H\} \begin{bmatrix} E\{\mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s}) \mathbf{w}^H(\mathbf{A}'\mathbf{s})\} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \gamma E\{\mathbf{A} \mathbf{A}^H\} = \eta \left( \begin{bmatrix} E\{\mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s}) \mathbf{w}^H(\mathbf{A}'\mathbf{s})\} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \gamma \mathbf{I} \right), \eta = E\{\mathbf{A} \mathbf{A}^H\} \quad (11)$$

式中,  $\eta, \gamma$  均为正数。

下面只需要证明  $E\{\mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s}) \mathbf{w}^H(\mathbf{A}'\mathbf{s})\}$  的秩为  $K$  即可。设  $\mathbf{p} \neq 0$  为任意  $K$  维向量, 由于  $E\{\mathbf{s} \mathbf{s}^H\}$  的秩为  $K$ , 则  $E\{\mathbf{A}' \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{A}'^H\}$  的秩也为  $K$ , 因此

$$E\{\mathbf{p}^H \mathbf{A}' \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{A}'^H \mathbf{p}\} = E\{|\mathbf{p}^H \mathbf{A}' \mathbf{s}|^2\} > 0$$

那么

$\Pr\{|\mathbf{p}^H \mathbf{A}' \mathbf{s}|^2 > 0\} > 0 \Rightarrow \Pr\{|\mathbf{p}^H \mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s})|^2 > 0\} > 0$  即  $E\{\mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s}) \mathbf{w}^H(\mathbf{A}'\mathbf{s})\} \triangleq \mathbf{\Pi}$  为正定矩阵。再根据式 (10) 和式 (11), 得

$$\mathbf{P} E\{\mathbf{w}(\mathbf{x}) \mathbf{w}^H(\mathbf{x})\} \mathbf{P}^H = \begin{bmatrix} \eta \mathbf{\Pi} + \gamma \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \gamma \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

由于  $\mathbf{P}$  为酉阵, 则原命题得证。

对 (2) 的证明与文献 [17] 中定理 3 的证明相似, 此处不再赘述。

**定理 4** 假设  $\mathbf{x}$  满足式 (6),  $\mathbf{s}$  为确定的信号向量,  $\mathbf{v}$  为随机噪声 ( $\mathbf{x}, \mathbf{s}, \mathbf{v} \neq 0$ ), 则

(1)  $E(\mathbf{R})$  的  $M-K$  个小特征值相等, 而且这些特征值所对应的特征向量矩阵与信号导向向量正交, 当  $N \rightarrow \infty$  时,

$$\mathbf{R} - E\{\mathbf{R}\} \xrightarrow{w.p.1} 0;$$

(2) 当  $N \rightarrow \infty$  时,  $\mathbf{A}^H \hat{\mathbf{U}}_v' \xrightarrow{w.p.1} 0$ 。

**证明** 设  $\mathbf{s}_i$  和  $\mathbf{v}_i$  分别为第  $i$  个信号和噪声向量, 接收快拍  $\mathbf{x}_i = \mathbf{A} \mathbf{s}_i + \mathbf{v}_i, i=1, \dots, N$ 。根据定理 3 的证明, 得

$$E\{\mathbf{w}(\mathbf{x}) \mathbf{w}^H(\mathbf{x})\} = E\left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{w}(\mathbf{x}_i) \mathbf{w}^H(\mathbf{x}_i) \right\} = \mathbf{P}^H \left[ \eta \begin{bmatrix} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s}_i) \mathbf{w}^H(\mathbf{A}'\mathbf{s}_i) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \gamma \mathbf{I} \right] \mathbf{P}$$

因为  $\mathbf{s}_i$  张成  $K$  维的信号子空间且  $\mathbf{A}'$  为满秩矩阵, 所以  $\mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s}_i)$  同样张成  $K$  维的信号子空间。则下式成立

$$\mathbf{p}^H \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s}_i) \mathbf{w}^H(\mathbf{A}'\mathbf{s}_i) \right] \mathbf{p} > 0$$

即  $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{w}(\mathbf{A}'\mathbf{s}_i) \mathbf{w}^H(\mathbf{A}'\mathbf{s}_i) \triangleq \mathbf{Z}$  为正定阵, 因此

$$E\{\mathbf{w}(\mathbf{x}) \mathbf{w}^H(\mathbf{x})\} = \mathbf{P}^H \begin{bmatrix} \eta \mathbf{Z} + \gamma \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{P}$$

当  $N \rightarrow \infty$  时, 采样 NSCM 的收敛性证明的思路与文献 [17] 中定理 4 的证明思路相同。

对 (2) 的证明采用文献 [17] 中定理 5 的证明方法即可。

定理 3 和定理 4 分别证明了随机信号和确定信号条件下采样 NSCM 都能获得收敛的信号子空间和噪声子空间。因此, 采样 NSCM 能够应用于任何子空间 DOA 估计算法, 同时也可以用于信源数目的估计。

### 3 算法仿真与分析

仿真条件为 16 阵元的均匀直线阵, 每个阵元均假设为理想的全向天线, 阵元间距为半个波长。仿真中的每个点都是经过 200 次独立实验后取平均得到的。在下面的仿真中脉冲噪声服从标准  $S_{\alpha}S$  分布, 其特征函数为 [20]

$$\varphi(\omega) = \exp(-\gamma |\omega|^{\alpha})$$

式中,  $\gamma (\gamma > 0)$  为离差;  $\alpha (0 < \alpha \leq 2)$  为特征指数,  $\alpha$  越小则噪声的冲击特性就越显著, 当  $\alpha = 2$  时为高斯噪声。由于  $\alpha < 2$  的  $S_{\alpha}S$  噪声分布的二阶矩不存在, 因此我们采用文献 [21] 中定义的通用信噪比 (GSNR) 来衡量信号与噪声的大小, 即

$$\text{GSNR} = 10 \log (P_s / \gamma) \quad (12)$$

式中,  $P_s$  为信号功率。

在仿真例子中, 两个  $\text{GSNR} = 15$  dB 的等功率信源分别从  $7^\circ$  和  $12^\circ$  两个方向入射; 当考虑阵列增益和相位误差的情况下, 有下式成立

$$g = 1 + \sigma_g \beta, \phi = \sigma_\phi \eta$$

式中,  $g$  和  $\phi$  分别为阵列的增益和相位;  $\sigma_g$  和  $\sigma_\phi$  分别为阵列增益和相位误差的方差;  $\beta$  和  $\eta$  分别为标准高斯分布的随机变量。在仿真中假设  $\sigma_g = 0.26, \sigma_\phi = 15$ 。仿真结果如图 1 所示。如果两个信源的真实到达角度与估计角度之差的绝对值均小于  $1^\circ$  时, 则认为这两个信源是可分辨的。

从图 1 中可以看出, 对于不同分布信源的情况, NSCM-MUSIC 在任意脉冲噪声条件下都能表现出良好的性能 (无幅相误差时几乎都能达到 100% 的分辨概率), 而 SCM-MUSIC 和 TCM-MUSIC 在  $\alpha$  较小时性能大幅度下降。另外, 当我们考虑幅相误差的情况时, NSCM-MUSIC 的性能仍然好于其他三种算法。

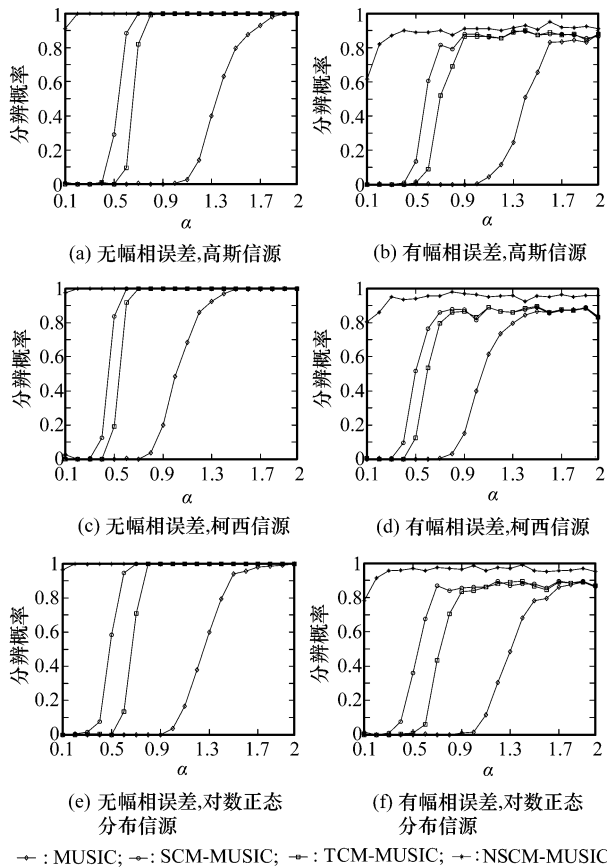


图 1 不同分布信源的分辨概率比较

### 4 结 论

本文以非参数统计的方法为基础,提出了归一化空间符号函数的概念,并进一步将其应用于子空间 DOA 算法中。与以往的鲁棒测向算法相比,该算法不涉及用户参数或加权函数的选择,也不需要噪声分布的先验信息。更重要的是,该算法的运算量较传统子空间算法并无显著增大。虽然仿真结果验证了 NSCM 子空间算法的优越性,但有必要从理论上深入分析 NSCM 与 SCM、TCM 之间的区别与联系,这也是我们今后工作的一部分。

### 参考文献:

[1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1990, 38(8):1424 - 1435.  
 [2] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance technique[J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1989, 37(7):984 - 995.  
 [3] Stoica P, Sharman K C. Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation [J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1990, 38(7):1132 - 1143.  
 [4] Middleton D. Man-made noise in urban environments and trans-

portation systems: models and measurements[J]. *IEEE Trans. on Communication*, 1973, 21:1232 - 1241.  
 [5] Koivunen V, Ollila E. Direction-of-arrival estimation under uncertainty, in 'Advanced Direction-of-Arrival Estimation'[M]. London: Artech House, 2005: 241 - 258.  
 [6] Williams D B, Johnson D H. Robust estimation of structured covariance matrices[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 41(9):2891 - 2905.  
 [7] Tsakalides P, Nikias C L. Subspace-based direction finding in alpha-stable environments[J]. *Proc. ICASSP*, Detroit, MI, 1995:2092 - 2095.  
 [8] Tsakalides P, Nikias C L. The robust covariation-based MUSIC (ROC-MUSIC) algorithm for bearing estimation in impulsive noise environments[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44(7):1623 - 1633.  
 [9] Shao M, Nikias C L. *Signal processing with alpha-stable distributions and applications*[M]. New York: Wiley, 1995.  
 [10] Liu T H, Mendel J M. A subspace-based direction finding algorithm using fractional lower order statistics[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(8):1605 - 1613.  
 [11] Zha D, Qiu T. Direction finding in non-Gaussian impulsive noise environments[J]. *Digital Signal Processing*, 2005; 1 - 15.  
 [12] Zha D, Qiu T. Underwater sources location in non-Gaussian impulsive noise environments[J]. *Digital Signal Processing*, 2006, 16:149 - 163.  
 [13] Tsihrintzis G A, Nikias C L. Fast estimation of the parameters of alpha-stable impulsive interference [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44(6):1492 - 1503.  
 [14] Kozick R J, Sadler B M. Maximum-likelihood array processing in non-Gaussian noise with Gaussian mixture[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(12):3520 - 3535.  
 [15] Lee D D, Kashyap R L. Robust maximum likelihood bearing estimation in contaminated Gaussian noise[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1992, 40:1983 - 1986.  
 [16] Ollila E, Koivunen V. Robust antenna array processing using M-estimators of pseudo-covariance[C]//*Proc. of IEEE International Symposium on PIMRC*, 2003.  
 [17] Visuri S, Oja H, Koivunen V. Subspace-based direction-of-arrival estimation using nonparametric statistics [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(9):2060 - 2073.  
 [18] Visuri S, Koivunen V, Oja H. Sign and rank covariance matrices[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2000, 91:557 - 575.  
 [19] Serfling R J. *Approximation theorems of mathematical statistics*[M]. New York: Wiley, 1980.  
 [20] Samorodnitsky G, Taqqu M S. *Stable non-Gaussian random process: stochastic models with infinite variance* [M]. New York: Chapman & Hall, 1994.  
 [21] Tsakalides P, Nikias C L. Maximum likelihood localization of sources in noise modeled as a stable process [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43:2700 - 2713.